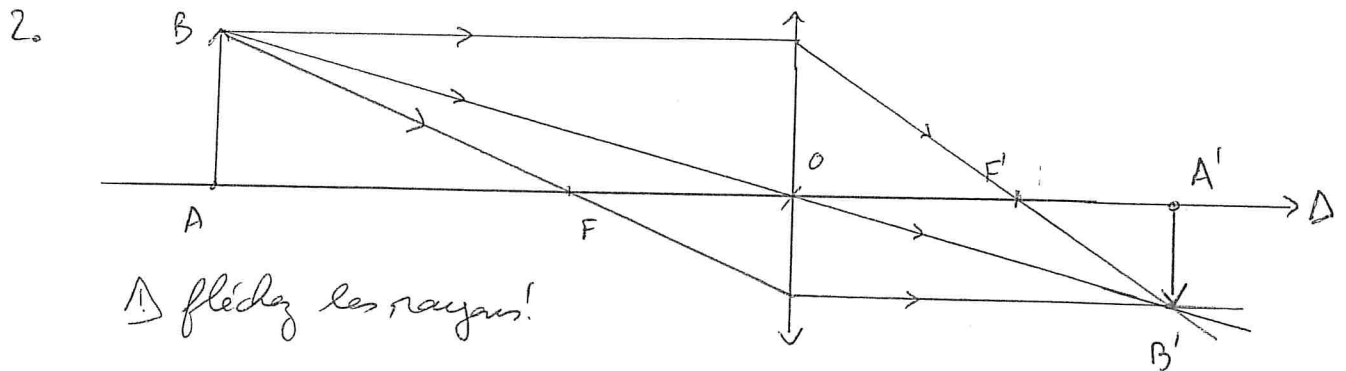


DS n°2

I Une brève histoire de la photographie

1. Conditions de Gauss: on ne conserve que les rayons paraxiaux (ni trop écartés ni trop inclinés / Δ).
Les systèmes optiques sont alors stigmatiques et aplanétiques.
Le diaphragme permet d'arrêter les rayons marginaux.



3. La formule de conjugaison de Descartes donne: $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$
La formule du grandissement: $\gamma_f = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$
Or ici $\overline{OA} = -L$ et $\overline{AB} = h$.

On a donc $\overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \cdot f'}{\overline{OA} + f'} = \frac{-L f'}{-L + f'}$ et

$$\overline{A'B'} = h \times \frac{f'}{f' - L}$$

L'énoncé parle d'une approximation légitime pour mener le calcul à la main: l'arbre est sûrement très loin de l'appareil photo ($L \gg f'$) donc l'image est pratiquement au foyer image: en effet $L \gg f'$ donne $\overline{OA'} \approx f'$ et finalement:

$$\overline{A'B'} = h \cdot \frac{f'}{f' - L} \approx -h \frac{f'}{L} = -12,5 \text{ mm.}$$

4. Lorsque l'objet se rapproche de (L), le faisceau incident est de + en + divergent et le faisceau émergent de la lentille est de - en - convergent: l'image s'éloigne de la lentille.

La valeur minimale de L correspond donc à d_{max} :

si $\overline{OA}' = d_{max}$ alors $\frac{1}{d_{max}} - \frac{1}{-L_{min}} = \frac{1}{f'}$

D'où $L_{min} = \frac{d_{max} f'}{d_{max} - f'} = \frac{55 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-3}} = 550 \cdot 10^{-3} = 55 \text{ cm}$.

5. Même approximation ($f' \ll L$) donc $\overline{A'B'} = -h \frac{f_1'}{L} = -25 \text{ mm}$.
 $36 > 25$ donc il suffit de faire la photo en mode portrait pour que l'image de l'arbre soit entièrement sur le capteur.

6. $AB \xrightarrow{L_1} A_1 B_1 \xrightarrow{L_2} A' B'$

En considérant toujours AB loin de l'appareil: $A_1 = F_1'$

$\overline{O_2 A_1} = \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 A_1} = -e + \overline{O_1 F_1'} = -e + f_1' = \overline{O_2 A_1}$

7. Pour que l'image de $A_1 B_1$ par L_2 soit réelle il faut que A_1 soit entre O_2 et F_2 : $0 < \overline{O_2 A_1} < \overline{O_2 F_2} = -f_2'$

D'où $0 < -e + f_1' < -f_2' \Rightarrow f_1' + f_2' < e < f_1'$

(*) $\overline{OA}' > 0 \Rightarrow \frac{1}{f'} + \frac{1}{\overline{OA}} > 0$ donc $\frac{\overline{OA} + f'}{\overline{OA} \cdot f'} > 0$: un peu de maths!

