

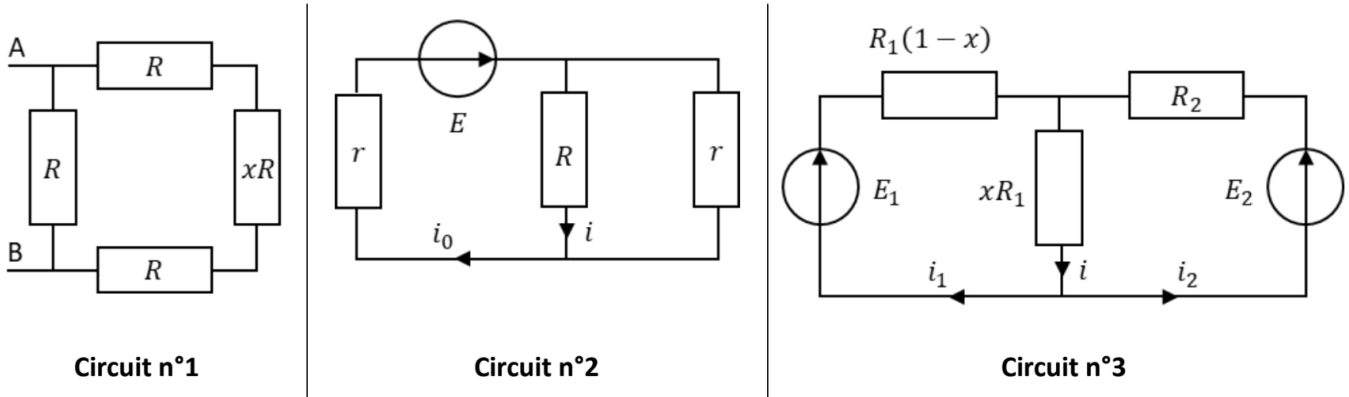
DS Physique - 3h - calculatrice INTERDITE - PCSI

Consignes impératives

- Les réponses devront être justifiées.
- Les questions NON NUMÉROTÉES, dont les résultats ne sont pas HOMOGÈNES, les expressions littérales pas ENCADRÉES, les applications numériques pas SOULIGNÉES, NE SERONT PAS CORRIGÉES.
- L'exercice 1 DOIT ÊTRE ABORDÉ en premier par les PCSI1, SUR UNE FEUILLE SÉPARÉE, il sera ramassé en premier au bout de 45 minutes.
- Pas de calculatrice, faire les applications numériques avec un seul chiffre significatif

1 Questions courtes électrocinétique

Les différentes sous-parties sont indépendantes.



1 - Résistance équivalente (circuit n°1)

- 1) Déterminer l'expression de la résistance équivalente R_{eq} entre les bornes A et B du circuit n°1.
- 2) Sachant que $x > 0$, déterminer la valeur de x pour que $R_{eq} = xR$.

2 - Détermination d'une intensité (circuit n°2)

- 3) Déterminer l'expression de la résistance équivalente R_{eq} entre les deux bornes du générateur du circuit n°2.
- 4) Déterminer l'intensité i_0 traversant le générateur en fonction de E et R_{eq} .
- 5) Déterminer l'intensité i traversant la résistance R , en fonction de i_0, r et R .

3 - Mesure d'une force électromotrice (circuit n°3)

- 6) Écrire deux lois des mailles et une loi des nœuds dans le circuit n°3.
- 7) Sachant que $0 < x < 1$, à quelle condition peut-on annuler l'intensité i_2 ?

2 Stratégies de charge d'un condensateur

Lorsqu'un condensateur est utilisé comme une batterie, la question de sa recharge se pose. L'énergie est prélevée sur le réseau électrique, et on souhaiterait que 100% de cette énergie soit transférée au condensateur.

Nous allons montrer que ceci dépend de la stratégie de charge retenue.

