
ENAC – 2026 – PHYSIQUE – CORRIGÉ

Corrigé proposé par Charles-Édouard LECOMTE.

Partie 1 : Cinématique d'une course

1. Le mouvement est circulaire, la vitesse de A et son accélération sont :

$$\vec{v}_A = R\omega_A \vec{u}_\theta \quad , \quad \vec{a}_A = -R\omega_A^2 \vec{u}_r + R\dot{\omega}_A \vec{u}_\theta$$

La composante radiale du vecteur vitesse est nulle, sa composante orthoradiale ne l'est pas (sauf si A est fixe). La composante radiale du vecteur accélération n'est pas nulle (sauf si A est fixe), sa composante orthoradiale est nulle si $\dot{\omega}_A = 0$, autrement dit si $\omega_A = \text{cte}$, autrement dit si $\|\vec{v}_A\| = \text{cte}$, autrement dit si le mouvement est uniforme.

réponses A et D

2. On a $\dot{\varphi}_A = \omega_A$, ω_A constant. Ainsi :

$$\varphi_A(t) = \omega_A t + K$$

Donc $\varphi_A(0) = K$, or $\varphi_A(0) = \pi/2$ donc $K = \pi/2$. Ainsi :

$$\varphi_A(t) = \omega_A t + \frac{\pi}{2}$$

De même :

$$\varphi_B(t) = \omega_B t$$

A fait n tours au moment t_n vérifiant :

$$\varphi_A(t_n) = 2n\pi + \frac{\pi}{2} \quad \text{soit} \quad t_n = \frac{2n\pi}{\omega_A}$$

À ce moment :

$$\varphi_B(t_n) = \omega_B \frac{2n\pi}{\omega_A}$$

B ne rattrape pas A si (et seulement si) $\varphi_B(t_n) < 2n\pi + \pi/2$. Soit :

$$\omega_B \frac{2n\pi}{\omega_A} < 2n\pi + \frac{\pi}{2} \quad \text{soit} \quad \frac{2n\pi}{2n\pi + \pi/2} < \frac{\omega_A}{\omega_B}$$

La condition est donc :

$$\omega_A > \omega_B \frac{2n\pi}{2n\pi + \pi/2} \quad \text{soit} \quad \boxed{\omega_m = \omega_B \frac{2n\pi}{2n\pi + \pi/2}} \quad \text{réponse } \boxed{\text{C}}$$

3. On a $\ddot{\varphi}_A = \alpha$, α constant. Ainsi :

$$\dot{\varphi}_A(t) = \alpha t + C$$

Donc $\dot{\varphi}_A(0) = C$, or $\dot{\varphi}_A(0) = 0$ donc $C = 0$. Ainsi :

$$\dot{\varphi}_A(t) = \alpha t$$

On intègre une seconde fois :

$$\varphi_A(t) = \frac{1}{2}\alpha t^2 + K$$

Donc $\varphi_A(0) = K$, or $\varphi_A(0) = \pi/2$ donc $K = \pi/2$. Ainsi :

$$\varphi_A(t) = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \frac{\pi}{2}$$

On a toujours :

$$\varphi_B(t) = \omega_B t$$

A fait un tour complet au moment t_f vérifiant :

$$\varphi_A(t_f) = 2\pi + \frac{\pi}{2} \quad \text{soit} \quad \frac{1}{2}\alpha t_f^2 = 2\pi \quad \text{d'où} \quad t_f = \sqrt{\frac{4\pi}{\alpha}}$$

À ce moment :

$$\varphi_B(t_f) = \omega_B \sqrt{\frac{4\pi}{\alpha}}$$

B ne rattrape pas A si (et seulement si) $\varphi_B(t_f) < 2\pi + \pi/2 = 5\pi/2$. Soit :

$$\omega_B \sqrt{\frac{4\pi}{\alpha}} < \frac{5\pi}{2} \quad \text{soit} \quad \omega_B^2 \frac{4\pi}{\alpha} < \frac{25\pi^2}{4}$$