\overline{OA}	$-\infty$	f'	0	$-f''$	∞
$\overline{OA} + f'$	-	-	-	0	+
$\overline{OA} \cdot f'$	+	+	0	-	-

d'où, il faut: $0 < \overline{OA} < -f''$

On a bien $10^{-5} < 7 < 10$.

8. L_2 conjugué F_1' avec le capteur : $\frac{1}{O_2A'} - \frac{1}{O_2A_1} = \frac{1}{f_1'}$

D'où $\overline{O_2A'} = d = \frac{f_1' \cdot \overline{O_2A_1}}{f_1' + \overline{O_2A_1}}$ avec $\overline{O_2A_1} = f_1' - e$.

Donc $\overline{O_2A'} = \frac{f_1'(f_1' - e)}{f_1' + f_1' - e} = \frac{-5 \cdot (10 - 8)}{-5 + 10 - 8} = \frac{-10}{-3} = 3,3 \text{ cm} = d$

9. On a déjà établi (question 3) que $\overline{A_1B_1} = -h \frac{f_1'}{L}$. La formule du grandissement pour L_2 donne :

$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} = \frac{f_1'}{f_1' + f_1' - e}$. Finalement : $\overline{A'B'} = -\frac{h f_1' f_2'}{L(f_1' + f_1' - e)} = -4 \text{ cm}$

10. en B: le rayon réfracté est dans le plan d'incidence et $n \sin i = \sin r$ (pour $i < i_{\text{lim}}$)

11. La position de F' dépend de i donc de la distance entre Δ et le rayon lumineux. Lorsque h varie (donc lorsque i varie), F' varie. Tous les rayons arrivant // à Δ ne se coupent pas au même point. La lentille n'est pas stigmatique.

12. avec $e \ll R$ et $i \ll 1 \text{ rad}$: $\begin{cases} \cos i \approx 1 \\ \sin i \approx i, \tan(r-i) \approx r-i \end{cases}$
 $\overline{OF'} \approx R \frac{i}{r-i}$ et $n i \approx r$ donc $\overline{OF'} = \frac{R}{n-1}$

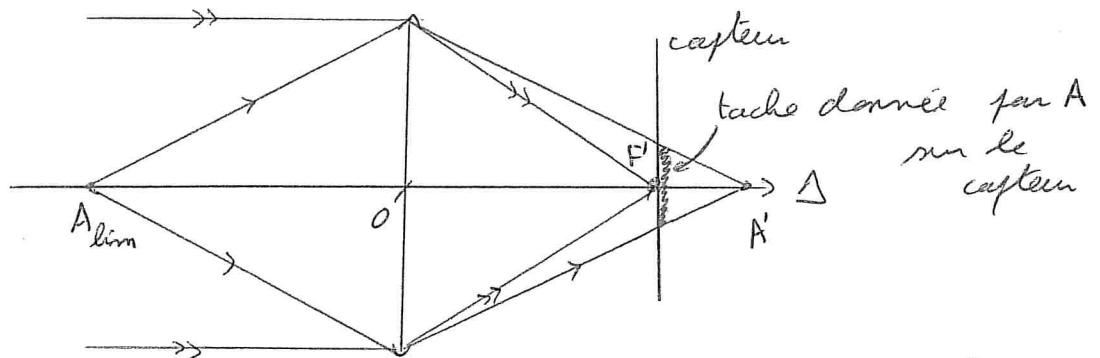
Tous les rayons paraxiaux se coupent au même point. Il y a stigmatisme. Ce sont les conditions de Gauss.

13. Le changement d'ouverture $f/8 \rightarrow f/4$ revient à multiplier par 4 la surface. Pour recevoir la même quantité de lumière il faut diviser par 4 la durée d'exposition. D'où : $\text{vitese} = \frac{1}{1000} \cdot 4$

En diminuant la durée d'exposition on réduit le risque d'avoir une image floue si la personne bouge car son déplacement sera plus faible pendant la durée de la photo.

