

Correction DS

LHC I) 1) Un proton subit $\vec{F}_e = e\vec{E}$ (1)

2) On a $\frac{P}{F_e} = \frac{mg}{eE} \approx \frac{1.6 \cdot 10^{-27} \times 10}{1.6 \cdot 10^{-19} \times 10^5} \approx 10^{-12} \ll 1$, le poids est négligeable devant la force électrique (2)

3) $\vec{F} = -\text{grad}V \Leftrightarrow \frac{dV}{dx} = -E_x = -E \Rightarrow$ par intégration

$V(L) - V(0) = V_L - 0 = -EL \Rightarrow V_L = -EL$ (2)

4) le TEC appliqué au proton entre $x=0$ et $x=L$ donne

$\Delta E_c = E_{cs} - E_{ci} = W(F_{el}) = \int_0^L \vec{F}_e \cdot d\vec{x} = eEL = -eV_L$

soit $E_{cs} = eEL = -eV_L$ (2)

II) 1) Entre chacun des tubes, le TEC donne de même :

$\Delta E_c = eV_c$ (2)

2) Alors, $E_{cn} = eV_0 + (n-1)eV_c$ (en sachant que le 1er tube, $V_i = V_0$) (voir dessin)

3) $E_{c10} = eV_0 + 9eV_c \xrightarrow{\text{AN}} (200 + 9 \times 2000) \cdot 10^3 \text{ eV}$
 $E_{c10} = 18,2 \text{ MeV}$ (2)

4) On a $E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v_{10} = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$ (1)

AN: $v_{10} = \sqrt{\frac{2 \times 18,2 \cdot 10^6 \times 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-27}}} = 6 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1} \approx 0,2c < 0,3c$
 protons non relativistes (1)

5) Chaque tube doit être parcouru en 1 demi période, à la vitesse $v_{n-1} = v_0$: $\frac{L}{2} = \frac{1}{2f} = \frac{L_n}{v_{n-1}}$ (1)

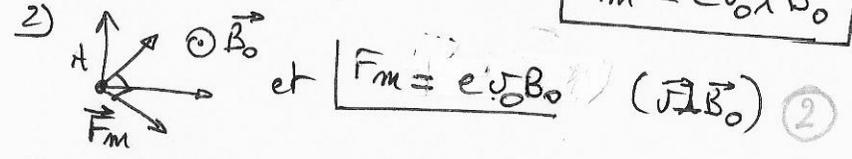
On a donc $L_1 = \frac{v_0}{2f} = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}} \times \frac{1}{2f} \Leftrightarrow L_1 = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{eU_0}{2m}}$ (2)

AN: $L_1 = \frac{1}{500 \cdot 10^3} \sqrt{\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \times 2 \cdot 10^5}{2 \times 1,6 \cdot 10^{-27}}} = 6,3 \text{ m}$ (1)

De même $L_n = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{e(U_0 + (n-1)U_c)}{2m}}$ (1)

AN: $L_{10} = 59 \text{ m}$ (1)

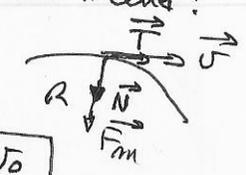
III) 1) Dans \vec{B}_0 , le proton subit $\vec{F}_m = e\vec{v}_0 \wedge \vec{B}_0$ (1)



2) $\vec{F}_m = e\vec{v}_0 \wedge \vec{B}_0$ (2)

3) $\mathcal{P}(\vec{F}_m) = e(\vec{v}_0 \wedge \vec{B}_0) \cdot \vec{v}_0 = 0 \Rightarrow$ Rot se fait à $v = v_0 = v$ uniforme (2)

4) PFD appliqué au proton dans le repère de Frenet:
 $m \left(\frac{v_0^2}{R} \vec{N} + \frac{dv}{dt} \vec{T} \right) = e v_0 B_0 \vec{N}$
 \Rightarrow en proj sur \vec{N} : $m \frac{v_0^2}{R} = e v_0 B_0 \Rightarrow R = \frac{m v_0}{e B_0}$ (3)