La condition est donc :

$$\alpha > \omega_B^2 \frac{16}{25\pi} \quad \text{soit} \quad \boxed{\alpha_m = \frac{16}{25\pi} \omega_B^2} \quad \text{réponse } \boxed{\text{B}}$$

4. A ne rattrape pas B si (et seulement si) $\varphi_B(t_f) > \pi/2$. Soit :

$$\omega_B \sqrt{\frac{4\pi}{\alpha}} > \frac{\pi}{2} \quad \text{soit} \quad \omega_B^2 \frac{4\pi}{\alpha} > \frac{\pi^2}{4}$$

La condition est donc :

$$\alpha < \omega_B^2 \frac{16}{\pi} \quad \text{soit} \quad \boxed{\alpha_M = \frac{16}{\pi} \omega_B^2} \quad \text{réponse } \boxed{\text{C}}$$

5. On a $\dot{\varphi}_A = \omega_A > 0$ et $\dot{\varphi}_B = \omega_B = -|\omega_B|$. Avec les conditions initiales données, on obtient comme aux questions précédentes :

$$\varphi_A(t) = \omega_A t \quad \text{et} \quad \varphi_B(t) = -|\omega_B| t + \varphi_0$$

A et B se rencontrent lorsque les angles sont égaux à 2π près, autrement dit il existe un entier relatif k tel que :

$$\omega_A t = -|\omega_B| t + \varphi_0 + 2k\pi$$

Soit :

$$(\omega_A + |\omega_B|) t = \varphi_0 + 2k\pi$$

En considérant $\varphi_0 < 2\pi$, la première solution positive correspond à $k = 0$. Ainsi, la première rencontre correspond à $k = 0$, et la n -ième rencontre à $k = n + 1$. Ainsi :

$$t_n = \frac{\varphi_0 + 2(n-1)\pi}{\omega_A + |\omega_B|} \quad \text{soit} \quad t_n = \frac{\varphi_0 + 2\pi(n-1)}{\omega_A - \omega_B}$$

L'angle φ_n auquel se produit cette rencontre est $\varphi_A(t_n)$ soit :

$$\boxed{\varphi_n = \frac{\varphi_0 + 2\pi(n-1)}{\omega_A - \omega_B} \omega_A} \quad \text{réponse } \boxed{\text{A}}$$

6. On a là encore $\dot{\varphi}_A = \omega_A > 0$ et $\dot{\varphi}_B = \omega_B = -|\omega_B|$. Avec les conditions initiales données, on obtient comme aux questions précédentes :

$$\varphi_A(t) = \omega_A t \quad \text{et} \quad \varphi_B(t) = -|\omega_B| t$$

A et B se rencontrent la première fois lorsque :

$$\omega_A t = -|\omega_B| t + 2\pi$$

Soit :

$$t_1 = \frac{2\pi}{\omega_A + |\omega_B|} = \frac{2\pi}{\omega_A - \omega_B}$$

Pendant ce temps, le mobile A a parcouru :

$$d_1 = R\varphi_A(t_1) = R\omega_A t_1 = \frac{2\pi R\omega_A}{\omega_A - \omega_B}$$

Passé ce moment, les deux mobiles font demi-tour. Si on fixe l'origine des angles à leur nouveau point de départ, le problème est exactement le même. Le temps séparant t_1 et la deuxième rencontre et la distance parcourue dans l'intervalle seront les mêmes : $d_n = nd_1$ d'où :

$$\boxed{d_n = \frac{2\pi n R \omega_A}{\omega_A - \omega_B}} \quad \text{réponse } \boxed{\text{B}}$$