14. La profondeur de champ est la distance entre les 2 points extrêmes (le + proche et le plus éloigné) qui donnent des images à la limite de la netteté. Cette dernière est liée à la taille des pixels du capteur. Tant que la tache obtenue pour un objet ponctuel est inférieure à la taille d'un pixel l'image est presque nette.

15.



À la limite de la netteté, Thalès donne: $\frac{\varepsilon}{f'N} = \frac{F'A'}{OA'}$

Donc $\frac{\varepsilon}{f'N} = \frac{OA' - f'}{OA'}$. D'où $OA' = \frac{f'}{1 - \frac{N\varepsilon}{f'}}$

Enfin $OA = \frac{f' \cdot OA'}{f' - OA'} = \frac{f'^2}{f'(1 - \frac{N\varepsilon}{f'}) - f'} = \frac{-f'^2}{N\varepsilon}$ $OA_{lim} = -\frac{f'^2}{N\varepsilon}$

16. Si N diminue (l'ouverture augmente), OA_{lim} diminue mais $|OA_{lim}|$ augmente.

Donc une augmentation de l'ouverture se traduit par une diminution de la profondeur de champ.

(A_{lim} s'éloigne de l'appareil)

II Lunette astronomique.

1. Un système est afocal si ses foyers sont à l'infini.

Dans ce cas, un objet à l' ∞ a une image à l' ∞ .

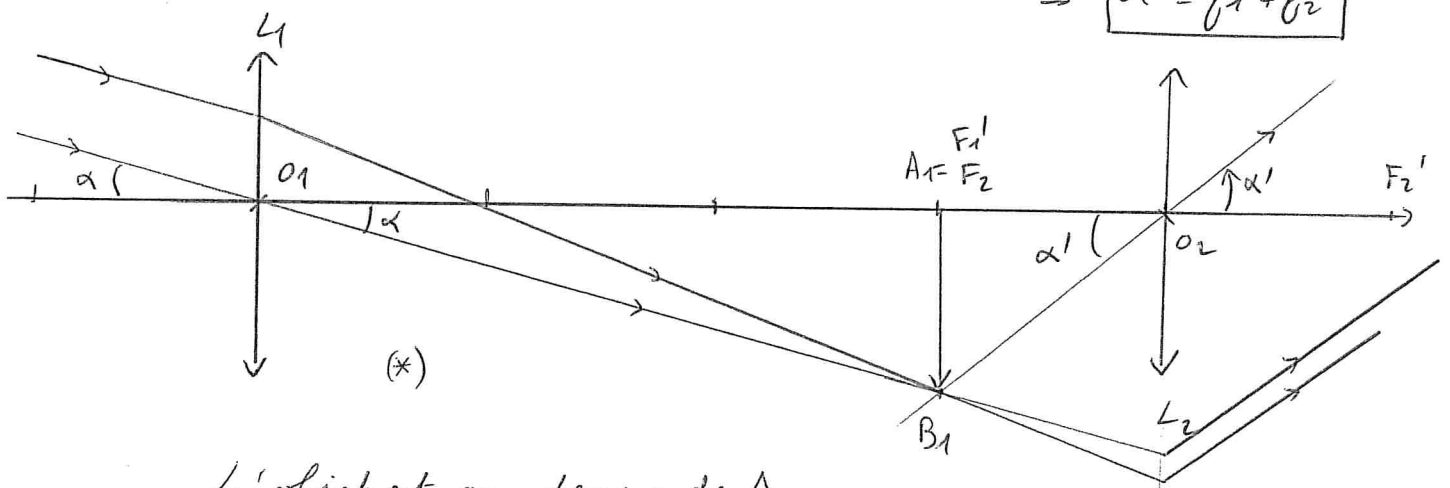
Le mirail plan est également un système afocal.

2. L'œil humain observe sans effort (sans accommodat^o) les objets à l'infini.

Un instrument d'optique bien réglé doit donc donner une image à l' ∞ .

L'objet à l' ∞ donne une image intermédiaire en F_1' . Cette image sert d'objet pour L_2 et doit se trouver en F_2 pour que l'image finale soit à l'infini. Or cū $F_1' = F_2$ et $d = \overline{O_1 O_2} = \overline{O_1 F_1'} + \overline{F_2 O_2}$

3.



$$\Rightarrow \boxed{d = f_1' + f_2'}$$

- L'objet est au dessus de Δ

Son image provient d'en dessous de l'axe Δ : l'image est renversée.