$\Rightarrow R = \text{cte}$, la trajectoire est un cercle

5) Hors champs, aucune force ne s'applique sur le proton \Rightarrow mot rectiligne uniforme (1)

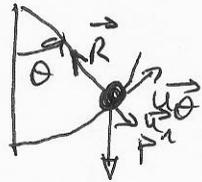
IV) 1) Comme $[P] = \left[\frac{E}{T} \right]$, $P = \frac{Q^2}{CT}$ est 1 puissance (1)

2) On a donc en dimensions $[q^2 c \epsilon_0^{-1} r^2] = \left[\frac{Q^2}{CT} \right]$, soit
avec les unités Farad F, Coulomb C, ... :

$$c^2 m s^{-1} \underbrace{F^{-1} m^2}_{(E \text{ en } F m^{-1})} = c^2 F^{-1} s^{-1} \cdot \text{on en tire } \boxed{\alpha = -2} \quad (2)$$

Donc P varie en $\frac{1}{r^2}$, on ↓ la puissance perdue par rayonnement en ↑ le rayon du LHC (1)

Pouvement d'un jouet



I] 1a) PFD appliqué à Π dans RTSG, en polaires :

$$\vec{u}_r \mid -mR\ddot{\theta} = mg \cos \theta - R \quad (1)$$

$$\vec{u}_\theta \mid mR\dot{\theta} = -mg \sin \theta \quad (2)$$

$$(2) \Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{R} \sin \theta = 0 \Leftrightarrow \ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0 \quad (3) \quad \text{avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{R}}$$

b) (3) x $\dot{\theta}$: $\ddot{\theta}\dot{\theta} + \frac{g}{R} \sin \theta \dot{\theta} = 0$, par intégration on a

$$\left[\frac{1}{2} \dot{\theta}^2 \right]_{\dot{\theta}_0}^{\dot{\theta}} - \left[\frac{g}{R} \cos \theta \right]_{\theta_0}^{\theta} = 0, \quad \text{avec } \begin{cases} \dot{\theta}_0 = v_0/R \\ \theta_0 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Dmc } \dot{\theta}^2 = \left(\frac{v_0}{R} \right)^2 + \frac{2g}{R} (\cos \theta - 1) \quad (2)$$

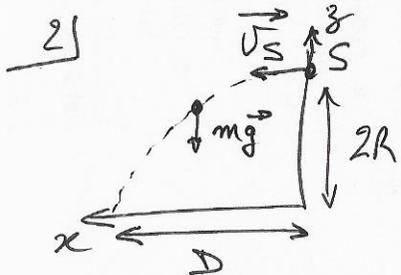
c) (1) donne $N = mg \cos \theta + mR\dot{\theta}^2$

$$= mg \cos \theta + m \frac{v_0^2}{R} + 2mg (\cos \theta - 1)$$

$$\Rightarrow \vec{N} = \left[\frac{m v_0^2}{R} + mg (3 \cos \theta - 2) \right] \vec{u}_r \quad (2)$$

d) Π arrive en S si $N(\theta = \pi) \geq 0 \Leftrightarrow m \frac{v_0^2}{R} - 5mg \geq 0$

$$\Leftrightarrow v_0 = \sqrt{5gR} \quad (1) \quad \text{AN: } v_0 = 16,7 \text{ ms}^{-1} \quad (1)$$



Π est en chute libre :

$$\begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -g \end{cases} \xrightarrow[\text{CI}]{\text{integ}} \begin{cases} \dot{x} = v_s \\ \dot{y} = -gt \end{cases}$$

$$\int \frac{v}{v_s} dt \mid \begin{cases} x = v_s t \\ z = -\frac{1}{2} g t^2 + 2R \end{cases} \quad \text{D'où } t = \frac{x}{v_s}$$

$$\Rightarrow z = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_s^2} + 2R \quad (2)$$

