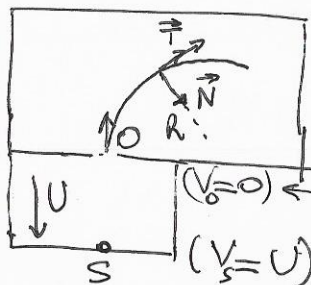


Spectrométrie de masse



($V_0 = 0$) ← choix de la masse électrique
($V_S = U$)

1) Au choix: (méthode 2 plus simple?)

① Appliquons le T.E.c à l'ion entre S et O:

$$E_{co} - E_S = W_{\text{ress}}(\vec{F}_{el}) \quad (\text{seule force})$$

or $\vec{F}_{el}$ dérive de l'énergie potentielle qV :

$$W_{F_{el}} = -\Delta[qV]_S^O = q(V_S - V_0) = qU$$

$$\text{Soit } \frac{1}{2} m v_0^2 = qU \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

② l'ion ne subit que $\vec{F}_{el}$, conservative $\Rightarrow$ son énergie mécanique est constante:

$$E_{m_S} = E_{m_O}$$

$$\Leftrightarrow qU + \underbrace{0}_{E_{cs}} = \frac{1}{2} m v_0^2 + \underbrace{0}_{E_{po}} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

2) Dans la chambre, l'ion ne subit que la force magnétique $\vec{F}_m = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$, toujours $\perp \vec{v}$, donc ne travaillant pas $\Rightarrow \Delta E_c = W(\vec{F}_m) = 0$

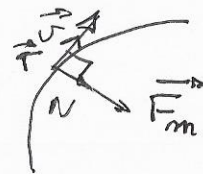
$$\text{Donc } v = \text{cte} = v_0$$

3) PFD pour l'ion dans RTSG: $m\vec{a} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$.

Dans le repère de Frenet:

($\vec{F}_{mag}$ selon $\vec{N}$ car $\perp \vec{v}$)

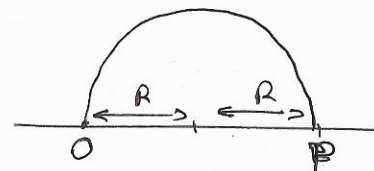
En projection selon $\vec{N}$:



$$\frac{m v_0^2}{R} = q v_0 B \quad (R \text{ rayon du cercle, } U \vec{v} = v_0, \text{ Comme } \vec{v} \perp \vec{B}, \vec{v} \wedge \vec{B} = v_0 B \vec{N})$$

$$\Rightarrow \boxed{R = \frac{m v_0}{qB}} \text{ soit } R = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2qU}{m}} \Rightarrow \boxed{R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{q}}}$$

4)



$$OP = 2R = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2mU}{q}}$$

• cas H^+ :

$$\boxed{OP_{H^+} = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2m_p U}{e}}}$$

$$\text{AN: } OP_{H^+} = \frac{2}{0,2} \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \cdot 10^{-27} \times 10^4}{1,6 \cdot 10^{-19}}} = 10 \sqrt{2 \cdot 10^{-4}}$$

$$\boxed{OP_{H^+} \approx 10 \times 10^{-2} \times \sqrt{2} \approx 1,7 \cdot 10^{-1} \text{ m} \approx 17 \text{ cm}}$$

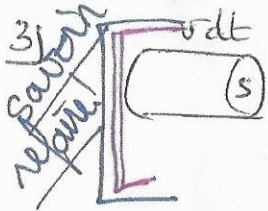
$$\bullet \text{ Cas } D^+: OP_{D^+} = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{4m_p U}{e}} = \sqrt{2} OP_{H^+}$$

$$\text{AN: } \Rightarrow \boxed{OP_{D^+} \approx 20 \text{ cm}}$$

TD particules chargées

1) PFD sur 1 e⁻, dans RTSG: $m\vec{\dot{v}} = -e\vec{E} - \alpha_f \vec{v}$ (1) En régime permanent, $\vec{\dot{v}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v}_\infty = -\frac{e\vec{E}}{\alpha_f}$