Partie 2 : Corpuscule dans une goulotte

7. On projette \vec{OA} dans la base (\vec{e}_X, \vec{e}_Y) , il n'a pas de composante en \vec{e}_Z . \vec{OA} est selon $-\vec{e}_Y$ si $\theta = 0$ et selon \vec{e}_X si $\theta = \pi/2$ ainsi :

$$\boxed{\vec{OA} = b \sin \theta \vec{e}_X - b \cos \theta \vec{e}_Y}$$

Le poids \vec{P} est dans le plan (\vec{e}_Y, \vec{e}_Z) , il n'a pas de composante en \vec{e}_X . \vec{P} est selon $-\vec{e}_Z$ si $\alpha = 0$ et selon $-\vec{e}_Y$ si $\alpha = \pi/2$ ainsi :

$$\boxed{\vec{P} = -mg \sin \alpha \vec{e}_Y - mg \cos \alpha \vec{e}_Z} \quad \text{réponse } \boxed{\text{A}} \text{ et } \boxed{\text{C}}$$

8. Le moment du poids par rapport à O est :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\mathcal{M}_O(\vec{P})} &= \vec{OA} \wedge \vec{P} = (b \sin \theta \vec{e}_X - b \cos \theta \vec{e}_Y) \wedge (-mg \sin \alpha \vec{e}_Y - mg \cos \alpha \vec{e}_Z) \\ &= -mgb \sin \theta \sin \alpha \vec{e}_Z + mgb \sin \theta \cos \alpha \vec{e}_Y + \vec{0} + mgb \cos \theta \cos \alpha \vec{e}_X \end{aligned}$$

On a alors :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_O(\vec{P})} = \begin{vmatrix} mgb \cos \alpha \cos \theta \\ mgb \cos \alpha \sin \theta \\ -mgb \sin \alpha \sin \theta \end{vmatrix} \quad \text{réponse } \boxed{\text{B}}$$

9. On a $\vec{R} = -R_r \vec{e}_r + R_Z \vec{e}_Z$. Le produit vectoriel $\vec{OA} \wedge \vec{e}_r$ est nul donc :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\mathcal{M}_O(\vec{R})} &= \vec{OA} \wedge \vec{R} = (b \sin \theta \vec{e}_X - b \cos \theta \vec{e}_Y) \wedge (R_Z \vec{e}_Z) \\ &= -bR_Z \sin \theta \vec{e}_Y - bR_Z \cos \theta \vec{e}_X \end{aligned}$$

On a alors :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_O(\vec{R})} = \begin{vmatrix} -bR_Z \cos \theta \\ -bR_Z \sin \theta \\ 0 \end{vmatrix} \quad \text{réponse } \boxed{\text{D}}$$

10. On se place en coordonnées polaires, le mouvement de A est circulaire donc :

$$\overrightarrow{OA} = b\vec{e}_r \quad \text{et} \quad \vec{v} = b\dot{\theta}\vec{e}_\theta$$

Ainsi :

$$\vec{\mathcal{L}}_O(A) = m(\overrightarrow{OA} \wedge \vec{v}) = mb^2\dot{\theta}\vec{e}_Z$$

D'après le théorème du moment cinétique, projeté sur \vec{e}_Z :

$$mb^2\ddot{\theta} = 0 - mgb \sin \alpha \sin \theta$$

Soit :

$$\ddot{\theta} + \frac{g \sin \alpha}{b} \sin \theta = 0$$

Remarquons que l'on retrouve l'équation du pendule logiquement si le dispositif est vertical, donc si $\alpha = \pi/2$. On a donc :

$$\boxed{\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0 \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \left(\frac{g \sin \alpha}{b}\right)^{1/2}} \quad \text{réponse } \boxed{\text{B}}$$

11. On multiplie par $\dot{\theta}$ l'équation du mouvement :

$$\ddot{\theta}\dot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta \dot{\theta} = 0 \quad \text{et on intègre :} \quad \frac{1}{2}\dot{\theta}^2 - \omega_0^2 \cos \theta = K$$

