

Exemple d'analyse dimensionnelle

Exercice : Expression de la vitesse de la lumière

On rappelle que par définition, l'intensité i du courant électrique est liée à la charge δq traversant un conducteur pendant un intervalle de temps dt par la relation $i = \frac{\delta q}{dt}$.

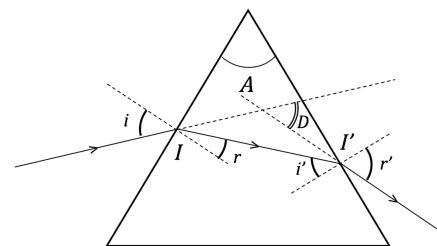
- 1) La force s'exerçant entre deux particules chargées de charges q_1 et q_2 distantes de r a pour expression : $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}$ où $\vec{u}$ est un vecteur unitaire. En déduire la dimension de la permittivité du vide ϵ_0 en fonction des dimensions de base.
- 2) La force de Lorentz subie par une charge q en mouvement à une vitesse $\vec{v}$ dans un champ magnétique $\vec{B}$ est $\vec{F} = qvB \sin \varphi \vec{u}$ où φ est l'angle que font entre eux les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{B}$ et $\vec{u}$ un vecteur unitaire orthogonal à $\vec{v}$ et $\vec{B}$. En déduire la dimension de B .
- 3) Le champ magnétique créé à une distance R par un conducteur rectiligne parcouru par un courant d'intensité I se calcule par la relation $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$ où μ_0 est une constante fondamentale appelée perméabilité du vide. En déduire la dimension de μ_0 .
- 4) Les ondes électromagnétiques (et en particulier la lumière) se propagent dans le vide avec une célérité c vérifiant $c = \epsilon_0^\alpha \mu_0^\beta$. Déterminer α et β en utilisant vos réponses aux questions précédentes.

DM : Étude d'un prisme

- 1) Qu'appelle-t-on approximation de l'optique géométrique ? Quelle est sa validité ? Citer un exemple où l'approximation n'est plus valable.

On considère le prisme d'indice n ci-contre, sur lequel arrive un rayon incident. *Le rayon incident se situe dans le plan de la coupe, ce sera donc le cas pour tous les rayons réfractés.*

- 2) Justifier la phrase en italique
- 3) Donner la relation liant i, r et n . On pourra se référer dans la suite à cette relation en parlant de la relation (1).
- 4) Donner la relation, appelée (2), liant i', r' et n .
- 5) Par un raisonnement géométrique, trouver la relation (3) entre A, r et i' .
- 6) Montrer que $D = i - i' + r' - r$.
- 7) Trouver la relation (4) entre A, D, i et r' .



Émergence du faisceau

- 8) Peut-il y avoir réflexion totale sur la face d'entrée du prisme ? Justifier. Si oui, exprimer l'angle d'incidence limite i_{lim} .
- 9) Peut-il y avoir réflexion totale sur la face de sortie du prisme ? Justifier. Si oui, exprimer l'angle d'incidence limite i'_{lim} .
- 10) Donner la condition sur i' pour qu'il y ait un faisceau réfracté. En déduire la condition sur r , puis sur i .

Déviation par un prisme

- 11) Expérimentalement, on constate que lorsque l'on fait varier l'angle d'incidence, la déviation varie également et elle atteint un minimum pour une certaine valeur de i . Dans cette configuration, on peut montrer que $i = r'$ et $i' = r$. Quelle symétrie possède alors le trajet du rayon lumineux ?
- 12) On appelle D_m l'angle de déviation minimal. Exprimer i en fonction de A et de D_m .
- 13) Donner une relation entre D_m, A et n .
- 14) Pour un prisme d'angle $A = 60^\circ$, on mesure un angle $D_m = 58^\circ$, que l'on arrondira à $D_m = 60^\circ$. Déterminer la valeur de n .