2) (1): eq diff 1^{er} ordre, la solution $\vec{v} = \vec{A}e^{-\frac{\alpha_f}{m}t} + \vec{v}_\infty$
 à $t=0$, $\vec{v} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_\infty(1 - e^{-t/\tau})$
 avec $\tau = \frac{m}{\alpha_f}$
 solgale eq SSM solgale eq cplète



les e⁻ traversant S pendant dt sont ceux compris dans le cylindre de longueur v dt, volume $Sv dt$ et y en a $Sv dt \rho_e$

Pendant dt passe la charge $dq = Sv dt \rho_e$
 $\Rightarrow I = \frac{dq}{dt} = Sv \rho_e$

4) Courant $\Rightarrow \vec{E} = -\text{grad} V = \frac{\Delta V}{L} \vec{e}_x = \frac{U}{L} \vec{e}_x =$
 Donc $I = \frac{\rho_e S E}{\alpha_f} = \frac{\rho_e S}{\alpha_f L} U \Rightarrow R = \frac{U}{I} = \frac{\alpha_f L}{\rho_e S}$

5) On a $\tau = \frac{RS}{L} = \frac{\alpha_f}{\rho_e^2} \Rightarrow \tau = \frac{m}{\alpha_f} = \frac{m}{\rho_e^2} \frac{AN}{2\rho_e^2} = 2510 \text{ s}$
 au bout de 5τ , v_∞ est atteinte $\Rightarrow \approx$ au bout de 50τ , les e⁻ sont $\approx$ en permanence à v_∞
 $\Rightarrow f \approx \frac{1}{50\tau} \approx 8 \cdot 10^{-11} \text{ Hz}$

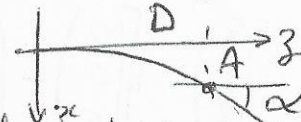
2) Deflection dans un tube cathodique

1) Seule force = force électrique conservative $\Rightarrow E_m = \text{cte} = Q_m = -eV_0 + \frac{1}{2} m v_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2eV_0}{m}}$

2) V_{p1}
 $\downarrow U$
 $\vec{E} = -\frac{U}{d} \vec{e}_x \Rightarrow \vec{F}_{el} = \frac{eU}{d} \vec{e}_x$
 $V_{p2} > V_{p1}$

3) PFD sur l'e⁻ de RTSG: $m \frac{dv_x}{dt} = eU/d$ int $v_x = \frac{eU}{md} t$
 $\frac{dv_z}{dt} = 0 \Rightarrow v_z = v_0$

int $\Rightarrow$
 $x = \frac{eU}{2md} t^2$
 $z = v_0 t$



4) α est la pente de la t_g à la courbe en A, pt de sortie des champ: $\vec{v}_A = \frac{eU t_A}{md} \vec{e}_x + v_0 \vec{e}_z$, avec $t_A = \frac{D}{v_0}$

$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{v_{xA}}{v_{zA}} = \frac{eUD}{mdv_0^2}$

[3] Proton dans un champ magnétique

1) Comme $\vec{B}$ selon $\vec{k}$, la force magnétique est toujours $\perp \vec{k} \Rightarrow$ il n'y a jamais de force selon z .

⚠ Dite: "à $t=0$, $F_z=0$ " ne suffit pas: on ne prouve pas que $F_z=0, \forall t$!

Donc le PFD appliqué à M en proj sur Oz donne $m \ddot{z} = 0 \xrightarrow{\text{int}} \dot{z} = cte = 0$ d'après les CI

2)



Dans le repère de Frenet,

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{N} + \frac{dv}{dt} \vec{T}$$

car $v = v_0$

le PFD donne en proj sur $\vec{N}$: $|F_{\text{mag}}| = m \frac{v^2}{R}$

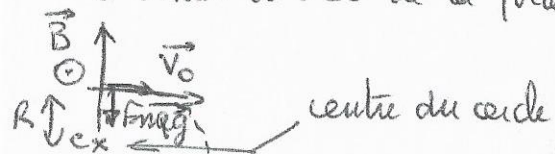
Soit comme $\|F_{\text{mag}}\| = qvB$ ($\vec{v}$ toujours $\perp \vec{B}$)

d'où $R = \frac{mv}{eB} = v_0$: la trajectoire est

circulaire de rayon $R = \frac{mv}{eB}$.

