

Second Principe

Entropies :

$$\rightarrow \text{phase condensée idéale : } \Delta S_{A \rightarrow B} = C \ln \frac{T_B}{T_A} \quad \rightarrow \text{gaz parfait : } \begin{cases} \Delta S_{A \rightarrow B} = n c_v \ln \frac{T_B}{T_A} + n R \ln \frac{V_B}{V_A} \\ \Delta S_{A \rightarrow B} = n c_p \ln \frac{T_B}{T_A} - n R \ln \frac{p_B}{p_A} \\ \Delta S_{A \rightarrow B} = n c_v \ln \frac{p_B}{p_A} + n c_p \ln \frac{V_B}{V_A} \end{cases}$$

1 Entropie de mélange

Soit un cylindre isolé, séparé en deux compartiments de volume V_0 par une paroi escamotable. Initialement, chaque compartiment contient un gaz parfait à la même température T_0 . L'un renferme de l'hélium (n_1 mol, $c_v = 3/2R$) et l'autre du dihydrogène (n_2 mol, $c_v = 5/2R$). On supprime la paroi escamotable.

1) Calculer les pression et température finales P_f et T_f .

2) Calculer ΔS du système formé par les deux gaz, successivement en variables (T, V) et (P, T) .

3) Effectuer un bilan entropique. Commenter.

4) On suppose maintenant les deux gaz identiques. Les résultats précédents sont-ils modifiés? Commenter ce paradoxe apparent (dit de Gibbs)

$$\text{Rép : } P_f = \frac{P_1 + P_2}{2}; \Delta S = (n_1 + n_2)R \ln 2$$

2 Décomposition de la détente de Joule-Gay Lussac

On considère une détente de Joule-Gay Lussac, faisant passer le volume de V_0 à $2 V_0$. Le gaz est parfait et monoatomique à la température T_0 , à la pression P_0 .

1) Décrire l'expérience, Calculer P_1 et T_1 dans l'état final.

2) Calculer la variation d'entropie pour n moles de gaz en utilisant $S(V, T)$ pour le gaz.

3) On décompose la détente de Joule-Gay Lussac en N étapes, augmentant chaque fois le volume de V_0/N . Déterminer la variation totale d'entropie ΔS . Que devient-elle pour $N \rightarrow \infty$? L'évolution est elle réversible quand $N \rightarrow \infty$? Est-elle quasi statique?

$$\text{Rép : } T_1 = T_0; P_1 = P_0/2; \Delta S = nR \ln 2; \sum \Delta S_i = nR \ln 2; \text{ irréversible et quasistatique}$$

3 Possibilité d'un cycle 🔑

On raisonne sur une quantité de matière $n = 1$ mol de gaz parfait qui subit la succession de transformations (idéalisées) suivantes :

▷ $A \rightarrow B$: détente isotherme de $P_A = 2$ bar et $T_A = 300$ K jusqu'à $P_B = 1$ bar ;

▷ $B \rightarrow C$: évolution isobare jusqu'à $V_C = 20,5$ L en restant en contact avec un thermostat à T_C ;

▷ $C \rightarrow A$: compression adiabatique réversible jusqu'à revenir à l'état A . Le coefficient isentropique γ est pris égal à $7/5$.

1 - Représenter ce cycle dans le diagramme de Watt (P, V) .

2 - À partir du diagramme, déterminer le signe du travail total des forces de pression au cours du cycle. Est-ce un cycle moteur?

3 - Déterminer l'entropie créée entre A et B . Commenter.