On utilise les conditions initiales :

$$K = \frac{1}{2}\dot{\theta}(0)^2 - \omega_0^2 \cos \theta(0) = 0 - \omega_0^2 \cos \theta_0$$

D'où :

$$\frac{1}{2}\dot{\theta}^2 = \omega_0^2 (\cos \theta - \cos \theta_0)$$

Soit :

$$\boxed{\dot{\theta} = \pm \sqrt{2}\omega_0 (\cos \theta - \cos \theta_0)^{1/2}} \quad \text{réponse } \boxed{\text{A}}$$

Remarquons que l'on doit retrouver $\dot{\theta} = 0$ si $\theta = \theta_0$, ce qui élimine B et D.

12. On applique le principe fondamental de la dynamique à A :

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R}$$

L'accélération de A est, comme le mouvement est circulaire :

$$\begin{aligned} \vec{a} &= -b\dot{\theta}^2\vec{e}_r + b\ddot{\theta}\vec{e}_\theta \\ &= -b(2\omega_0^2(\cos \theta - \cos \theta_0))\vec{e}_r + b\ddot{\theta}\vec{e}_\theta \\ &= -2g \sin \alpha (\cos \theta - \cos \theta_0)\vec{e}_r + b\ddot{\theta}\vec{e}_\theta \end{aligned}$$

Le poids est, comme $\vec{e}_Y = -\cos \theta \vec{e}_r + \sin \theta \vec{e}_\theta$:

$$\vec{P} = mg \sin \alpha \cos \theta \vec{e}_r - mg \sin \alpha \sin \theta \vec{e}_\theta - mg \cos \alpha \vec{e}_Z$$

Ainsi, la projection du PFD selon \vec{e}_r est :

$$-2mg \sin \alpha (\cos \theta - \cos \theta_0) = -R_r + mg \sin \alpha \cos \theta$$

$$R_r = mg \sin \alpha \cos \theta + 2mg \sin \alpha (\cos \theta - \cos \theta_0)$$

$$\boxed{R_r = mg \sin \alpha (3 \cos \theta - 2 \cos \theta_0)} \quad \text{réponse } \boxed{\text{D}}$$

Partie 3 : Associations de lentilles

13. L'énoncé précise que l'image est à gauche de \mathcal{L}_1 : elle est virtuelle. Pour une lentille convergente, une image virtuelle ne peut être obtenue qu'avec un objet réel (dans une situation d'objet virtuel, les rayons arrivent convergents sur la lentille, ils convergent donc en un point à droite de la lentille, plus proche que la position de l'objet virtuel). On peut également le voir avec la formule de conjugaison :

$$\overline{O_1A'} = \frac{\overline{O_1A}f'_1}{\overline{O_1A} + f'_1} > 0 \quad \text{si} \quad \overline{O_1A} > 0 \quad \text{car} \quad f'_1 > 0$$

réponses A et D

14. On utilise la relation de conjugaison de Descartes et le grandissement transversal, pour obtenir :

$$\overline{O_1A_1} = \frac{\overline{O_1A}f'_1}{\overline{O_1A} + f'_1} = \frac{(-25) \times 50}{-25 + 50} = -50 \text{ cm}$$

$$\overline{A_1B_1} = \frac{\overline{AB}f'_1}{\overline{O_1A} + f'_1} = \frac{1 \times 50}{-25 + 50} = 2 \text{ cm}$$

réponses B et D

15. A priori, l'énoncé parle de l'image finale. Deux lentilles identiques accolées se comportent comme une seule de focale $f'_1/2$. En effet, en notant A' l'image intermédiaire et A_1 l'image finale (les centres optiques sont confondus) :

$$\frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f'_1} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A'}} = \frac{1}{f'_1}$$

En sommant ces deux égalités, on a :

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{2}{f'_1}$$

D'où :

$$\overline{O_1A_1} = \frac{\overline{O_1A} \times f'_1/2}{\overline{O_1A} + f'_1/2} = \frac{(-25) \times 50/2}{-25 + 50/2} = \infty \quad \text{réponse} \quad \text{D}$$

