

Questions courtes d'électrocinétique

Circuit 1 1) $\frac{1}{R_{eq}} \stackrel{\text{associatif}}{=} \frac{1}{R} + \frac{1}{2R+xR} = \frac{1}{R} \left(\frac{3+x}{2+x} \right) \Rightarrow \boxed{R_{eq} = \frac{2+x}{3+x} R}$ ②

2) On résout $xR = \frac{2+x}{3+x} R \Leftrightarrow x(3+x) = 2+x \Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$
de solutions $x_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$.

on ne garde que la racine positive $\Rightarrow \boxed{x = \sqrt{3} - 1}$ ②

Circuit 2 3) $\boxed{R_{eq} = 1 + \frac{rR}{1+R}}$ ① 4) $\boxed{i_0 = \frac{E}{R_{eq}}}$ (loi d'ohm) ①

5) Diviseur de courant $i = i_0 \frac{r}{R+r} = \frac{E r}{(R+r) R_{eq}} = \frac{E r}{(R+r) \frac{r^2 + 2rR}{1+R}}$
 $\Rightarrow \boxed{i = \frac{E}{r+2R}}$ ②

6) On a $\boxed{\begin{aligned} E_1 &= R_1(1-x)i_1 + xR_1 i \\ E_2 &= R_2 i_2 + xR_1 i \\ i &= i_1 + i_2 \end{aligned}}$ ②

7) Si $i_2 = 0$, on obtient dans les équations précédentes
 $E_2 = xR_1 i$, $i = i_2$

d'où $E_1 = R_1(1-x)i + xR_1 i = R_1 i = \frac{E_2}{x}$

on a donc $x = \frac{E_2}{E_1} > 0$, on peut annuler i_2 tant
que $E_2 < E_1$ ②

Stratégies de charge d'un condensateur

1) On a $[U] = [R] \Rightarrow R$ en $V A^{-1}$

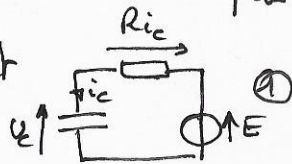
$[I] = [Q] = [C] U \Rightarrow C$ en $A s V^{-1}$

$\Leftrightarrow [C] = \left[\frac{I t}{U} \right]$

on veut $\eta = R^\alpha C^\beta E^\gamma$ soit en unités $1 = (V A^{-1})^\alpha (A s V^{-1})^\beta V^\gamma$

soit $\begin{cases} S: \beta = 0 \\ A: -\alpha + \beta = 0 \\ V: \alpha - \beta + \gamma = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \alpha = \beta = \gamma = 0$, η ne dépend pas de R, C, E . (2)

2) On a aussi le circuit



Admission: $E = U_c + R i_c$

$E = U_c + R C \frac{dU_c}{dt} \Leftrightarrow \frac{dU_c}{dt} + \frac{U_c}{\tau} = \frac{E}{\tau}$ avec $\tau = RC$ (1)

3) Enoncé: $U_c(t < 0) = 0$ (condensateur déchargé). Comme U_c est continue $U_c(t = 0^+) = 0$ (1)

4) (1) a pour solution générale $U_c(t) = A e^{-t/\tau} + E$ (sol particulière).

on détermine A avec la CI:

$U_c(0^+) = 0 = A + E \Rightarrow A = -E$; $U_c(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$ (2)

5) On a l'énergie du condensateur $E_c = \frac{1}{2} C U_c^2$, donc pour $t \rightarrow \infty$ ($U_c \rightarrow E$) $E_{cf} = \frac{1}{2} C E^2$ (1)

6) On a $i_c = C \frac{dU_c}{dt} = \frac{C E}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{E}{R} e^{-t/\tau} = i_c$ (1)

7) Pour $t > 0$, $P_{géné} = E i_c$ (en convention générateur) $= \frac{E^2}{R} e^{-t/\tau}$

Donc $E_{géné} = \int_0^\infty P_{géné}(t) dt = \frac{E^2}{R} \int_0^\infty e^{-t/\tau} dt = \frac{E^2}{R} [-\tau e^{-t/\tau}]_0^\infty$ ($\tau = RC$)

$\Rightarrow E_{géné} = C E^2 [-0 + 1] = C E^2$ (2)

8) On a $\eta = \frac{E_{cf}}{E_{géné}} = \frac{1}{2}$ indépendant de R ! (2)