4 - Calculer T_C , le travail W_{BC} et le transfert thermique Q_{BC} . En déduire l'entropie créée. Conclure : le cycle proposé est-il réalisable? Le cycle inverse l'est-il?

$$\text{Rép : } AB : \text{ en } 1/V; BC \text{ horizontale}; CA \text{ en } 1/V^\gamma; S_{AB}^c = 0; S_{BC}^c = 0,6 \text{ J.K}^{-1}$$

4 Équilibre d'une enceinte à deux compartiments 🔑

Une enceinte indéformable aux parois calorifugées est séparée en deux compartiments par une cloison d'aire S étanche, diatherme et mobile sans frottement. Les deux compartiments contiennent un même gaz parfait. Dans l'état initial, la cloison est maintenue au milieu de l'enceinte. Le gaz du compartiment 1 est dans l'état (T_0, P_0, V_0) et le gaz du compartiment 2 dans l'état $(T_0, 2P_0, V_0)$. On laisse alors la cloison bouger librement jusqu'à ce que le système atteigne un état d'équilibre.

1 - Déterminer l'état final.

2 - Calculer l'entropie créée.

$$\text{Rép : } V_1 = 4V_0/3; V_2 = 2V_0/3; S^c = n_1 R \ln(32/27)$$

5 Expérience de Rüchardt

On considère l'expérience ci-contre, dont l'objectif est d'obtenir une mesure de l'indice adiabatique d'un gaz. Pour cela, un récipient contient un gaz et est fermé par une bille pouvant glisser librement. On note pour le gaz du récipient, à l'équilibre (lorsque la bille est immobile) : V_0 le volume, T_0 la température, et p_0 la pression. On suppose la masse m de la bille assez faible pour avoir à l'équilibre une pression identique à l'intérieur et à l'extérieur, qu'on note p_0 .

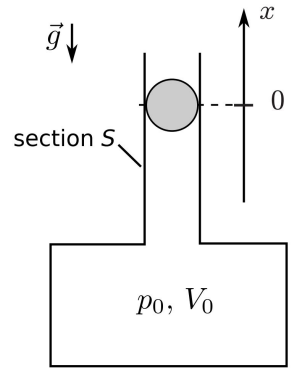
On déplace initialement la bille de sa position d'équilibre : elle oscille.

1 - Les oscillations sont assez rapides. Quelles hypothèses peut-on faire sur la transformation subie par le gaz pendant quelques oscillations ?

2 - Déterminer l'équation différentielle suivie par la position x de la bille pour des oscillations de petite amplitude.

On donne le développement limité : $(1 + \varepsilon)^\alpha \simeq 1 + \alpha\varepsilon$ si $|\varepsilon| \ll 1$.

3 - En déduire l'expression de la période des oscillations.



Rép : Laplace s'applique ; $p = p_0(1 - \gamma S^2 x / V_0)$; $T = 2\pi \sqrt{mV_0 / \gamma p_0 S}$

6 Effet Joule 🔑

Considérons une masse $m = 100$ g d'eau dans laquelle plonge un conducteur de résistance $R = 20\Omega$. L'ensemble forme un système noté \mathcal{S} , de température initiale $T_0 = 20^\circ\text{C}$. On impose au travers de la résistance un courant $I = 1$ A pendant une durée $\tau = 10$ s. L'énergie électrique dissipée dans la résistance peut être traitée du point de vue de la thermodynamique comme un transfert thermique Q_{elec} reçu par \mathcal{S} .

Données :

▷ Capacité thermique de la résistance : $C_R = 8 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$;

▷ Capacité thermique massique de l'eau : $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

1 - La température de l'ensemble est maintenue constante. Quelle est la variation d'entropie du système \mathcal{S} ? Quelle est l'entropie créée ?

2 - Commenter le signe de l'entropie créée. Que peut-on en déduire à propos du signe d'une résistance ?

3 - Le même courant passe dans le même conducteur pendant la même durée, mais cette fois \mathcal{S} est isolé thermiquement. Calculer sa variation d'entropie et l'entropie créée.

Rép : $\Delta S_{\mathcal{S}} = 0$; $S^c = \frac{Ri^2\tau}{T_0}$; $T_f = T_i + \frac{Ri^2\tau}{mc_{\text{eau}} + C_R}$; $\Delta S = S^c = mc_{\text{eau}} + C_R \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = 0,68 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$