

Chauffage d'un lingot

1) D'après la loi de Fourier :

$$[\vec{j} \cdot \vec{Th}] = W m^{-2}$$

$$\text{Et } [\vec{\text{grad}} T] = K m^{-1}$$

$$\Rightarrow [k] = \frac{[\vec{j} \cdot \vec{Th}]}{[\vec{\text{grad}} T]} = W m^{-1} K^{-1} = J s^{-1} m^{-1} K^{-1} \quad (1)$$

Le Joule n'est pas 1 unité fondamentale. $E = \frac{1}{2} m v^2$ donne

$$J = kg m^2 s^{-2} \Rightarrow [k] = \begin{cases} kg m s^{-3} K^{-1} \\ \text{ou} \\ M L T^{-3} \theta^{-1} \end{cases} \quad (1)$$

en J

2) on a $[C_p] = \left[\frac{1}{m} \frac{dH}{dT} \right] = kg^{-1} J K^{-1}$, en remplaçant le joule :

$$[C_p] = \begin{cases} m^2 s^{-2} K^{-1} \\ \text{ou} \\ L^2 T^{-2} \theta^{-1} \end{cases} \quad (1)$$

3) $t = A \rho^a k^b \ell^d$ donne en dimensions :

$$\Delta = (m^2 s^{-2} K^{-1})^a (kg m^{-3})^b (kg m s^{-3} K^{-1})^c (m)^d$$

on raisonne sur chaque unité :

$$\bullet \text{ kg : } 0 = b + c \Rightarrow \underline{b = -c} \quad (3)$$

$$\bullet \Delta : 1 = -2a - 3c$$

$$\bullet K : 0 = -a - c \Rightarrow \underline{a = -c}$$

$$\bullet m : 0 = 2a - 3b + c + d \Rightarrow \underline{d = 2}$$

Finalement, $t = A \frac{C_p \rho \ell^2}{k}$

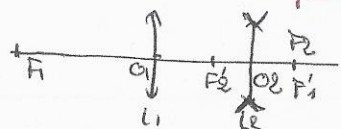
Exercice 1 : Le Périscope (ENAC 2024)

1. $AB \infty \xrightarrow{M_1} A_1B_1 \infty \xrightarrow{M_2} A_2B_2 \infty \xrightarrow{L_1} F_1 = F_2 \xrightarrow{L_2} A'B'_1 \infty$

D'après ce schéma, on observe que par que l'œil n'accomode pas après L_2 , l'image finale doit être à l' ∞ . Donc l'objet doit être situé dans le plan focal de L_2 , en F_2 .

En regardant en avant de L_1 , l'objet de L_1 est à l' ∞ , donc son image par L_1 se trouve dans le plan focal image de L_1 , en F_1 .

On doit donc avoir F_1 confondu avec F_2 . (1)



On en conclut que $e = \overline{O_1O_2}$
 $e = \overline{O_1F_1} + \overline{F_1'O_2}$
 $e = f_1' + \overline{F_2'O_2}$
 (1) $e = f_1' + f_2$

AN : $e_0 = 0,875 \text{ m}$ (1)

2. $e < e_0$

$A_2B_2 \infty \xrightarrow{L_1} F_1 \xrightarrow{L_2} A'B'$ En appliquant la relation de conjugaison de Newton à L_2 , on obtient : $\overline{F_2A'} \cdot \overline{F_2A_2} = -f_2^2$

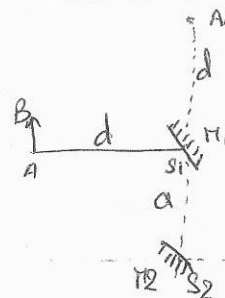
Si $e < e_0, \overline{F_2F_1} > 0$
 $\Rightarrow \overline{F_2A'} < 0$ L'image de AB par S_p est virtuelle (car en avant de L_2).

L'œil peut l'observer en accommodant.

