Corrigé Banque d'exos 1er Principe

1 Travail reçu le long d'un chemin donné

Un système constitué de n moles de gaz parfait subit une transformation d'un état initial A ($p_1 = 4,0$bars, $V_1 = 10$ L, $T_1 = 600$ K) vers un état final B ($p_2 = 1,0\text{bar}, V_2 = 20\text{ L}, T_2$).

1) Le système vérifie à l'état A la relation $p_1V_1 = nRT_1 \Rightarrow n_1 = \dfrac{p_1V_1}{RT_1}$ alors la température finale s'écrit

$$T_2 = \frac{p_2V_2}{nR} = \frac{p_2V_2}{p_1V_1}T_1 = 300\text{ K}$$

2) $W_{A\to B} = W_{A\to C} + W_{C\to B} = W_{A\to C}$ car lors d'une transformation iscohore le travail des forces de pression $W = -\int_C^B p_{\text{ext}}\,\mathrm{d}V$ est nul.
   Faisons l'hypothèse d'une transformation isobare quasi-statique alors $W = -\int_A^C p_{\text{sys}}\,\mathrm{d}V = -\int_A^C p_1\,\mathrm{d}V = -p_1(V_2 - V_1) \simeq -4.0$ kJ.

3) $W_{A\to B} = W_{A\to D} + W_{D\to B} = W_{D\to B}$ car lors d'une transformation iscohore le travail des forces de pression est nul.

Faisons l'hypothèse d'une transformation isobare quasi-statique alors $W = -\int_D^B p_{\text{sys}}\,\mathrm{d}V = -\int_D^B p_2\,\mathrm{d}V = -p_2(V_2 - V_1) \simeq -1.0$ kJ

2 Enceinte à deux compartiments

1) Équation d'état du gaz parfait (valable dans un état d'équilibre) $\ldots n = \dfrac{p_0V_0}{RT_0} \simeq 4.00$ mol.
2) $V_g = V_0 + Sx$ et $V_d = V_0 - Sx$. A l'équilibre, les forces se compensent donc $p_g = p_d$ ainsi $\dfrac{V_g}{V_d} = \dfrac{T_0}{T_F} \ldots x = \dfrac{V_0}{S}\dfrac{T_F - T_0}{T_F + T_0} \simeq 3.8$ cm.

3 Calorimétrie

1)

$$\begin{aligned}\Delta H = H_2 - H_1 = U_2 + p_2V_2 - (U_1 + p_1V_1) &= \Delta U - (p_1V_1 - p_2V_2)\\ &= Q + W - (p_1V_1 - p_2V_2)\\ &= -\int_1^2 p_{ext}\,\mathrm{d}V - (p_1V_1 - p_2V_2)\\ &= -p_{ext}(V_2 - V_1) - (p_1V_1 - p_2V_2) = 0\end{aligned}$$

   car enceinte calorifugée $Q = 0$, transformation monobare $p_{\text{ext}} = p_1 = p_2$ (équilibre mécanique initial et final).
2) La capacité thermique massique du cuivre est le seul paramètre inconnu qui influencera l'équilibre thermique.
3) $\Delta H = (m_1c_{eau} + C)(T_3 - T_1) + m_2c(\text{Cu})(T_3 - T_2) = 0$ donc $c(\text{Cu}) = \dfrac{m_1c_{eau} + C}{m_2}\dfrac{T_1 - T_3}{T_3 - T_2} \simeq 4.7 \times 10^2\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$.

4 Température finale et transfert thermique

1) Bilan d'énergie sur l'ensemble du système $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = mc(T_f - T_1) + mc(T_f - T_2) = 0 \Rightarrow T_f = \dfrac{T_1 + T_2}{2} = 35°\text{C}$.
2) $\Delta U_1 = Q_{2\to1} = mc(T_f - T_1) = \dfrac{mc}{2}(T_2 - T_1) = 1.5$ kJ et $\Delta U_2 = Q_{1\to2} = -\Delta U_1 = \dfrac{mc}{2}(T_1 - T_2) = -1.5$ kJ.
3) $T_f = \dfrac{c_1T_1 + c_2T_2}{c_1 + c_2}$, moyenne des températures pondérées par les capacités thermiques massiques.