D correspond à x pour lequel $z = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} g \frac{D^2}{v_s^2} = 2R \Leftrightarrow D = \sqrt{\frac{4R v_s^2}{g}} \quad (1)$$

on a par ailleurs $\dot{z}_S = \frac{v_s}{R} = \dot{\theta}(\pi) = \sqrt{\frac{v_0^2}{R^2} + \frac{4g}{R}}$

$$\dot{z}_S = \sqrt{\frac{5gR}{R^2} - \frac{4g}{R}} = \sqrt{\frac{g}{R}} \Rightarrow v_s = \sqrt{gR}$$

D'où $D = \sqrt{\frac{4R^3 g}{g R}} = 2R \quad (3)$

3] Si Π est attaché au ressort, on a les orientations de la force du ressort :

- si Π à gauche de Π_0 , ressort étiré :

- si Π à droite, ressort comprimé :

comme \vec{F} ne peut être que vers la droite, (réaction de la plaque, ds le 2^e cas M quitte la plaque) (2)

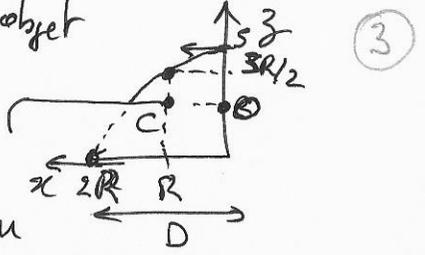
b) TEM appliqué à Π entre B_0 (allongement R) et Π_0 (allongement nul) : Pas de force non conservative, dmc

$$E_{B_0} = E_{M, \Pi_0} \Leftrightarrow \frac{1}{2} k R^2 + E_{c, B_0} = E_{c, \Pi_0} = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$\Rightarrow k = \frac{m v_0^2}{R^2} = \frac{5mg}{R} \quad \text{AN: } k = 33 \text{ Nm}^{-1} \quad (1)$$

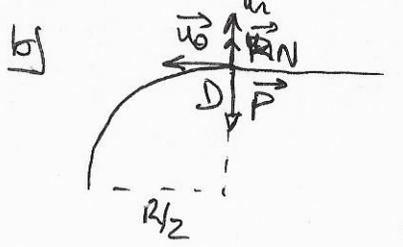
II 1) D'après I.2, on avait $z(x) = -\frac{g x^2}{2v_s^2} + 2R$, on cherche ici $z(R) = -\frac{g R^2}{2v_s^2} + 2R$, or $v_s = \sqrt{gR}$, donc

$z(R) = \frac{3}{2}R > z(C)$: l'objet ne tombe pas entre O et C



Rappel: on a vu que $D=2R$, pour que l'objet passe par C, sa trajectoire devrait être 1 ligne droite, pas 1 parabole... (justificat° possible)

2) a) D'après I.2, alors $v_x = v_s = \sqrt{gR} = \frac{v_0}{\sqrt{5}}$ (1)

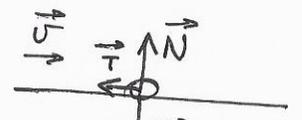


PFD appliqué à Ω dans RTSG, en proj sur \vec{u}_2 (R est en D):
 $-\frac{m v_s^2}{R/2} = -mg + R_N$

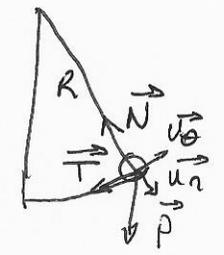
on a décollage en D si $R_N \leq 0 \Leftrightarrow v_s^2 \geq \frac{gR}{2} \Leftrightarrow v_s \geq \sqrt{\frac{gR}{2}}$

on vérifie que $v_s = \sqrt{gR}$ vérifie bien cette condition. (3)

III 1) Sur $B\Omega_0$: T s'oppose au mouvement, de norme cste \Rightarrow mouvement uniformément décéléré. (cste \vec{m} sur CD) (1)



2) a)