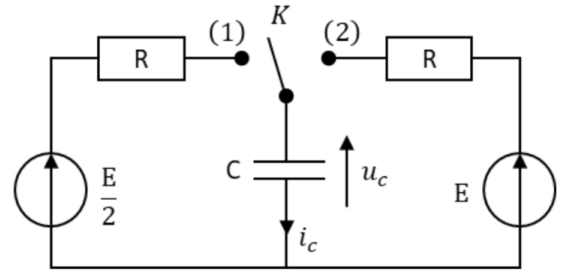
On appelle « rendement de la charge du condensateur » le rapport entre l'énergie stockée par le condensateur à l'issue de la charge et de l'énergie fournie par le générateur au cours de cette charge :

$$\eta = \frac{\mathcal{E}_{\text{stockée}}}{\mathcal{E}_{\text{fournie}}}$$

1) De manière générale, la charge se fait à travers la résistance totale du circuit R . On note C la capacité du condensateur et E la tension finale à atteindre aux bornes du condensateur. Montrer par des arguments dimensionnels que l'expression du rendement η ne peut pas dépendre des valeurs de R, C ou E .

Indication : on considérera ici le Volt une unité "fondamentale", on ne cherchera pas à l'exprimer en m,kg, s, A.

Dans les sous-parties II. 1 et II. 2 on raisonne sur le circuit ci-contre pour envisager deux méthodes de recharge, qui vont mener à deux valeurs de rendement différentes.



II. 1 - Premier procédé de charge

L'interrupteur K est d'abord dans la position intermédiaire où il n'établit aucun contact. Le condensateur étant initialement déchargé, on bascule l'interrupteur K dans la position (2) à $t = 0$.

2) Établir l'équation différentielle portant sur $u_c(t)$. On la mettra sous la forme canonique, en faisant apparaître une constante de temps τ dont on précisera l'expression.

3) Déterminer la valeur de $u_c(0^+)$ (juste après le basculement de l'interrupteur).

4) Résoudre l'équation différentielle obtenue précédemment.

5) Donner en fonction de C et de E l'expression de l'énergie stockée par le condensateur à la fin de sa charge.

6) Démontrer que le courant $i_c(t)$ s'écrit, pour tout $t \geq 0$:

$$i_c(t) = \frac{E}{R} e^{-t/\tau}$$

7) Calculer alors l'énergie électrique fournie par le générateur sur l'ensemble de la charge.

8) Quelle est la valeur du rendement de la charge avec la méthode envisagée ? Peut-il être optimisé en changeant la résistance R ?

II. 2 - Second procédé de charge

On souhaite utiliser une méthode qui permet d'améliorer le rendement de la charge. On réalise une charge en deux temps. Le condensateur est initialement déchargé. L'interrupteur K est d'abord dans la position intermédiaire où il n'établit aucun contact. Puis il est fermé en position (1) à $t = 0$. Lorsque le régime transitoire qui s'ensuit est achevé, l'interrupteur est basculé en position (2).

9) Déterminer l'expression de $u_c(t)$ pendant la première phase de la charge.

10) Déterminer en fonction de τ l'expression de l'instant t_1 pour lequel la tension u_c aux bornes du condensateur atteint 99 % de sa valeur finale au cours de cette première étape.

On donne $\ln(100) \simeq 4,6$

Dans la suite, on considérera que la charge est totalement achevée à cet instant t_1 (donc $u_c(t_1) \simeq E/2$), et qu'on passe en phase 2 (basculement de l'interrupteur en position (2)).

11) Exprimer la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur au cours de la deuxième phase de charge, qui commence à l'instant t_1 .

12) Tracer l'allure de $u_c(t)$ en fonction du temps au cours de l'ensemble des deux phases de charge.

13) Exprimer l'intensité $i_c(t)$ qui traverse le condensateur pendant les deux phases de charge. On distinguera les cas en fonction de t .

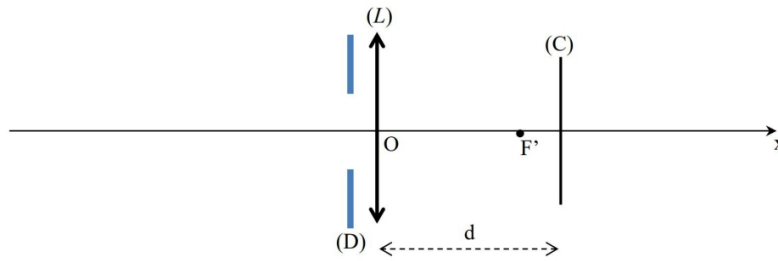
14) Déterminer l'énergie électrique fournie par les deux générateurs pendant la charge.