5 Échanges thermiques dans un calorimètre

Bilan d'enthalpie :

$$\Delta H = C_{cal}(T_f - T_0) + mc_{eau}(T_f - T_0) + m_1c_{\text{Cu}}(T_f - T_1) + m_2c_{\text{Pb}}(T_f - T_2) + m_3c_{\text{Fe}}(T_f - T_3) = 0$$

alors on isole la température finale et

$$T_f = \frac{C_{cal}t_0 + mc_{eau}T_0 + m_1c_{\text{Cu}}T_1 + m_2c_{\text{Pb}}T_2 + m_3c_{\text{Fe}}T_3}{C_{cal} + mc_{eau} + m_1c_{\text{Cu}} + m_2c_{\text{Pb}} + m_3c_{\text{Fe}}} \simeq 292\text{ K}$$

6 Bilan d'énergie sur différents chemins

1) On considère un gaz parfait donc $\Delta U = U_B - U_A = C_v\,(T_B - T_A) = 0$ car on peut aller de A à B par une transformation isotherme.
2) Le bilan d'énergie interne s'écrit $\Delta U = W + Q = 0$, le transfert thermique est minimal quand le travail est minimal. Plusieurs méthodes :
   - Calculer les travaux des différentes transformation, à savoir faire.
   - Interprétation graphique dans le diagramme de Watt : l'aire sous la courbe correspond à l'opposé du travail reçu par le système. Le travail sera minimum en valeur absolue pour le chemin (1), notons que le travail est négatif lors des trois transformations. Ainsi le transfert thermique sera minimum pour le chemin (1).
3)
   - Chemin (1) : $W_1 = W_{AA_1} + W_{A_1B} = W_{A_1B}$ car le travail des forces de pression $W = -\int p_{\text{ext}}\,\mathrm{d}V$ est nul pour une transformation isochore. On suppose la transformation quasi-statique, ainsi

$$W_1 = -\int_{A_1}^{B} p\,\mathrm{d}V = -p_0\,(3V_0 - V_0) = -2p_0V_0 = -1\text{ kJ}; Q_1 = -W_1$$

   - Chemin (2) : $W_2 = W_{AA_2} + W_{A_2B} = W_{AA_2}$ car le travail des forces de pression $W = -\int p_{\text{ext}}\,\mathrm{d}V$ est nul pour une transformation isochore. On suppose la transformation quasi-statique, ainsi

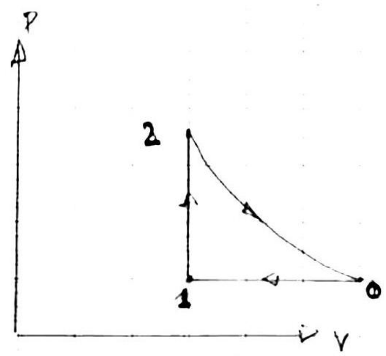
$$W_2 = -\int_{A}^{A_2} p\,\mathrm{d}V = -3p_0\,(3V_0 - V_0) = -6p_0V_0 = -3\text{ kJ}; Q_2 = -W_2$$

   - Chemin (3) : $W_1 = W_{AB}$, on suppose la transformation quasi-statique,

$$W_3 = -\int_{A}^{B} p\,\mathrm{d}V = -\int_{A}^{B} \frac{nRT_0}{V}\,\mathrm{d}V = -nRT_0 \ln\frac{3V_0}{V_0} = -nRT_0\ln 3; Q_3 = -W_3$$

7 Étude du cycle de Lenoir

1.