16. On utilise la relation de conjugaison de Descartes et le grandissement :

$$\overline{O_1A_1} = \frac{\overline{O_1A}f'_1}{\overline{O_1A} + f'_1} = \frac{(-100) \times 50}{-100 + 50} = 100 \text{ cm}$$

$$\overline{A_1B_1} = \frac{\overline{AB}f'_1}{\overline{O_1A} + f'_1} = \frac{1 \times 50}{-100 + 50} = -1 \text{ cm}$$

Ainsi $\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} = -40 + 100 = 60 \text{ cm}$ d'où :

$$\overline{O_2A_2} = \frac{\overline{O_2A_1}f'_2}{\overline{O_2A_1} + f'_2} = \frac{60 \times (-10)}{60 - 10} = -12 \text{ cm}$$

$$\overline{A_2B_2} = \frac{\overline{A_1B_1}f'_2}{\overline{O_2A_1} + f'_2} = \frac{-1 \times (-10)}{60 - 10} = +0,2 \text{ cm} = 2 \text{ mm}$$

réponses A et C

17. L'image intermédiaire est dans le plan focal image de \mathcal{L}_1 soit :

$$\boxed{\overline{O_1A_1} = f'_1 = 50 \text{ cm}}$$

Ainsi $\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} = -40 + 50 = 10 \text{ cm}$. L'image intermédiaire est dans le plan focal objet de \mathcal{L}_2 : l'image finale est **à l'infini**.

réponses B et C

Remarquons que le système proposé est afocal : c'est une lunette de Galilée.

18. Lorsque l'on rapproche l'objet, on forme une image réelle plus loin que le plan focal image de \mathcal{L}_1 qui est aussi le plan focal objet de \mathcal{L}_2 . L'image intermédiaire $\overline{A_1B_1}$ se déplace vers la droite. Cet image intermédiaire constitue un objet virtuel pour la lentille \mathcal{L}_2 . Plus $\overline{O_1A_1}$ est grand, plus l'image finale se rapproche du plan focal image de \mathcal{L}_2 : l'image finale $\overline{A_2B_2}$ se déplace aussi vers la droite. On peut le voir avec les formules de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{\overline{O_1A}} + \frac{1}{f'_1}$$

Si $\overline{O_1A}$ augmente (déplacement vers la gauche), $\frac{1}{\overline{O_1A_1}}$ baisse donc $\overline{O_1A_1}$ augmente. Ainsi : $\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1}$ augmente aussi et on peut faire le même raisonnement pour la seconde lentille.

réponse B

Partie 4 : Transformations d'un gaz

19. On a, en notant n la quantité de matière de gaz enfermée dans le piston et m_{gaz} sa masse :

$$p_1 = \frac{nRT_1}{V_1} = \frac{m_{\text{gaz}}RT_1}{MV_1} \quad \text{soit} \quad \boxed{p_1 = \frac{\rho_1 RT_1}{M}}$$

À l'équilibre mécanique, le piston étant de masse négligeable, on a $p_0 = p_1$. D'après la loi des gaz parfaits :

$$\boxed{V_1 = \frac{nRT_1}{p_0}} \quad \text{réponses} \quad \boxed{\text{A}} \quad \text{et} \quad \boxed{\text{D}}$$

20. La transformation est adiabatique (mais pas quasi-statique) et monobare. Il y a équilibre à la fin de la transformation donc la pression imposée tout au long de celle-ci est p_2 (égale à $p_0 + mg/A$ – non demandé). Le travail est alors :

$$W = \int_{V_1}^{V_2} -p_2 dV = -p_2 (V_2 - V_1)$$

Soit :

$$\boxed{W = p_2 (V_1 - V_2)}$$

On a par ailleurs, l'évolution étant adiabatique :

$$W = \Delta U = C_V (T_2 - T_1) = \frac{nRT_2 - nRT_1}{\gamma - 1}$$

Ainsi, on a également :

$$\boxed{W = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{\gamma - 1}} \quad \text{réponses} \quad \boxed{\text{A}} \quad \text{et} \quad \boxed{\text{C}}$$