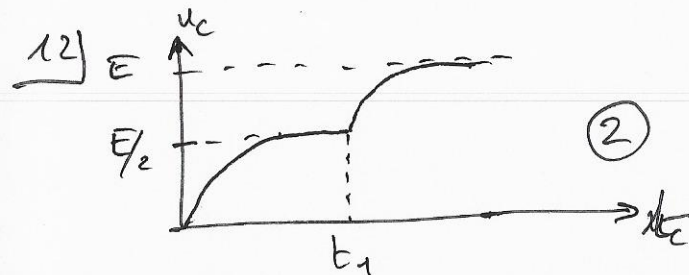
9) 1^{re} phase: Idem avant, avec $\frac{E}{2}$ au lieu de E $\Rightarrow U_c(t) = \frac{E}{2} (1 - e^{-t/\tau})$ (1)

10) On cherche t_1 tel que $U_c(t_1) = 0,99 \frac{E}{2} = \frac{E}{2} (1 - e^{-t_1/\tau})$ $\Leftrightarrow e^{-t_1/\tau} = 0,01 \Leftrightarrow t_1 = -\tau \ln(0,01) = \tau \ln 100 \approx 4,6 \tau$ (2)

11) 2^e phase on retrouve l'équation (1), mais avec la CI $U_c(t_1) = \frac{E}{2}$

En posant $t' = t - t_1$, on a la solution $U_c(t') = A e^{-t'/\tau} + E$

avec $U_c(t' = 0) = \frac{E}{2} = A + E \Rightarrow A = -\frac{E}{2}$ $\Rightarrow U_c(t') = -\frac{E}{2} (1 - e^{-t'/\tau}) + E$ $\Rightarrow U_c(t) = E \left(1 - e^{-\frac{(t-t_1)}{\tau}} \right)$ (3)



13) Par $i_c = C \frac{dv_c}{dt}$:
$$\textcircled{2} \begin{cases} t < t_1 : i_c = \frac{E}{2R} e^{-t/\tau} \quad (\text{alors } E_g = \frac{E}{2}) \\ t > t_1 : i_c = \frac{E}{2R} e^{-(t-t_1)/\tau} \quad (\text{alors } E_g = E) \end{cases}$$

14) On a $E_{\text{gén}} = \int_0^{\infty} E_g i_c(t) dt = \left[\int_0^{t_1} \frac{E}{4R} e^{-t/\tau} dt + \int_{t_1}^{\infty} \frac{E}{2R} e^{-(t-t_1)/\tau} dt \right]$

$\Leftrightarrow E_{\text{gén}} = \frac{E^2}{2R} \left[-\frac{\tau}{2} \underbrace{\left[e^{-t/\tau} \right]_0^{t_1}}_{1-1} - \tau \underbrace{\left[e^{-(t-t_1)/\tau} \right]_{t_1}^{\infty}}_{-1} \right]$

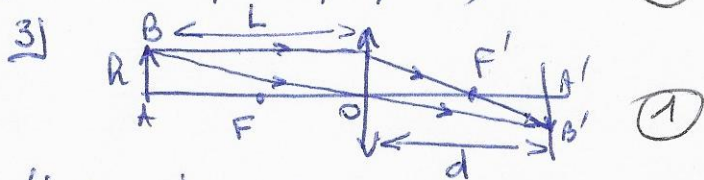
$\boxed{E_{\text{gén}} = \frac{3}{4} \frac{E^2}{R} \tau = \frac{3}{4} C E^2} \quad \textcircled{3}$

15) Alors $\boxed{\eta = \frac{\frac{1}{2} C E^2}{\frac{3}{4} C E^2} = \frac{2}{3} > \frac{1}{2}}$. On perd moins

d'énergie mais il faut plus "manipuler" : plus de matériel nécessaire. $\textcircled{2}$

Apareil photo

- 1) - rayons peu inclinés
- proches de l'axe optique (2)
- 2) le diaphragme élimine les rayons éloignés de l'axe -
Cond de Gauss $\Rightarrow$ stigmatisme approché (image d'un pt = tache pas trop grande) (2)



4) Descartes: $\frac{1}{d} - \frac{1}{-L} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{d} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{L} \Rightarrow d = \frac{L f'}{L - f'}$ (2)