4. $\gamma_a < 0$ d'après la réponse précédente.

On a: $|\tan \alpha| \approx |\alpha| = \frac{A_1 B_1}{f_1'}$ et $|\tan \alpha'| \approx |\alpha'| = \frac{A_1 B_1}{f_2'}$ $\Rightarrow \left| \frac{\alpha'}{\alpha} \right| = \frac{f_1'}{f_2'}$

En algébrisant,

$$\boxed{\gamma_a = -10, d = 55 \text{ cm.}}$$

$$\boxed{\gamma_a = -\frac{f_1'}{f_2'}}$$

(*) il peut aussi être pertinent de tracer le rayon // à Δ entre L_1 et L_2 .

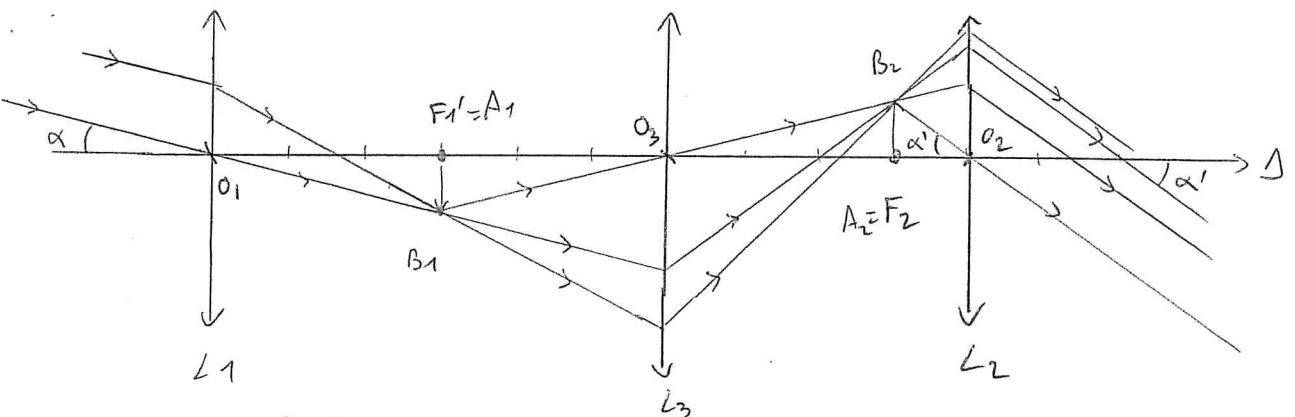
5. $\infty \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_3} A_2 \xrightarrow{L_2} \infty$: système afocal.

ou $A_1 = F_1'$ et $A_2 = F_2$ donc L_3 doit conjuguer F_1' et F_2 .

6. Formule de Descartes: $\frac{1}{O_3 A_2} - \frac{1}{O_3 \overline{F_1'}} = \frac{1}{f_3'} \Rightarrow \boxed{\overline{O_3 A_2} = \frac{f_3' \cdot \overline{O_3 F_1'}}{f_3' + \overline{O_3 F_1'}}$

7. Formule du grandissement: $\gamma_3 = \frac{f_3'}{\overline{F_3 F_1'}} = \frac{f_3'}{\overline{F_3 O_3} + \overline{O_3 F_1'}}$
 D'où $\boxed{\overline{O_3 F_1'} = \frac{f_3'}{\gamma_3} - f_3' = f_3' \left(\frac{1}{\gamma_3} - 1 \right)}$

8.



9. $A_1 B_1 = |\alpha| f_1'$; $A_2 B_2 = \gamma_3 A_1 B_1$; $A_2 B_2 = |\alpha'| f_2'$

Donc $|\gamma_a'| = \left| \frac{\alpha'}{\alpha} \right| = \left| \gamma_3 \cdot \frac{f_1'}{f_2'} \right| = |\gamma_3| |\gamma_a|$.