2.

	p	V
0	$p_0 = 2.0\times10^5$ Pa	$V_0 = 20$ L
1	$p_1 = p_0 = 2.0\times10^5$ Pa	$V_1 = V_0/2 = 10$ L
2	$p_2 = 5.3\times10^5$ Pa	$V_2 = V_1 = 10$ L

Pour trouver la pression p_2 on utilise le fait que la transformation de l'état (2) vers l'état (1) est adiabatique, réversible et qu'il s'agit d'un gaz parfait donc

$$pV^\gamma = \text{ cste } = p_2V_2^\gamma = p_0V_0^\gamma \Rightarrow p_2 = p_0\left(\frac{V_0}{v_2}\right)^\gamma \simeq 5.3\times10^5\text{ Pa}$$

3.

	W	Q	ΔU
$0\to1$	2000 J	7000 J	-5000 J
$1\to2$	0 (transfo. isochore)	8250 J	8250 J
$2\to0$	-3250 J	0 (transfo adiabatique)	-3250 J

Le système subit une transformation lente (donc quasi-statique), ainsi le travail des forces de pression s'écrit

$$W = -\int p_{ext}\,\mathrm{d}V = -\int p\,\mathrm{d}V \to W_{01} = -\int_{(0)}^{(1)} p_0\,\mathrm{d}V = -p_0\int_{V_0}^{V_1}\mathrm{d}V = -p_0\,(V_1 - V_0) = 2000\text{ J}$$

On pourrait calculer le travail pour la transformation adiabatique réversible en réinjectant la loi de Laplace... $W_{20} = -\int_{(2)}^{(0)} p_0 V_0^\gamma \frac{\mathrm{d}V}{V^\gamma}$ mais ce n'est pas nécessaire.

D'autre part, la variation d'énergie interne d'un gaz parfait s'écrit $\Delta U = C_v \Delta T = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_f - T_i) = \frac{1}{\gamma - 1}(p_f V_f - p_i V_i)$, donc

$$\Delta U_{01} = \frac{1}{\gamma - 1}(p_1 V_1 - p_0 V_0) = -5000 \text{ J}; \Delta_{12} = 8250 \text{ J}; \Delta U_{20} = -3250 \text{ J}$$

Pour finir, on sait que le bilan d'énergie s'écrit $\Delta U = W + Q \Rightarrow Q = \Delta U - W$ ou $W = \Delta U - Q$.

4) Sur l'ensemble d'un cycle :

- Travail des forces de pression reçu par le système : $W_{\text{cycle}} = W_{01} + W_{12} + W_{20} = -1250$ J.
- Chaleur reçu par le système : $Q_{\text{cycle}} = Q_{01} + Q_{12} + Q_{20} = 1250$ J.
- Variation de l'énergie interne du système : $\Delta U_{\text{cycle}} = \Delta U_{01} + \Delta U_{12} + \Delta U_{20} = 0$.

5.

- La variation de l'énergie interne sur un cycle est nul, c'était prévisible car U est une fonction d'état : cela signifie que sa valeur ne dépend que de l'état du système. Si le système revient à son état initial alors son énergie interne reprend la même valeur.
- Sur un cycle le système reçoit de la chaleur et fourni du travail à l'extérieur : c'est un moteur.

$\boxed{8}$ Chauffage d'un gaz à l'aide d'un élément électrique

Le système étant en équilibre mécanique avec l'extérieure initialement, il va rester dans cet état d'équilibre mécanique car il évolue de manière isobare ; la transformation est alors monobare. Faisons donc un bilan d'enthalpie :

$$\Delta H = -Q + Q_{el} = m c_p \Delta T.$$

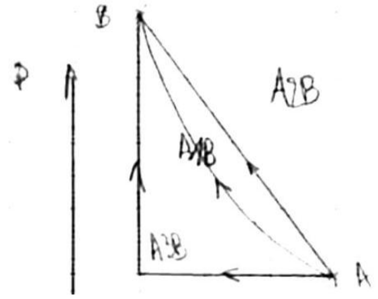
Avec $Q = 2800$ J les pertes thermiques à travers les parois, $Q_{el} = \int_{t_i}^{t_f} \mathcal{P}_{el} \, \mathrm{d}t = \int_{t_i}^{t_f} EI \, \mathrm{d}t = EI\tau = 72000$ J l'énergie apportée par le dispositif de chauffage.