3. $AB \xrightarrow{M_1} A'B' \xrightarrow{M_2} A''B'' \xrightarrow{L_1} AB_1$

Par les propriétés de symétrie de l'objet et de l'image d'un miroir plan :

Si $A = d \Rightarrow \underline{S_1A' = d}$; De même par M_2 : $\underline{S_2A'' = S_2A'}$
 $\Rightarrow \underline{S_2A'' = a + d}$



d'où $\overline{O_1A''} = \overline{O_1S_2} + \overline{S_2A''}$
 $= +b + a + d$ (1)

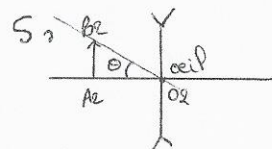
En appliquant la relation de conjugaison de Descartes à L_2 :

$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A''}} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow \frac{1}{p_1} - \frac{1}{a+d+b} = \frac{1}{f_1}$
 $\Rightarrow \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{a+d+b} = \frac{a+d-f_1+b}{f_1(a+d+b)}$

Soit $\underline{p_1 = \frac{f_1(a+d+b)}{a+d-f_1+b}}$ (1)

4. Grandissement $\gamma = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A''}} = \frac{p_1}{f_1(b+a+d)}$

Soit $\underline{A_1B_1 = -\frac{f_1}{a+d-f_1+b} AB}$ (1)



$\tan \theta = \frac{A_2B_2}{A_2O_2} = \frac{A_2B_2}{d_m} \approx \theta$ car θ petit.

AN : $\underline{\theta \approx 4 \cdot 10^{-3} \text{ rad}}$ (2)

Pouvoir de résolution de l'œil : $3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$.
 θ est plus de 10 fois plus grand. (1)

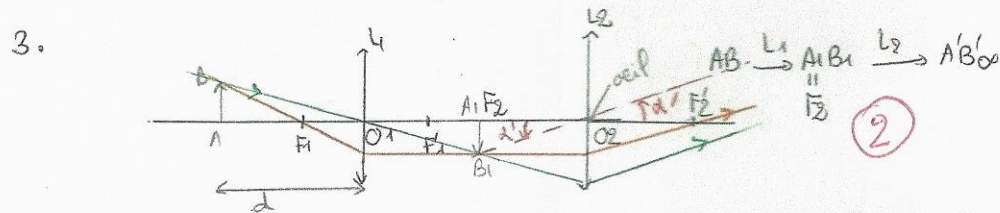
Exercice 2: Microscopie optique

(Banque PT 2017)

1. Les conditions de Gauss consistent à ne garder que les rayons paraxiaux, c'est-à-dire ceux qui sont proches de l'axe optique, et peu inclinés par rapport à cet axe. (1)

2. $\Delta = \overline{F_1 F_2} = \overline{F_1 O_1} + \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 F_2} = -f_1' + D_0 - f_2'$ (2)

$\Delta = D_0 - (f_1' + f_2')$ AN: $\Delta = 100 \text{ mm}$



- a) En appliquant la relation de conjugaison de Descartes à la lentille 1: $\frac{1}{\overline{O_1 F_2}} - \frac{1}{-d} = \frac{1}{f_1'} \Rightarrow d = \frac{f_1' \cdot \overline{O_1 F_2}}{\overline{O_1 F_2} - f_1'}$

or $\overline{O_1 F_2} = \overline{O_1 F_1} + \overline{F_1 F_2} = f_1' + \Delta$ (2)
on a donc $d = \frac{f_1' (f_1' + \Delta)}{\Delta}$ AN: $d = 5,25 \text{ mm}$ (1)

b) Par définition, $\gamma_1 = \frac{\overline{O_1 F_2}}{-d} = \frac{f_1' + \Delta}{-d} = \gamma_1$ AN: $\gamma_1 = -20$ (2)

- c) Cette position de l'objet, avec une image intermédiaire dans le plan focal de t_2 , permet d'obtenir une image à l'infini en sortie du microscope. Ainsi, l'œil n'accomode pas. (1)

d) voir ci-dessus.

4. Grossissement $G = \left| \frac{d'}{d} \right|$

$\tan d = \frac{AB}{D} \approx d$ (angle petit)

$\tan d' = \frac{A_1 B_1}{f_2'} = d'$

dans le triangle $O_2 F_2 B_1$.

soit $\left| \frac{d'}{d} \right| = \frac{A_1 B_1}{AB} \cdot \frac{D}{f_2'} = |\gamma_1| \cdot \frac{D}{f_2'} \Rightarrow G = \frac{(f_1' + \Delta) \cdot D}{d f_2'}$ (2)

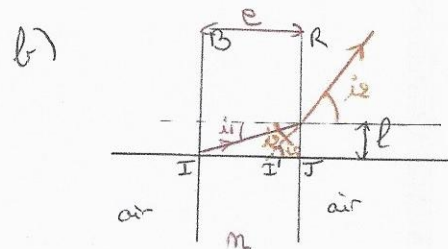
AN: $G = 333$ (1)

5. a) Pour aller de la position 1 à la position 2, il faut visser de 40 graduations pour revenir à 0 + 2 comme indiquées sur la figure, soit 42 graduations.