L'image est droite donc en algébrisant: $\boxed{\gamma_a' = \gamma_3 \gamma_a}$
 ($\gamma_a < 0$; $\gamma_3 < 0$)

$\gamma_3 = \frac{f_3'}{f_3' + \overline{O_3 F_1'}} = \frac{5}{5-7} = -2,5$ donc $\boxed{\gamma_3 = -2,5}$
 $\boxed{\gamma_a' = +25}$

10. $d_k = \overline{O_1 O_2} = \overline{O_1 F_1'} + \overline{F_1' O_3} + \overline{O_3 F_2} + \overline{F_2 O_2}$
 $= f_1' - \overline{O_3 F_1'} + \frac{f_3' \cdot \overline{O_3 F_1'}}{f_3' + \overline{O_3 F_1'}} + f_2'$

$\boxed{d_k = f_1' + f_2' - \frac{\overline{O_3 F_1'}^2}{f_3' + \overline{O_3 F_1'}} \approx 80 \text{ cm.}}$

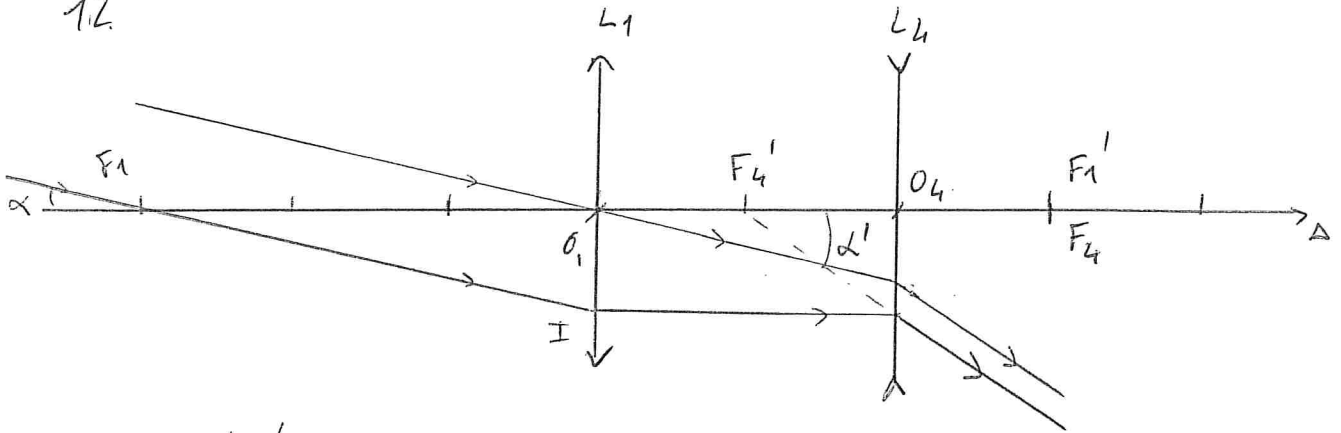
la lunette est très encombrante.

$\hookrightarrow \overline{O_3 F_2} = \overline{O_3 A_2} = \frac{f_3' \cdot \overline{O_3 F_1'}}{f_3' + \overline{O_3 F_1'}}$
 (question 9)
 $[\text{ou } \overline{O_3 F_2} = \gamma_3 \cdot \overline{O_3 F_1'}$
 $d_k = f_1' + f_2' + \overline{O_3 F_1'} (\gamma_3 - 1)]$

11. Pour que le système soit afocal il faut encore $F_1' = F_4$

Donc $\overline{O_1 O_4} = \overline{O_1 F_1'} + \overline{F_4 O_4} = \boxed{f_1' + f_4' = \overline{O_1 O_4}}$

12.



13. L'image est droite et $|\alpha| = \left| \frac{O_1 I}{f_1'} \right|$ et $|\alpha'| = \left| \frac{O_2 J}{f_4'} \right| = \left| \frac{O_1 I}{f_1'} \right|$

donc $\boxed{\gamma_a'' = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f_1'}{f_4'}} \quad (\text{rappel } f_4' < 0)$

AN: $v_4 = -20 \text{ cm}$ donc $f_4' = -5 \text{ cm}$: $\boxed{\gamma_a'' = +10}$

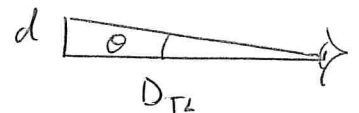
14. $\overline{O_1 O_4} = \overline{O_1 F_1'} + \overline{F_4 O_4} = f_1' + f_4' \quad \boxed{\overline{O_1 O_4} = f_1' + f_4' = 45 \text{ cm}}$

La lunette de Galilée est moins encombrante que celle de Kepler (mais γ_a plus faible).