21. D'après le premier principe, les parois étant athermanes :

$$\Delta U = W \quad \text{soit} \quad nC_{V,m}(T_2 - T_1) = p_2V_1 - p_2V_2$$

Ainsi :

$$T_2 = T_1 + \frac{p_2V_1}{nC_{V,m}} - \frac{p_2V_2}{nC_{V,m}}$$

Or :

$$\frac{p_2V_2}{nC_{V,m}} = \frac{nRT_2}{nR/(\gamma - 1)} = \gamma T_2 - T_2$$

D'où :

$$T_2 = T_1 + \frac{p_2V_1}{nC_{V,m}} - \gamma T_2 + T_2$$

On peut alors conclure en utilisant $C_{p,m} = \gamma C_{v,m}$:

$$\boxed{T_2 = \frac{T_1}{\gamma} + \frac{p_2V_1}{nC_{p,m}}} \quad \text{réponse } \boxed{\text{D}}$$

22. La question est un peu mal posée. L'énoncé ne permet d'affirmer que la transformation est **monobare**. En pratique, elle est probablement isobare (et irréversible) car l'équilibre mécanique est assez rapide à établir (par rapport à un chauffage). Elle n'est pas contre certainement pas isotherme ni adiabatique.

réponse $\boxed{\text{C}}$

23. Le système reçoit un transfert thermique de la part de la résistance chauffante :

$$Q = \mathcal{P}\tau = \frac{E^2}{r}\tau$$

La transformation étant monobare à pression p_2 :

$$W = \int_{V_2}^{V_3} -p_2 dV = -p_2(V_3 - V_2)$$

D'où :

$$\boxed{\mathcal{E}^{(r)} = \frac{E^2}{r}\tau - p_2(V_3 - V_2)} \quad \text{réponse } \boxed{\text{D}}$$

24. La transformation est monobare, l'équilibre mécanique est atteint au début et à la fin de la transformation, on peut appliquer le premier principe enthalpique :

$$\Delta H = nC_{p,m}(T_3 - T_2) = Q = \frac{E^2}{r}\tau$$

D'où :

$$\boxed{T_3 = T_2 + \frac{E^2\tau}{nrC_{p,m}}}$$

Par ailleurs :

$$\Delta U = nC_{V,m}(T_3 - T_2) = \mathcal{E}^{(r)} \quad \text{d'où} \quad \boxed{T_3 = T_2 + \frac{\mathcal{E}^{(r)}}{nC_{V,m}}} \quad \text{réponses } \boxed{\text{C}} \text{ et } \boxed{\text{D}}$$

Partie 5 : Électrocinétique des régimes transitoires

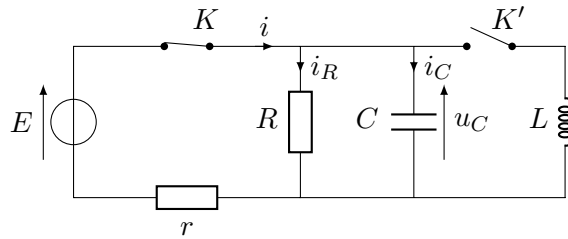
25. Le condensateur est initialement déchargé donc $u_C(0^-) = 0$. La tension aux bornes d'un condensateur ne peut varier brutalement :

$$u_C(0^+) = 0$$

En régime permanent, le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert. Les résistances R et r sont alors parcourues par le même courant, on peut appliquer le pont diviseur de tension (u_C est la tension aux bornes de la résistance R) :

$$u_C(\infty) = \frac{R}{r+R}E \quad \text{réponses } \boxed{A} \text{ et } \boxed{D}$$