La position du centre du cercle est donnée par

1 dessin à $t=0$ de la force magnétique:



3) PFD appliqué au proton dans RTSG:

$$m \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = q \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} qB\dot{y} \\ -qB\dot{x} \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ddot{x} = qB\dot{y} \\ m\ddot{y} = -qB\dot{x} \end{cases}$$

On pose $z = x + iy \Rightarrow -i\dot{z} = -i\dot{x} + \dot{y}$ donc (1) $\Leftrightarrow m\ddot{z} = qB(-i\dot{z})$

$\Leftrightarrow \ddot{z} + i\omega\dot{z} = 0$ avec $\omega = \frac{qB}{m}$ eq diff 1er ordre

$\xrightarrow{\text{integ}} \dot{z} = v_0 e^{-i\omega t} \xrightarrow{\text{integ}} z = \frac{v_0}{-i\omega} e^{-i\omega t} + A$
 CI: $\dot{z}_0 = v_0$

à $t=0$, $z = \frac{v_0}{-i\omega} + A \stackrel{\text{CI}}{=} C \Rightarrow A = -\frac{iv_0}{\omega} \Rightarrow z = \frac{iv_0}{\omega} (e^{i\omega t} - 1)$

or $e^{-i\omega t} = \cos \omega t - i \sin \omega t$, on retrouve x et y en prenant

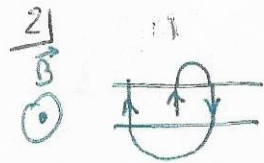
$$\begin{cases} x = \text{Re}(z) = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t \\ y = \text{Im}(z) = \frac{v_0}{\omega} (\cos \omega t - 1) \end{cases}$$

4) On a alors $x^2 + (y + \frac{v_0}{\omega})^2 = (\frac{v_0}{\omega})^2$: cercle de centre $(0, -\frac{v_0}{\omega})$, de rayon $R = \frac{v_0}{\omega} = \frac{mv_0}{qB}$

pas indispensable... pour les meilleurs dur et passé de mode

[4] Principe du cyclotron

1) $\omega_0 \stackrel{\text{vrais}}{=} \frac{qB}{m} \approx 10^8 \text{ rad s}^{-1}$



a) A chaque demi tour du proton, le champ $\vec{E}$ doit faire demi tour, pour pouvoir être toujours moteur

$\Rightarrow \omega = \omega_0$

b) cours, $r = \frac{mv_0}{eB}$, or $E = \frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{eBr}{m} \right)^2$

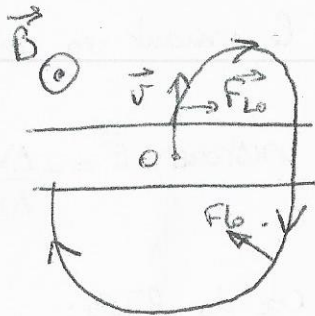
$\Rightarrow E_{\text{max}} = \frac{r^2 e^2 B^2}{2m} \stackrel{\text{AN}}{=} 1,9 \cdot 10^{-12} \text{ J}$

alors $v = \sqrt{\frac{2 E_{\text{max}}}{m}} = 4,8 \cdot 10^7 \text{ m s}^{-1} (\approx \frac{c}{10})$