15) En déduire le rendement pour cette nouvelle façon de procéder. Conclure quant aux avantages et désavantages par rapport à la première méthode.

3 Étude d'un appareil photo

1. Optique de l'appareil photo

On modélise un appareil photo (figure ci dessous) par l'association d'une lentille mince (L) de focale $f' = \overline{OF'}$, appelée ' objectif', d'un capteur (C) sur lequel on souhaite récupérer l'image et d'un diaphragme (D) placé devant la lentille.



La distance d entre la lentille (L) et le capteur (C) est réglable, grâce à un mécanisme lié à l'objectif; elle est comprise entre $d_{\min}$ et $d_{\max}$. À l'aide de cet appareil, on souhaite former sur le capteur l'image d'un arbre de hauteur h situé à une distance L devant l'objectif.

- 1) La lentille mince est utilisée dans les "conditions de Gauss". Préciser en quoi elles consistent.
- 2) Quelle partie de l'appareil permet d'assurer que ces conditions sont remplies? Dire ce que ces conditions permettent.
- 3) Faire un schéma soigné de la situation en notant AB l'objet et $A'B'$ son image sur le capteur (A est sur l'axe et AB appartient à un plan orthogonal à l'axe). Positionner les foyers principaux et tracer au moins deux rayons lumineux issus de B pour justifier la position de l'image $A'B'$.
- 4) Exprimer la distance $d = \overline{OA'}$ en fonction de f' et L .
- 5) Exprimer la taille $A'B'$ de l'image de l'arbre sur le capteur en fonction de h, f' et L .
- 6) Calculer cette taille avec $f' = 50$ mm, $h = 5$ m et $L = 20$ m.
- 7) Quelle est la valeur de d lorsque l'objet est à l'infini?
- 8) Montrer qu'il existe une distance limite notée $L_{\min}$ en dessous de laquelle il ne sera pas possible d'obtenir une image sur le capteur, alors que ce serait toujours possible pour des valeurs supérieures à $L_{\min}$.
- 9) Exprimer $L_{\min}$ en fonction de f' et $d_{\max}$.
- 10) Calculer $L_{\min}$ pour $f' = 50$ mm et $d_{\max} = 55$ mm.

2. Influence de la focale

On souhaite obtenir une image de l'arbre sur le capteur plus grande sans changer de place (donc en gardant la même valeur pour L). On change donc l'objectif et on le remplace par un objectif de focale $f'_1 = 100$ mm. La distance d est toujours réglable mais les valeurs $d_{\min}$ et $d_{\max}$ sont différentes des valeurs précédentes.

- 11) Quelle sera la taille de l'image de l'arbre sur le capteur?
- 12) Si on suppose que le capteur a pour dimensions : 24 mm $\times$ 36 mm, sera-t-il possible de voir l'arbre en entier sur la photo obtenue?

3. Téléobjectif avec deux lentilles

On souhaite maintenant réaliser un téléobjectif en utilisant deux lentilles : une lentille (L_1) convergente et une lentille (L_2) divergente, séparées par une distance e . La distance L entre (L_1) et l'arbre n'a pas changé. La lentille (L_1), de focale f'_1 , donne de l'arbre AB une image intermédiaire $A_1 B_1$ qui joue le rôle d'objet pour la lentille (L_2), de focale f'_2 , qui en donne une image finale $A'B'$.

- 13) Exprimer la distance $\overline{O_2 A_1}$ en fonction de f'_1 et e (en utilisant une approximation justifiée).
- 14) A quelle condition sur la position d'un objet, son image par une lentille divergente est réelle? On pourra éventuellement s'appuyer sur des constructions géométriques.
- 15) L'image finale $A'B'$ formée par la lentille divergente doit être réelle. En déduire que la distance e entre les centres des deux lentilles doit être située dans une plage de valeurs bien précise. Exprimer cette condition sur e sous la forme d'une double inégalité sur e, f'_1 et f'_2 (en utilisant une approximation justifiée).
- 16) Vérifier que cette condition est réalisée avec $f'_1 = 10$ cm, $f'_2 = -5$ cm et $e = 8$ cm.
- 17) Avec les valeurs numériques précédentes :
 - Calculer la distance d ,
 - Calculer la taille de l'image $A'B'$ de l'arbre sur le capteur.
 - Indiquer si ce téléobjectif est équivalent à l'objectif utilisé précédemment (une lentille convergente de focale 100 mm).

