Étude du pendule pesant

(Couplé avec TP Calorimétrie - 2h chacun)

Capacités exigibles :
- Repérer la position d'un centre de masse et mesurer un moment d'inertie à partir d'une période et de l'application de la loi de Huygens fournie.
- Utiliser une balance de précision.
- Réaliser l'acquisition expérimentale du portrait de phase d'un pendule pesant.
- Mettre en évidence une diminution de l'énergie mécanique.

I. Rappels théoriques

• Petites oscillations

On rappelle que la période des petites oscillations, en négligeant les frottements, est donnée par $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{mgL}}}$ avec J_Δ le moment d'inertie du système, m la masse totale et L la distance entre le centre de rotation et le centre de gravité du système.
La période est alors indépendante de l'amplitude des oscillations (isochronisme des oscillations).
• Grandes oscillations
Supposons que l'énergie cinétique s'annule pour l'angle θ_m. La conservation de l'énergie s'écrit alors $e_m = \frac{1}{2}\dot{\theta}^2 + \omega_0^2(1-\cos(\theta)) = Cte = \omega_0^2\left(1-\cos\left(\theta_m\right)\right)$ donc $\dot{\theta}^2 = 4\omega_0^2\left(\sin^2\left(\frac{\theta_m}{2}\right) - \sin^2\frac{(\theta)}{2}\right)$. En déduire une expression de la période du mouvement sous la forme d'une intégrale :

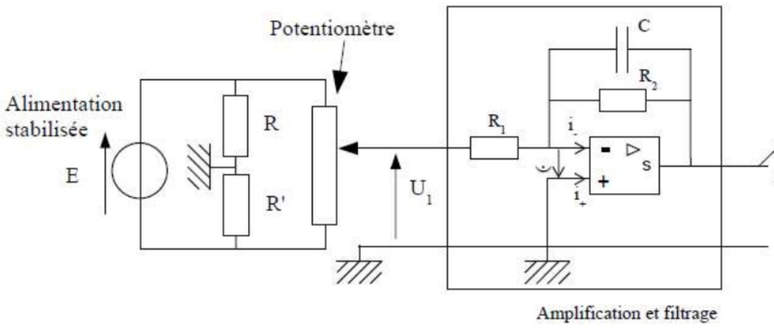
La formule de Borda ci-dessous donne une valeur approchée de la période des oscillations en fonction de l'angle initial θ_0

$$T = T_0\left(1+\frac{\theta_0^2}{16}\right).$$

II. Étude expérimentale du pendule pesant non amorti (ou très faiblement amorti)

1. Montage-enregistrement des oscillations

Les oscillations sont paramétrées par l'angle θ, entre la verticale et la tige du pendule. L'angle est mesuré grâce un potentiomètre qui transforme le signal mécanique en signal électrique U_1, (fonction affine de l'angle θ), qui est amplifié (signal U) pour être ensuite numérisé et enregistré sur l'ordinateur.



R = R' = 500 Ω
E = 10 V
R_1 = 47 kΩ
C = 10 nF

- En modifiant la valeur de R', réaliser $U=0$ pour $\theta=0$.
- Régler l'amplification (par R_1) de manière à ce que l'on observe une tension d'environ 5 V pour $\theta=\theta_0=90°$. Relever la valeur $U\left(\theta_0\right)$ de cette tension et se placer à $\theta=-\theta_0$. Vérifier que $U\left(-\theta_0\right)=-U\left(\theta_0\right)$.

2. Étude des oscillations de faible amplitude

a. Mesure d'une période, détermination de J

- Enregistrer sur quelques périodes (deux ou trois) la tension $U(t)$ en lâchant le pendule sans vitesse initiale à partir de l'angle $\theta_m < 20°$ (angles faibles). Vérifier que l'amortissement est faible.

Q1 : Mesurer alors la période : T=

- Vérifier que $U(t)$ est bien une fonction sinusoïdale en simulant une sinusoïde de même amplitude et de même période que U.

Q2 : Déterminer la position du centre d'inertie (directement sur la tige en la démontant délicatement) et en déduire la valeur de L . En utilisant la période obtenue précédemment, déterminer la valeur du moment d'inertie J.

$\boxed{\text{Q3}}$: Comparer avec la valeur que l'on peut prévoir directement par le calcul. Le pendule est constitué par

$$\begin{cases} \text{une tige de masse } m_a\text{, rayon } r_a\text{, hauteur } h_a\text{, centre de gravité } A\text{. Demander au professeur la masse de votre tige} \\ \text{un cylindre de paramètres } m_b\text{, } r_b\text{, } h_b\text{, de centre de gravité } B\text{. pouvant être translaté sur la tige .} \end{cases}$$

$$J = \left(m_a OA^2 + J_A\right) + \left(m_b OB^2 + J_B\right) \text{ avec } J_A = m_a \left(\frac{r_a^2}{2} + \frac{h_a^2}{12}\right) \text{ et } J_B = m_b \left(\frac{r_b^2}{2} + \frac{h_b^2}{12}\right)$$

b. Conservation de l'énergie

$\boxed{\text{Q4}}$ - Construire sous Latis pro la grandeur angle θ en fonction du temps. On utilisera la valeur de $U\left(\theta_0\right)$
- Construire de même la vitesse angulaire $\dot{\theta}$
- Tracer les courbes donnant $e_c = \dfrac{Ec}{J} = \dfrac{1}{2}\dot{\theta}^2$, $e_p = \dfrac{Ep}{J} = \omega_0^2(1 - \cos\theta)$ et $e_m = e_c + e_p$ en fonction du temps. Conclure.

c. Portrait de phase

$\boxed{\text{Q5}}$ Tracer le portrait de phase, c'est à dire le graphe $\dfrac{\dot{\theta}}{\omega_0} = f(\theta)$, de l'oscillateur. Que trouve-t-on dans le cas des petites oscillations ? (Montrer au professeur)

3. Variation de la période en fonction de l'amplitude des oscillations

On considère maintenant des oscillations d'amplitude importante (on pourra même aller au-delà de 90° si cela est possible) : attention à bien maintenir le pendule !

a. Mesure de T en fonction de l'amplitude

$\boxed{\text{Q6}}$ - Enregistrer sur quelques périodes (deux ou trois) la tension $U(t)$ en lâchant le pendule sans vitesse initiale à partir de l'angle θ_m important. Vérifier que l'amortissement est faible.
- Déterminer l'angle θ en fonction du temps. On utilisera la valeur de $U(\theta_0)$

$\boxed{\text{Q7}}$: Mesurer alors, à partir de la courbe précédente, la période T correspondante et l'amplitude moyenne θ_m des oscillations.

b. Comparaison théorie/expérience

$\boxed{\text{Q8}}$ Tracer la courbe donnant la période T en fonction de l'angle θ_m. Comparer à la théorie. (Montrer au professeur)

c. Portraits de phases pour différentes valeurs d'amplitudes.

$\boxed{\text{Q9}}$ Tracer les portraits de phase pour diverses amplitudes et observer pour des amplitudes suffisamment élevées la déformation par rapport à l'ellipse des faibles oscillations. (Montrer au professeur).