5) Grandissement: $\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA} = \frac{d}{-L} = \frac{L f'}{L(f' - L)}$
 $\Rightarrow \boxed{A'B' = \frac{L f'}{f' - L}}$ (2)

6) AN: $A'B' = \frac{5 \times 0,05}{0,05 - 20} = -1,25 \text{ cm}$ (1)

7) Objet à l' $\infty \Rightarrow$ image ds le plan focal image, $d = f'$ (2)

8) Si l'objet s'approche de (L), l'image recule, $d \leq d_{\max}$
 $\Rightarrow$ l'objet ne peut pas s'approcher indéfiniment (si A en F, A' à l' $\infty > d \dots$) (2)

Par contre si $A \rightarrow \infty$ à gauche, $A' \rightarrow F'$, $d = f'$, pas de pb...

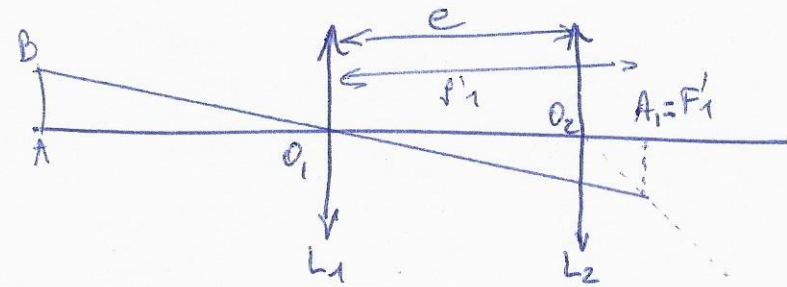
9) Si $OA' = d_{\max}$, Descartes donne $\frac{1}{d_{\max}} + \frac{1}{L_{\min}} = \frac{1}{f'}$
 $\Rightarrow \frac{1}{L_{\min}} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{d_{\max}} \mid L_{\min} = \frac{f' d_{\max}}{d_{\max} - f'}$ (2)

10) AN: $L_{\min} = \frac{0,05 \times 0,05}{0,05 - 20} = 55 \text{ cm}$ (1)

11) D'après 5), $A'B' = \frac{L f'}{f' - L} \stackrel{\text{AN}}{=} \frac{5 \times 0,1}{0,1 - 20} = -2,5 \text{ cm}$ (2)

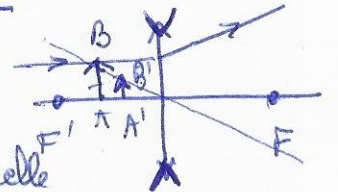
12) L'arbre "reute" en mode portrait. (1)

13) l'arbre est "à l' ∞ " ($L \gg f'_1$) $\Rightarrow \overline{O_1 A_1} \approx f'_1$ (1)

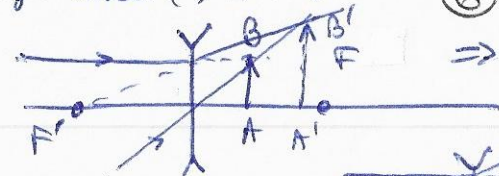


Donc $\boxed{\overline{O_2 A_1} = \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 A_1} = f'_1 - e}$ (1)

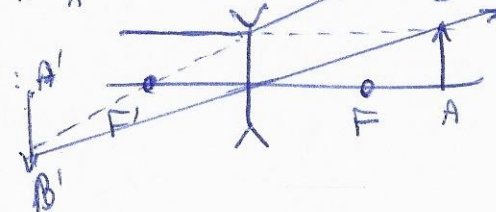
14) 3 cas possibles: ① objet réel: $\Rightarrow$ image virtuelle



② objet entre (L) et F: ⑥ $\Rightarrow$ image réelle



③ objet après F: $\Rightarrow$ image virtuelle



15) A'B' est réelle si $A_1 B_1$ est entre (L_2) et F_2 ,
 donc $0 < \overline{O_2 A_1} < -f'_2$ ($f'_2 < 0 \dots$)
 soit $0 < f'_1 - e < -f'_2$

$$\Leftrightarrow -f'_1 < -e < -f'_2 - f'_1 \Leftrightarrow \boxed{f'_1 > e > f'_2 + f'_1} \quad (3)$$

16) On a bien $10 > 8 > -5 + 10$ (1)