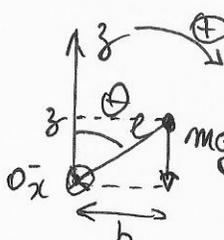
2° LN pour Ω dans RTSG, en polaires:

$$\begin{cases} \vec{u}_n & -mR\dot{\theta}^2 = mg \cos \theta - N & (4) \\ \vec{u}_\theta & mR\ddot{\theta} = -mg \sin \theta - T & (5) \end{cases} \quad (T = \mu N) \quad (2)$$

b) (4) $\Rightarrow N = mR\dot{\theta}^2 + mg \cos \theta$, on reporte dans (5):
 $mR\ddot{\theta} = -mg \sin \theta - \mu mR\dot{\theta}^2 - \mu mg \cos \theta$

$$\Leftrightarrow \ddot{\theta} = -\frac{g}{R} [\sin \theta + \mu \cos \theta] - \mu \dot{\theta}^2 \quad (2)$$

Pendule de Holweck - Lejay

1)  d'après l'orientation de Ox

on a $P_{Ox}(\vec{P}) = +mgb$

Soit $P_{Ox}(\vec{P}) = mgl \sin \theta$ (2)

2) TMC/Ox : $\frac{dV_x}{dt} = P_{Ox}(\vec{P}) - C\theta$ (2)
 $\Leftrightarrow m e^2 \ddot{\theta} = mgl \sin \theta - C\theta$ (1) car

$V_x = m e^2 \dot{\theta}$

3) On a $E_{Poids} = mgz + mgl \cos \theta = mgl \cos \theta + mgl$

on veut $E_p(\theta=0) = 0 \Rightarrow mgl = -mgl$

$\Rightarrow E_p = mgl(\cos \theta - 1)$ (2)

• Pour la force de rappel : $\delta W = -dE_R = -C\theta d\theta$

$\Leftrightarrow \delta W = -d(\frac{1}{2} C\theta^2)$: on peut prendre

$E_R = \frac{1}{2} C\theta^2$ (2)

D'où $E_p = mgl(\cos \theta - 1) + \frac{1}{2} C\theta^2$

4) Les 2 forces sont donc conservatives, on a $E_m = m e^2 \dot{\theta}^2$

où $E_m = mgl(\cos \theta - 1) + \frac{1}{2} C\theta^2 + \frac{1}{2} m e^2 \dot{\theta}^2$

$\Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0 = -mgl \dot{\theta} \sin \theta + C\dot{\theta} + m e^2 \dot{\theta} \ddot{\theta}$

Soit $m e^2 \ddot{\theta} = -C\theta + mgl \sin \theta$ (équation du 2) (2)

5) on a $\frac{dE_p}{d\theta} = -mgl \sin \theta + C\theta \Rightarrow \frac{dE_p}{d\theta}(\theta=0) = 0$
 $\frac{d^2 E_p}{d\theta^2} = -mgl \cos \theta + C$ $\theta=0$ est position d'éq
 $\Rightarrow \frac{d^2 E_p}{d\theta^2}(\theta=0) = -mgl + C$ (3)

$\theta=0$ est position d'éq stable $\Leftrightarrow -mgl + C > 0 \Leftrightarrow C > mgl$

6) (1) s'écrit aux petits angles :

$\ddot{\theta} + (\frac{C}{m e^2} - \frac{g}{l}) \theta = 0$. Comme $C > mgl$, $\frac{C}{m e^2} - \frac{g}{l} > 0$

on a donc $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$ avec $\omega_0^2 = \frac{C}{m e^2} - \frac{g}{l}$ (3)

alors $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{C}{m e^2} - \frac{g}{l}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\frac{C}{m e} - g}}$ avec $G = \frac{C}{m e}$ (4)

7) on a $T = 2\pi \sqrt{l} (G-g)^{-1/2} \Rightarrow \frac{dT}{dg} = 2\pi \sqrt{l} (\frac{1}{2}) (G-g)^{-3/2}$

$\Leftrightarrow dT = +\pi \sqrt{l} (G-g)^{-3/2} dg$ (2)

donc $\frac{dT}{T} = \frac{\pi \sqrt{l} (G-g)^{-3/2} dg}{2\pi \sqrt{l} (G-g)^{-1/2}} = \frac{dg}{2(G-g)} = \frac{dT}{T}$ (2)

8) Si G proche de g , 1 très petite variat° de g engendre 1 grande variation de $T \Rightarrow$ mesurer T permet de mesurer g précisément (1)