De plus la masse de gaz peut s'écrire $m = n \times M = \frac{p_1 V_1}{R T_1} M$ en supposant le gaz comme parfait. Ainsi le bilan d'enthaplie s'écrit

$$-Q + EI\tau = \frac{p_1 V_2}{R T_1} M c_p (T_f - T_1) \Rightarrow T_f = \frac{R}{p_1 V_1 c_p M}(EI\tau - Q) T_1 + T_1 \simeq 359 \text{ K}$$

$\boxed{9}$ Calculs de travaux et de transferts thermiques

1.



2.

- Une transformation isotherme permet de relier l'état A et B, ainsi $T_B = T_A = 300$ K.
- Une transformation isotherme est caractérisée par la relation $pV = $ cste donc $p_B = p_A \frac{V_A}{V_B} = \frac{V_A}{3}$.

3) On considère les transformations comme quasi-statiques, i.e. $W = -\int p_{ext} \, \mathrm{d}V = -\int p \, \mathrm{d}V$.

- Lors de la transformation isotherme :

$$W_1 = -\int_A^B p \, \mathrm{d}V = -\int_A^B nRT_A \frac{\mathrm{d}V}{V} = -nRT_A \ln \frac{V_B}{V_A} = nRT_A \ln 3 = p_A V_A \ln 3$$

- Lors de la transformation rectiligne dans le diagramme (p, V), le plus simple est de raisonner géométriquement en identifier l'aire sous la courbe à l'opposé du travail reçu par le système :

$$W_2 = W_{rec} + W_{tri} = p_A (V_B - V_A) + \frac{1}{2}(p_B - p_A)(V_B - V_A) = p_A V_A \left(\frac{1}{3} - 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} - \frac{1}{6}\right) = \frac{4}{3} p_A V_A$$

remarque : Le calcul peut très bien se faire aussi.

- Le travail des forces de pression associé à une transformation à volume constant est nul, ainsi

$$W_3 = -\int_A^{A3} p_A \, \mathrm{d}V = -p_A \left(V_B - V_A\right) = \frac{2}{3} p_A V_A$$

Le travail des forces de pression dépend du chemin suivi.

4) Les états A et B sont reliés par une transformation isotherme, ainsi $T_A = T_B$ donc $\Delta U_{AB} = 0$ quelle que soit la transformation choisie. Ainsi, le bilan d'énergie interne conduit à

$$Q = -W$$

$\boxed{10}$ Compressions d'un gaz parfait

1) La nouvelle pression s'exerçant sur le gaz résulte de l'atmosphère extérieur et du poids exercé par la masse donc à l'équilibre mécanique $p_2 = p_1 + \dfrac{Mg}{S} \simeq 1.05$ bar.
2) La transformation est brutale, on peut la modéliser par une transformation adiabatique donc $Q_2 = 0$.
   L'évolution du système est monobare à la pression p_2 donc $W_2 = -\int_1^2 p_2 \, \mathrm{d}V = -p_2 \left(V_2 - V_1\right)$.

3) $\Delta U = W_2 = C_v \left(T_2 - T_1\right)$ et $p_2 V_2 = nRT_2$ on a donc deux relations entre T_2 et V_2

$$C_v \left(T_2 - T_1\right) = -p_2 \left(V_2 - V_1\right); p_2 V_2 = \frac{p_1 V_1}{T_1} T_2$$

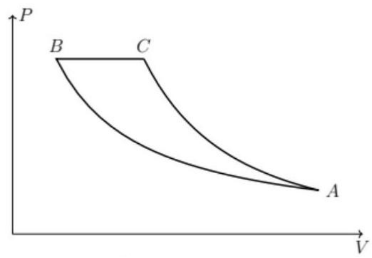
   On trouve... après un peu de calcul

$$T_2 = \frac{C_v T_1 + p_2 V_1}{C_v + nR}; V_2 = \frac{nRT_2}{p_2}$$

   hyp : gaz parfait monoatomique $C_v = \dfrac{3}{2} nR \ldots$ Dans ce cas $T_2 \simeq 302$ K et $V_2 = \simeq 4.79$ L.