Document 1

Sensibilité : 100 ISO
Vitesse : 1/250 s
Ouverture : f/7,1
Focale : 18 mm

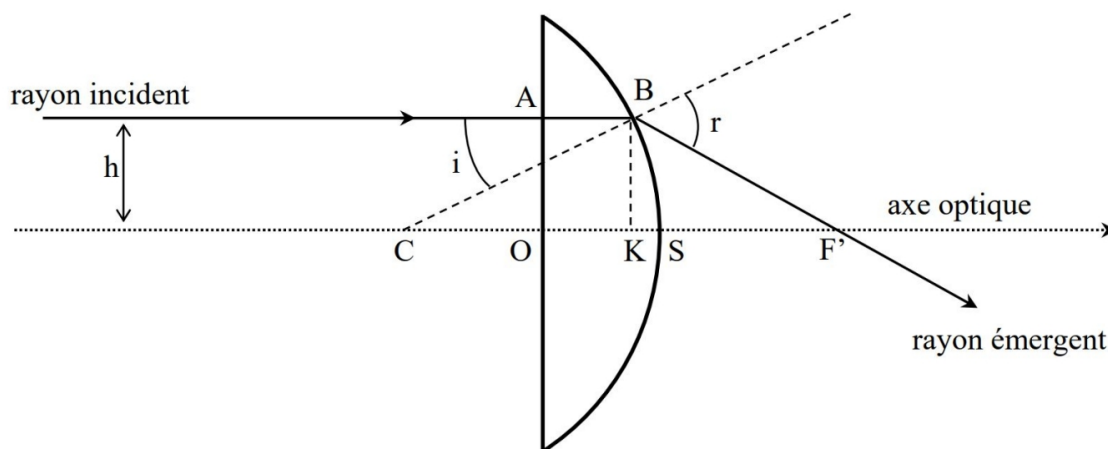


La photo ci-dessus a été prise avec un appareil photo numérique de type "Canon G10", qui possède un capteur dont les dimensions sont de 5,7 par 7,6 mm. Les informations relatives à la photo sont consignées dans le document 1. Il s'agit d'une photo prise dans la baie du Mont Saint-Michel, à une distance de 1,46 km de celui-ci.

- 18) À partir de la photo obtenue et des documents, déterminer la hauteur du Mont Saint-Michel (flèche comprise) en indiquant les hypothèses posées, la modélisation du problème (par exemple par un schéma légendé) et les calculs effectués.

4. Comment expliquer les propriétés des lentilles ?

Les propriétés optiques des lentilles viennent de leur forme géométrique. Pour en proposer une explication, on considère une lentille plan-convexe (figure ci-dessous) constituée d'un verre d'indice n . L'indice de l'air ambiant est égal à 1. La partie sphérique de la lentille est une portion de sphère de centre C et de rayon $R = CB$. L'épaisseur de la lentille au centre est $e = OS$. On considère un rayon incident parallèle à l'axe optique, à une distance h de celui-ci. Ce rayon pénètre dans la lentille en A et est réfracté en B . On note i et r les angles incident et réfracté, comptés par rapport à la normale (CB). Le rayon émergent de la lentille coupe l'axe optique en F' . On note K le projeté orthogonal de B sur l'axe optique.



- 19) Écrire la loi de la réfraction en B.
20) Montrer que la distance OF' peut se mettre sous la forme :

$$OF' = e - R[1 - \cos(i)] + \frac{R \sin(i)}{\tan(r - i)}$$

- 21) La lentille constitue-t-elle un système rigoureusement stigmatique ?
22) Si on considère une lentille mince (e faible devant R) et des rayons paraxiaux, peut-on dire que le système est approximativement stigmatique ? Justifier.
23) Dans le cas de la lentille mince, donner une expression approchée de la distance OF' . On rappelle que pour i petit, $\sin i \simeq \tan i \simeq i$