1 graduation à droite correspond à 0,01 mm (c'est d'ailleurs la précision de la mesure).

La valeur de ϵ est estimée à $42 \times 0,01 \pm 0,01 \text{ mm}$

soit $\epsilon = 420 \mu\text{m} \pm 10 \mu\text{m}$ (1)



D'après la loi de Snell-Descartes sur la réfraction:

$n \sin i_1 = n \sin i_2$ ($n_{\text{air}} = 1$)

Dans les conditions de Gauss (i_1 et i_2 petits): $m i_1 = i_2$ (*)

Par ailleurs, $\tan i_1 = \frac{l}{e} = i_1$ et $\tan i_2 = \frac{l}{I'J} = i_2$

soit $\frac{m l}{e} \approx \frac{l}{I'J}$ (avec la relation (*))

$\Rightarrow I'J = \frac{e}{m}$

(3)

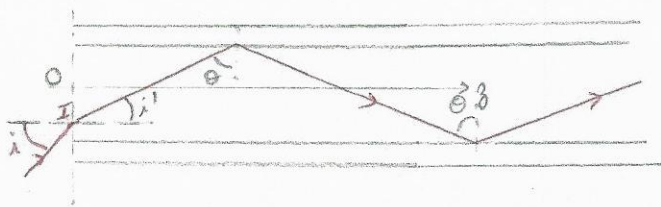
I' est l'image de I (pashille bleue). On a donc $\epsilon = I'J = \frac{e}{m}$

soit $\epsilon = m \epsilon$ AN: $e = 630 \mu\text{m} \pm 15 \mu\text{m}$.

Problème 3 : Etude d'une fibre optique (GZE, BCPST, 2022)

1. le phénomène physique qui se produit en I et la réfraction.

En P, il y a réflexion totale du rayon lumineux.

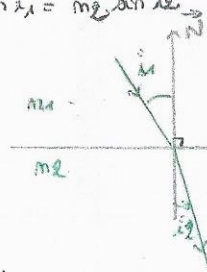


(3)

2. Lois de la réfraction de Snell-Descartes :

• le rayon réfracté est dans le plan d'incidence,

• on a la relation $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$



(2)

Le plan d'incidence est défini par le plan contenant le rayon incident et la normale au dioptre.

3. D'après la relation ci-dessus :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

si $n_1 > n_2$, $i_2 > i_1$

Il existe alors une valeur maximale de i_{lim} pour laquelle il y aura réfraction ($i_{\text{max}} = \frac{\pi}{2}$) : $n_1 \sin i_{\text{lim}} = n_2 \sin \frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow \sin i_{\text{lim}} = \frac{n_2}{n_1}$$

Si l'angle i_1 est supérieur à i_{lim} , alors il y aura le phénomène de réflexion totale.

Conclusion : les conditions attendues par qu'il y ait réflexion totale

sont : $n_2 < n_1$ et $i > i_{\text{lim}}$ avec $\sin i_{\text{lim}} = \frac{n_2}{n_1}$

(2)

4. Dans la fibre optique, on doit avoir $n_1 \sin \theta > n_2$ par observer la réflexion totale.

$$\text{or } \theta = \frac{\pi}{2} - i' \quad (\text{propriété des angles d'un triangle rectangle})$$

et $n_1 \sin i = n_2 \sin i'$ (réfraction à l'entrée de la fibre).

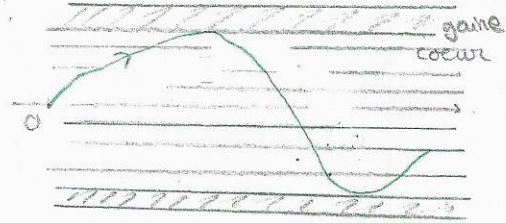
$$\text{donc } \sin i = n_2 \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) = n_2 \cos \theta = n_2 \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$$

$$\Rightarrow \sin i < n_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2} \quad (2)$$

$$5. \quad \sin \theta = n_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2} \quad (1)$$

$$6. \quad \sin \theta = 0,36 \quad i_{\text{max}} = 21,3^\circ \quad (2)$$

7.



$n(r) = n_1 - (n_1 - n_2) \frac{r^2}{a^2}$
plus r augmente, plus n diminue :
 $n(r=0) = n_1$
 $n(r=a) = n_2$.

On peut considérer que le rayon subit des réfractions à chaque strate, augmentant l'angle de réfraction, puisque n diminue, du centre du cœur à la gaine. D'où le schéma ci-dessus. Le rayon est courbé, et non réfléchi de manière "anguleuse".

(2)