4) $\Delta U_2 = C_v \left(T_2 - T_1\right) \simeq 22$ J$, W_2 \overset{2}{=} -p_2 \left(V_2 - V_1\right) = \Delta U_2$ et $Q_2 = 0$.
5) Monotherme, monobare.
6) A l'équilibre $T_3 = T_1 = 293$ K$, p_3 = p_2 \simeq 1.05$ bar et $V_3 = 4.64$ L.
7) $\Delta U_3 = \dfrac{3}{2} nR \left(T_1 - T_2\right) \simeq -22$ J$, W_3 = -\int_2^3 p_3 \, \mathrm{d}V = -p_3 \left(V_3 - V_2\right) \simeq 15$ J donc $Q_3 = \Delta U_3 - W_3 \simeq -37$ J.
8) $\Delta U_2 + \Delta U_3 = 0, W_2 + W_3 = 37$ J et $Q_2 + Q_3 = -37$ J.
9) Transformation quasi-statique, réversible.
10) Équilibre à chaque étape donc $T_4 = T_1 = 293$ K$, p_4 = p_1 + \dfrac{Mg}{S} = 1.05$ bar et $V_4 = \dfrac{nRT_4}{p_4} = V_3$. État identique à l'état (3) mais obtenu par une transformation différente.
11) $\Delta U_4 = 0$ car $T_4 = T_1, W_4 = -\int_1^4 p_{ext} \, \mathrm{d}V = -\int_1^4 p \, \mathrm{d}V = -\int_1^4 nRT_1 \dfrac{\mathrm{d}V}{V} = -nRT_1 \ln \dfrac{V_4}{V_1} \simeq 36$ J et $Q_4 = -W_4$.

$\boxed{11}$ Cycle de transformation

1) 

2) GP diatomique $C_V = \dfrac{5}{2} nR, C_p = \dfrac{7}{2} nR$ et $\gamma = 7/5$.

État	p	V	T
A	1.0 bar	5.0×10^{-2} m^3	298 K
B	2.8 bar	1.8×10^{-2} m^3	298 K
C	2.8 bar	2.4×10^{-2} m^3	400 K

Transfo.	ΔU	W	Q
AB isoth.	0	$-nRT_A \ln \dfrac{V_B}{V_A} = 5.1 \times 10^3$ J	$-W_{AB} = -5.1 \times 10^3$ J
BC isob.	$C_V \left(T_C - T_A\right) = 4.2 \times 10^3$ J	-1.7×10^3 J	$\Delta H_{BC} = C_p \left(T_C - T_A\right) = 5.9 \times 10^3$ J
CA adiab.	$C_V \left(T_A - T_C\right) = -4.2 \times 10^3$ J	$\Delta U_{CA} = -4.2 \times 10^3$ J	0

$W_{\text{cycle}} < 0$ donc cède du travail... c'est un moteur.

12 Échauffement d'une bille en mouvement dans l'air

1) Système : bille, référentiel terrestre supposé galiléen, la seule force subie par la bille est son poids. Ainsi le PFD projeté sur la verticale donne, en utilisant les conditions initiales $\dot{z}(0) = v_0$ et $z(0) = 0$:

$$\ddot{z} = -g \Rightarrow \dot{z} = -gt + v_0 \Rightarrow z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$$