26. On flèche les courants :



On a :

$$i = i_R + i_C = \frac{u_C}{R} + C \frac{du_C}{dt}$$

La loi des mailles est $E = ri + u_C$ donc :

$$E = r \frac{u_C}{R} + rC \frac{du_C}{dt} + u_C = rC \frac{du_C}{dt} + \frac{r+R}{R}u_C$$

D'où :

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{r+R}{RrC}u_C = \frac{E}{rC}$$

On identifie :

$$\tau_2 = rC \quad \text{et} \quad \tau_1 = \frac{r}{r+R}RC \quad \text{réponses } \boxed{B} \text{ et } \boxed{C}$$

27. La forme générale de la solution de cette équation différentielle est la somme de la solution de l'équation homogène et d'une solution particulière :

$$u_C(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) + \frac{\tau_2}{\tau_1}E = A \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) + \frac{R}{r+R}E$$

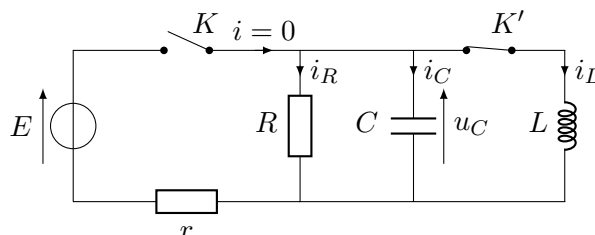
Ainsi :

$$u_C(0) = A + \frac{R}{r+R}E$$

Or $u_C(0) = 0$ donc $A = -\frac{R}{r+R}E$ d'où :

$$u_C(t) = \left(\frac{R}{r+R}\right) \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right)\right) E \quad \text{réponse } \boxed{B}$$

28. On flèche les courants :



D'après la loi des nœuds, K étant ouvert :

$$i_R + i_L + i_C = 0$$

On dérive pour utiliser la loi de la bobine :

$$\frac{di_R}{dt} + \frac{di_L}{dt} + \frac{di_C}{dt} = 0$$

avec $i_R = \frac{u_C}{R}$, $u_C = L \frac{di_L}{dt}$ et $i_C = C \frac{du_C}{dt}$:

$$\frac{1}{R} \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{L} + C \frac{d^2 u_C}{dt^2} = 0$$

D'où :

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$

On identifie :

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad , \quad \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{R} C \quad \text{et} \quad \omega_0^2 E_0 = 0$$

Ainsi :

$$\boxed{\omega_0 = (LC)^{-1/2} \quad \text{et} \quad E_0 = 0} \quad \text{réponses } \boxed{\text{A}} \text{ et } \boxed{\text{C}}$$

29. On identifie ensuite $Q = RC\omega_0 = RC(LC)^{-1/2}$ soit :

$$\boxed{Q = R \left(\frac{C}{L} \right)^{1/2}} \quad \text{réponse } \boxed{\text{A}}$$

30. En régime pseudo-périodique, les racines de l'équation caractéristique $r^2 + \frac{\omega_0}{Q}r + \omega_0^2 = 0$ sont complexes :

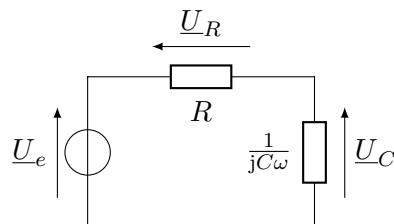
$$r_{\pm} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\omega_0^2}{4Q^2}} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j\omega_a$$

La solution générale de l'équation est :

$$\boxed{u_C(t) = \exp\left(-\frac{\omega_0}{2Q}t\right) [A \cos(\omega_a t) + B \sin(\omega_a t)]} \quad \text{réponse } \boxed{\text{C}}$$

