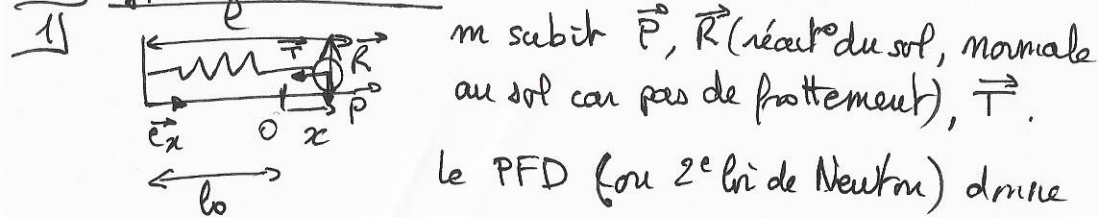


Oscillateur harmonique

I) Système masse ressort

Mise en équation



m subit $\vec{P}$, $\vec{R}$ (réact° du sol, normale au sol car pas de frottement), $\vec{T}$.

le PFD (ou 2^e loi de Newton) donne

en projection sur $\vec{e}_x$: $m\ddot{x} = -k(l - l_0) = -kx$
 soit $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ (1)

2) (1) a pour solution générale $x = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t$
 avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$. A et B déterminés par les CI:

• $x(0) \stackrel{SG}{=} A \stackrel{CI}{=} x_0$

• $\dot{x}(t) = -\omega_0 A \sin \omega_0 t + B \omega_0 \cos \omega_0 t \Rightarrow \dot{x}(0) \stackrel{SG}{=} B \stackrel{CI}{=} 0$

Donc $x(t) = x_0 \cos \omega_0 t$

3) De même: $x(0) \stackrel{CI}{=} 0 \stackrel{SG}{=} A$

$\dot{x}(0) \stackrel{CI}{=} v_0 \stackrel{SG}{=} B \omega_0$

$\Rightarrow x(t) = \frac{v_0}{\omega_0} \sin \omega_0 t$

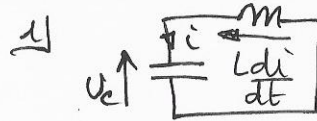
4) $E_{p_r} = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k (l - l_0)^2$

5) $E_m = E_{p_r} + E_c = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2$

6) $\frac{dE_m}{dt} = m \dot{x} \ddot{x} + k x \dot{x} = \dot{x} (m \ddot{x} + k x)$
 0 d'après (1)

6) Conservation de l'énergie méca car pas de force non conservative

II) Circuit LC

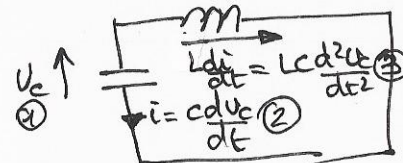


Loi des mailles: $U_c + L \frac{di}{dt} = 0$

or $U_c = \frac{q}{C}$, $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{q}{C} + L \frac{d^2 q}{dt^2} = 0$

$\Leftrightarrow \ddot{q} + \omega_0 q = 0$ (1) avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

2) Comme $U_c = \frac{q}{C}$, (1) $\Leftrightarrow C(\ddot{U}_c + \omega_0^2 U_c) = 0$, soit $\ddot{U}_c + \omega_0^2 U_c = 0$
 on peut aussi raisonner sur le dessin, dans l'ordre ① ② ③, puis loi des mailles



3) Sol générale: $U_c(t) = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t$

CI: • $t < 0$ circuit ouvert $\Rightarrow i(0^-) = 0 \xrightarrow[\text{bobine}]{\text{continuité}} i(0^+) = C \frac{dU_c}{dt}(0^+)$
 • $t < 0$ $q = q_0 \Rightarrow q(0^+) \xrightarrow[\text{condensateur}]{\text{continuité}} q(0^-) = q_0 = C U_c(0^+)$

d'où $A = \frac{q_0}{C}$, et $C \frac{dU_c}{dt} = C[-A \omega_0 \sin \omega_0 t + B \omega_0 \cos \omega_0 t]$

donc $C \frac{dU_c}{dt}(0^+) = C B \omega_0 \stackrel{CI}{=} 0$

Donc $U_c(t) = \frac{q_0}{C} \cos \omega_0 t$

4) avec $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{LC} \stackrel{AN}{=} 6,2 \times \sqrt{10^{-3} \times 4 \times 10^{-9}} = 12 \times 10^{-6} \text{ s} = 1,2 \times 10^{-5} \text{ s}$

5) $E_{\text{tot}} = E_c + E_L = \frac{1}{2} C U_c^2 + \frac{1}{2} L i^2$, or $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU_c}{dt} = q_0 \omega_0 \sin \omega_0 t$

$\Rightarrow E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} C \left(\frac{q_0}{C} \cos \omega_0 t \right)^2 + \frac{1}{2} L \left(q_0 \omega_0 \sin \omega_0 t \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C} \cos^2 \omega_0 t + \frac{1}{2} \underbrace{L \omega_0^2}_{1/C} q_0^2 \sin^2 \omega_0 t$
 $= \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C} (\underbrace{\cos^2 + \sin^2}_1) = \text{cte}$