L'altitude maximale est atteinte quand $v\left(t_{\max}\right) = 0 \Rightarrow t_{\max} = \dfrac{v_0}{g}$, donc l'altitude maximale s'écrit

$$h_0 = z\left(t_{\max}\right) = \frac{v_0^2}{2g}$$

2) L'énergie mécanique de la bille sans frottement est constante et peut s'écrire $E_{m,0} = mgh_0$ en évaluant l'expression de l'énergie mécanique au sommet de la trajectoire. D'autre part, l'énergie mécanique de la bille avec frottement vaut au sommet de sa trajectoire $E_m = mgh$. La différence de ces deux énergies mécaniques correspond à l'énergie perdue par frottement avec l'air $W_f = E_{m,0} - E_m = mg\left(h_0 - h\right)$. L'énoncé indique que la moitié de cette énergie est évacuée dans l'air, tandis que l'autre moitié est emmagasinée sous forme d'énergie interne dans la bille, donc

$$\Delta U = \frac{1}{2}mg\left(h_0 - h\right)$$

La bille est supposé incompressible et indilatable, elle vérifie donc la $1^{\text{ère}}$ loi de Joule et $\Delta U = mc\Delta T$. Alors l'échauffement de la bille s'écrit

$$\Delta T = \frac{g}{2c}\left(h_0 - h\right)$$

3) On trouve $h_0 \simeq 5.097$ m alors $\Delta T \simeq 1.2 \times 10^{-3}$ K.

13 Comment sucrer son café ?

Cette transformation se fait en contact avec l'atmosphère, elle est donc monobare. Un bilan d'enthalpie s'écrira donc $\Delta H = Q$.
Hypothèses :

- Supposons la transformation adiabatique, i.e. tasse calorifugée et/ou transformation suffisamment rapide pour négliger les transfert thermiques vers l'extérieur.
- Supposons les phases comme incompressibles et indilatables, la seconde loi de Joule est donc vérifiée.
- Supposons que la solubilisation est une transformation de chaleur latente nulle, en pratique cette chaleur latente est de $l_{\text{solub}} = 17.8$ kJ kg^{-1}.

Le bilan d'enthalpie s'écrit grâce aux hypothèses précédentes :

$$\Delta H = m_s c_s\left(T_f - T_s\right) + m_e c_e\left(T_f - T_e\right) = 0 \Rightarrow T_e = \frac{m_e c_e T_f + m_s c_s\left(T_f - T_s\right)}{m_e c_e}$$

Pour 20cl de café (soit 200 g d'eau) et un sucre de 5 g on trouve $T_e \simeq 50.25$°C.
En prenant en compte l'enthalpie de solubilisation on trouve

$$T_e = \frac{m_s c_s\left(T_f - T_s\right) + m_s l_{\text{solub}} + m_e c_e T_f}{m_e c_e} \simeq 50.35\text{°C}.$$

14 Apport d'énergie électrique

1) Équilibre mécanique $p_2 = p_1 = 2p_0 = 2.0$bar, évolution lente donc transferts thermiques terminés $T_2 = T_0 = 300$ K donc $V_2 = \dfrac{nRT_2}{p_2} = \dfrac{nRT_0}{2p_0} = \dfrac{V_0}{2} = 1.0$ L.

2) Conservation du volume $V_1 + V_2 = 2V_0$ donc $V_1 = 3V_0/2 = 3.0$ L. Alors $T_1 = \dfrac{p_1 V_1}{nR} = \dfrac{p_1 V_1}{p_0 V_0}T_0 = 3T_0 = 900$ K.

3) $\Delta U_1 = \dfrac{nR}{\gamma - 1}\left(T_1 - T_0\right) = \dfrac{p_0 V_0}{T_0}\dfrac{1}{\gamma - 1}\left(T_1 - T_0\right) = 1.0$ kJ, $\Delta U_2 = 0$.

4) $W_2 = -\int_{Ei}^{Ef} p\,\mathrm{d}V = -nRT_0 \int_{Ei}^{Ef} \dfrac{\mathrm{d}V}{V} = -nRT_0 \ln\dfrac{V_2}{V_0} = -\dfrac{p_0 V_0}{\ln}\dfrac{V_2}{V_0} = 70$ J et $W_1 = -W_2$.

5) Énergie reçue par (1) sous forme thermique $Q_1 = RI^2 \times \tau$ donc $\tau = \dfrac{Q_1}{RI^2} = \dfrac{\Delta U_1 - W_1}{RI^2} \simeq 43$ s.