15. Résolution de l'œil $\sim 1' \sim 3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$.

La distance entre 2 points distincts à la distance

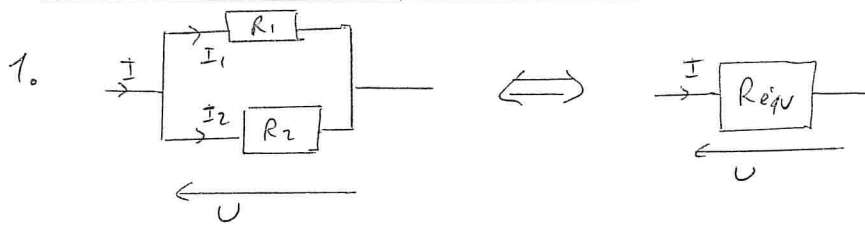
D_{TL} est $d = \theta \times D_{TL}$
 $\approx 120 \text{ km}$.



- A l'œil nu, seul Clavius est "visible" (3 points distincts!)

- Avec la lunette les 2 cratères sont visibles.

III Etude de quelques circuits



$$\forall U: I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}$$

$$\forall U: I = \frac{U}{R_{\text{eq}}} \quad \text{par identification}$$

Par identification (... "unicité des coeff. du polynôme..."):

$$\boxed{\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

$$\text{ou } \boxed{R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

2. Généralisation: $\boxed{\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}}$

Pour des R_i identiques,

$$\text{on a: } \frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R} = \frac{N}{R} \quad \text{d'où}$$

$$\boxed{R_{\text{eq}} = \frac{R}{N}}$$

$N=2$
unigt

3. Un diviseur de tension donne: $U_f = E \times \frac{R_f}{r + R_f}$

$$\text{D'où } \boxed{R_f = \frac{U_f}{E - U_f} \cdot r = 200 \Omega}$$

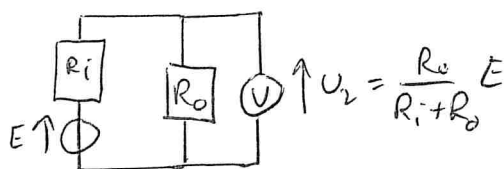
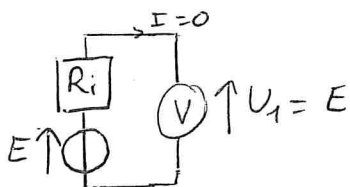
$$\text{Or: } R_f = R_0 \cdot \frac{h_{\text{max}} - h}{h_{\text{max}}} \quad \text{donc } h = h_{\text{max}} - \frac{R_f}{R_0} h_{\text{max}}$$

$$\boxed{h = \frac{R_0 - R_f}{R_0} h_{\text{max}} = 60 \text{ cm}}$$

$$4. P_f = \frac{U_f^2}{R_f} = \frac{8^2}{200} = \frac{4 \times 8}{100} = \boxed{0,32 \text{ W.} = P_f}$$

5. La partie émergée de la résistance dissipe de la chaleur qui réchauffe le réservoir.

6. Mesure à vide Mesure en charge avec R_0



D'où:

$$\boxed{R_i = \frac{U_1 - U_2}{U_2} R_0}$$

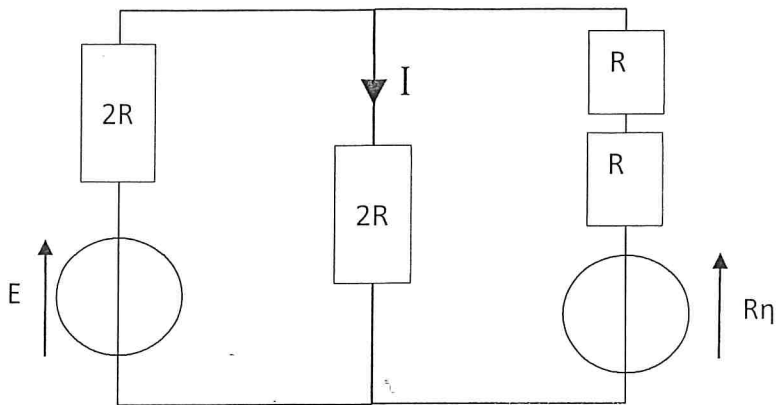
7. précision: $p = 0,002 \times 1,874 + 6 \times 0,001 \approx 10 \text{ mV}$

9.