17) A' = image de A_1 par L_2 : Descartes donne

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{O_2 A_1} = \frac{1}{f'_2} \quad \text{soit} \quad \frac{1}{d} = \frac{1}{f'_2} + \frac{1}{f'_1 - e}$$

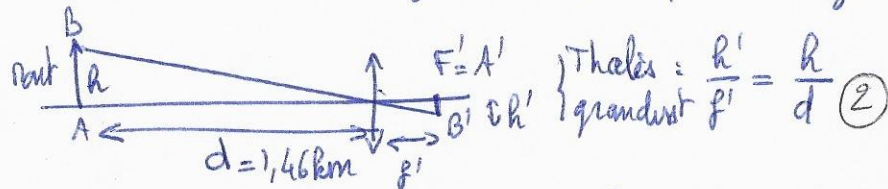
$$\Rightarrow \boxed{d = \frac{f'_2 (f'_1 - e)}{f'_2 + f'_1 - e} = \frac{-5(10-8)}{-5+10-8} = 3,3 \text{ cm}} \quad (2)$$

Calculons d'abord $A_1 B_1 = AB \times \frac{O_1 A_1}{O_1 A} = \frac{R f'_1}{L} = \frac{5 \times 0,1}{20} = 2,5 \text{ cm}$

Donc $A' B' = A_1 B_1 \times \frac{O_2 A'}{O_2 A_1} = A_1 B_1 \times \frac{d}{f'_1 - e} = 2,5 \times \frac{3,3}{10-8} = 4,1 \text{ cm}$ (3)

L'image finale est + grande que l'objet de 100 mm (1)

18) Le point est à l'infini $\Rightarrow$ image dans le plan focal image



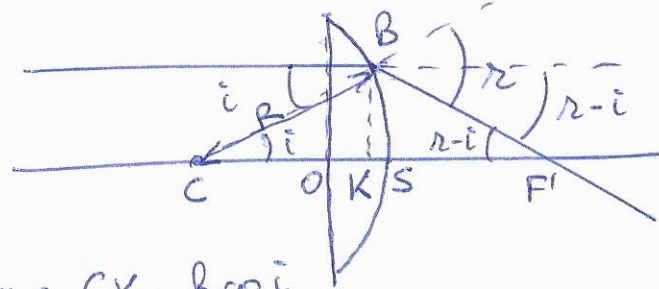
Reste à calculer R' : règle de trois sur la photo :

3 cm $\uparrow$ 8,5 cm $\leftrightarrow$ 5,7 mm $\Rightarrow R' = 5,7 \text{ mm} \times \frac{3}{8,5} = 2 \text{ mm}$ (2)

Donc $R = \frac{R' d}{f'} = \frac{1460 \text{ m} \times 2 \text{ mm}}{18 \text{ mm}} \approx 160 \text{ m}$ (2)

19) en B, $n \sin i = \sin r$ (1)

20)



On a $CK = R \cos i$

$KB = R \sin i, \Rightarrow KF' = \frac{KB}{\tan(r-i)} = \frac{R \sin i}{\tan(r-i)}$

Or $\overline{OF'} = \overline{OS} + \overline{SC} + \overline{CK} + \overline{KF'}$

$\Rightarrow \boxed{\overline{OF'} = e - R + R \cos i + \frac{R \sin i}{\tan(r-i)}}$ (4)

21) Tous les rayons incidents // axe ne l'arrivent pas sous le même i , donc tous les rayons émergents ne passent pas au même point sur l'axe. (OF' dépend de i). (1)

22) On est alors dans les conditions de Gauss $\Rightarrow$ stigmatisme approché. (1)

23) Alors $\overline{OF'} \approx e - R(1-1) + \frac{R i}{r-i}$ (3)

Or en B $n \sin i = \sin r$ devient $n i = r$, soit

$\overline{OF'} \approx e + \frac{R i}{(n-1)i} \Rightarrow \boxed{\overline{OF'} \approx e + \frac{R}{n-1}}$ indep de i !

24) Passer de $f/8$ à $f/4$ multiplie par 4 la surface d'ouverture (ouverture de 2 cm) $\Rightarrow$ affaiblissement de 4x + d'énergie $\Rightarrow$ il faut diviser par 4 le temps de pose $\Rightarrow$ inverse $\frac{1}{1000} \text{ s}$ (2)