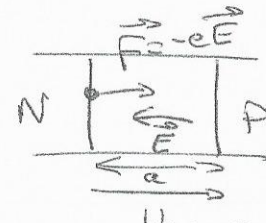
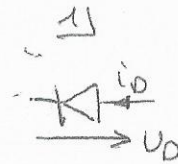
c) $\Delta E_c = e V_0$ (cf exo [2]) $\Rightarrow V_0 = 1,2 \cdot 10^7 \text{ V. (énorme)}$

d) A chaque tour, le gain en énergie vaut $2e V_m$ (2 demi tours) $\Rightarrow n_{\text{max}} = \frac{E_m}{2e V_m} = 603 \text{ tours}$

Allure trajectoire



Diode



$\vec{E} = -\text{grad } V$
($\vec{E}$ "descend les potentiels")

$V_D > 0 = V_P - V_N$

Si les e^- vont vers la droite, le courant va vers la gauche, $i_D > 0$

2) $\vec{E} = -\text{grad } V$, comme $\vec{E}$ vecteur constant, $\vec{E} = -\frac{\Delta V}{\Delta x} \vec{u}_x$
soit $\vec{E} = -\frac{V_D}{a} \vec{u}_x$

3) PFD pour 1 e^- , en prof selon Ox ds RTS:

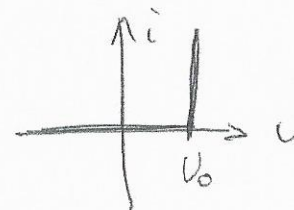
$m \dot{v} = \frac{e u_D}{a} - F_0 - \alpha v$

$\Leftrightarrow \dot{v} + \frac{v}{\tau} = \frac{\tau}{m} \left(\frac{e u_D}{a} - F_0 \right)$ avec $\tau = \frac{m}{\alpha} = 9 \cdot 10^{-11} \text{ s}$

$\xrightarrow{\text{Int}} \frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \frac{\tau}{m} \left(\frac{e u_D}{a} - F_0 \right) \Rightarrow v = \frac{\tau}{m} \left(\frac{e u_D}{a} - F_0 \right) (1 - e^{-t/\tau})$

Vu la valeur de τ , la vitesse limite est atteinte très vite, l'électron peut traverser si $v > 0$, donc

si $\frac{e u_D}{a} - F_0 > 0 \Leftrightarrow V_0 = \frac{F_0 a}{e} = 0,6 \text{ V}$



Sélection en vitesse I

1) si $\vec{v}$ inchangé $= \vec{v}_0$, d'après le PFD, $q(\vec{v}_0 \wedge \vec{B} + \vec{E}) = 0$
 $\Rightarrow$ il faut $\vec{E} = -\vec{v}_0 \wedge \vec{B}$

2) Si la vitesse n'est pas égale en norme à $\vec{v}_0$, alors $\vec{E}$ ne compense plus parfaitement les effets de $\vec{B}$, la particule ne va pas en ligne droite $\Rightarrow$ il suffit de faire 1 tour pour sélectionner les particules de bonne vitesse.

Rayonnement classique de l'e⁻

1)
2)) cours

3) $P = \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} a^2$. on sait que $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ est en N
 $= \text{kg m s}^{-2}$

$$\Rightarrow [P] = \left[\frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 d^2} \right] \times \left[\frac{d^2}{4} \right] = \left(\frac{e}{6\pi\epsilon_0 d^2} \right) \frac{d}{t} \\ [E] [v] = W$$

4) E_m , or $E_m = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v \downarrow \Rightarrow R = \frac{m v_0}{e B} \downarrow$

5) Theoreme Puissance cinétique appliqué à l'e⁻:

$$\frac{dE_c}{dt} = -P(t) = -R a^2 \quad \left(\text{on a posé } k = \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c} \right)$$

$$\Leftrightarrow m v \dot{v} = -R(\dot{v})^2 \Leftrightarrow m \dot{v} = -k \dot{v} \Rightarrow \dot{v} + \frac{m}{k} v = 0$$

$$\text{Donc } v = v_0 e^{-k t / m} \quad \text{et donc } \boxed{E_c = E_{c0} e^{-2 k t / m}}$$