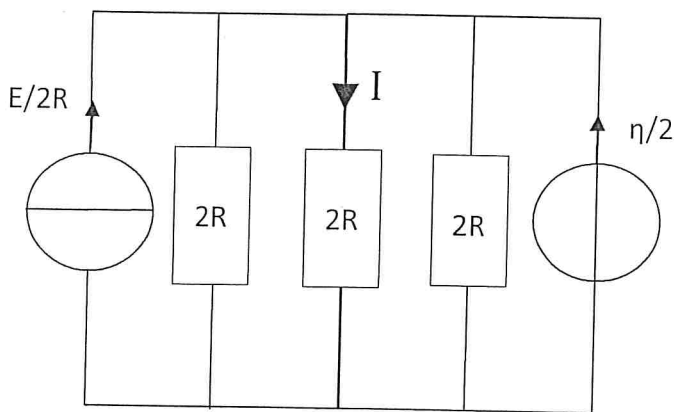
donc $u = \frac{P}{\sqrt{3}} \approx 6 \text{ mV}$

$$U = 1,874 \text{ V}; u(V) = 0,006 \text{ V}$$

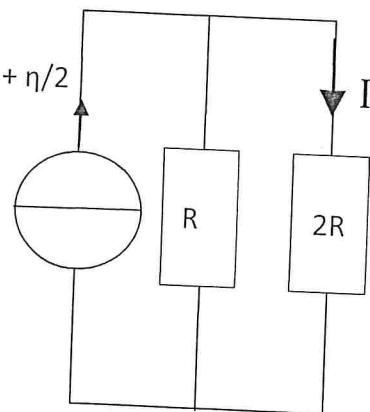
8. A l'aide de l'équivalence Thévenin-Norton, on obtient:



2 nouvelles équivalences donnent



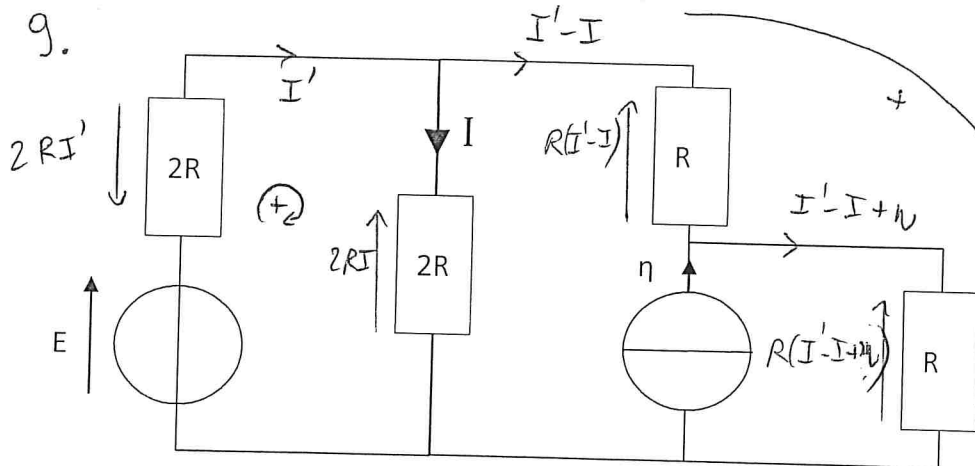
puis



Un diviseur de courant permet de conclure: $I = \left(\frac{E}{2R} + \frac{\eta}{2} \right) \frac{R}{R+2R}$

soit

$$I = \frac{E/R + \eta}{6} \quad (1)$$



Les 2 lois des mailles:

$$\begin{cases} E - 2RI' - 2RI = 0 \\ 2RI - R(I-I) - R(I-I+\eta) = 0 \end{cases}$$

donnent lieu:

$$6RI = E + R\eta$$

soit

$$I = \frac{E + R\eta}{6R} \quad (1)$$