Partie 6 : Régime sinusoïdal forcé établi

31. En régime sinusoïdal forcé, on remplace les composants par leurs impédances et les signaux par leurs amplitudes complexes :



La résistance R et le condensateur C sont en série ; d'après le pont diviseur de tension :

$$\underline{U}_C = \frac{1/(jC\omega)}{1/(jC\omega) + R} \underline{U}_e = \frac{1}{1 + jRC\omega} \underline{U}_e \quad \text{et} \quad \underline{U}_R = \frac{R}{1/(jC\omega) + R} \underline{U}_e = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} \underline{U}_e$$

Ainsi :

$$\frac{|U_R|}{|U_C|} = RC\omega$$

Or :

$$\frac{|U_R|}{|U_C|} = \frac{u_{R,m}}{u_{C,m}}$$

D'où :

$$\omega = \frac{1}{RC} \frac{u_{R,m}}{u_{C,m}} = \frac{1}{200 \times 5 \cdot 10^{-6}} \times \frac{4}{2} = 2 \cdot 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

réponse B

32. On a :

$$u_m = \sqrt{1 + (RC\omega)^2} u_{C,m}$$

Comme $RC\omega = u_{R,m}/u_{C,m}$:

$$u_m = 2\sqrt{1 + 2^2} = 2\sqrt{5} \text{ V} \quad \text{réponse } \input{checkbox} \text{ C}$$

33. Le condensateur et la résistance sont parcourus par le même courant, on obtient là encore :

$$\frac{|U_R|}{|U_C|} = \frac{RI}{I/(C\omega')} = RC\omega'$$

$$\omega' = \frac{1}{RC} \frac{u_{R,m}}{u_{C,m}} = \frac{1}{200 \times 5 \cdot 10^{-6}} \times \frac{4}{2} = 2 \cdot 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

réponse B

34. On fait le même raisonnement entre la bobine et la résistance, parcourues par le même courant :

$$\frac{|U_L|}{|U_R|} = \frac{L\omega'I}{RI} = \frac{L\omega'}{R}$$

$$u_{L,m} = \frac{L\omega'}{R} u_{R,m} = \frac{10^{-2} \times 2000}{200} \times 4 = 0,4 \text{ V} = 400 \text{ mV}$$

réponse C

35. Le plus simple est probablement d'utiliser $u_{C,m}$:

$$U_C = \frac{1/(jC\omega)}{R + 1/(jC\omega) + jL\omega} U_e = \frac{1}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega} U_e$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} u_{C,m} &= \frac{1}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2}} u'_m \\ u'_m &= \sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2} u_{C,m} \\ &= \sqrt{(1 - 10^{-2} \times 5 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^6)^2 + 2^2} \times 2 \\ &= \sqrt{(1 - 0,2)^2 + 4} \times 2 = \sqrt{4,64} \times 2 = 4,3 \text{ V} \end{aligned}$$

On peut retenir :

$$u'_m \approx 4 \text{ V} \quad \text{réponse } \input{checkbox} \text{ B}$$

36. À la fréquence de propre du circuit, $\omega_{\text{res}} = 1/\sqrt{LC}$ d'où :

$$U_C = \frac{1}{jRC\omega_{\text{res}}} U_e$$

d'où :

$$u_{C,\text{res}} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} u''_m = \frac{1}{200} \sqrt{\frac{10^{-2}}{5 \cdot 10^{-6}}} \times 10 = \frac{10}{2\sqrt{5}} = \sqrt{5} \text{ V} \approx 2,2 \text{ V}$$

Ensuite, à la fréquence de résonance $1/(C\omega_{\text{res}}) = L\omega_{\text{res}}$:

$$U_R = \frac{R}{R + 1/(jC\omega_{\text{res}}) + jL\omega_{\text{res}}} U_e = U_e$$

Soit :

$$u_{R,\text{res}} = 10 \text{ V} \quad \text{réponses } \input{checkbox} \text{ B et } \input{checkbox} \text{ C}$$