

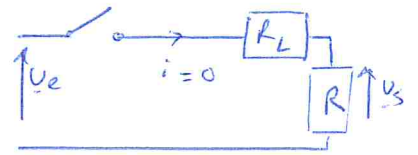
DS n° 4.

I Elimination d'un fond sonore

1. En BF, le condensateur équivaut à un interrupteur ouvert et la bobine (L) — — — — — fermée
 En HF c'est l'inverse.

Donc en BF le circuit équivaut à :

$i=0$ donc $\boxed{\underline{u}_s \xrightarrow{BF} 0}$



En HF :

$\underline{u}_e \uparrow$ $i=0$ $\boxed{\underline{u}_s \xrightarrow{HF} 0}$

Il s'agit d'un pass. bande.

2. En notation complexe, un diviseur de tension donne :

$$\underline{u}_s = \underline{u}_e \times \frac{R}{R+R_L + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \underline{u}_e \cdot \frac{R}{R+R_L} \cdot \frac{1}{1 + j \frac{L}{R+R_L} \omega + \frac{1}{jL(R+R_L)} \omega}$$

Par identification :

$\boxed{H_0 = \frac{R}{R+R_L}}$

et $\begin{cases} \frac{Q}{\omega_0} = \frac{L}{R+R_L} \\ Q\omega_0 = \frac{1}{L(R+R_L)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q^2 = \frac{L}{L(R+R_L)^2} \\ \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \end{cases}$

D'où $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$ $\boxed{Q = \frac{1}{R+R_L} \sqrt{\frac{L}{C}}}$

3. $|\underline{H}(x)| = \frac{H_0}{\sqrt{1+Q^2(x-\frac{1}{x})^2}}$: $|\underline{H}|$ est maximal si $(x-\frac{1}{x})^2$ est minimal donc si $x=1$.

$|\underline{H}|$ est maximal si $x=1$ et vaut H_0 . c'est la résonance!

$\boxed{G_{dB, max} = 20 \log H_0}$

4. En x_1 et x_2 : $G_{dB} = G_{dB, max} - 3dB \Leftrightarrow |\underline{H}| = \frac{H_0}{\sqrt{2}}$

D'où $1 + Q^2(x - \frac{1}{x})^2 = 2 \Rightarrow Q(x - \frac{1}{x}) = \pm 1$.

Soit $x = -\frac{1}{2Q} \pm \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1}$ et $x = +\frac{1}{2Q} \pm \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1}$.

↖ 2 équations du 2nd degré

les 2 racines positives sont :

$$\boxed{x_1 = -\frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1}} \text{ et } \boxed{x_2 = \frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1}} ; \boxed{\Delta x = \frac{1}{Q}}$$

AN: pour $Q = 0,1$: $x_1 = 0,1$ et $x_2 = 10,1$: $\Delta x = 10$
 $= \frac{1}{Q}$

5. En BF: $\underline{H} \xrightarrow{\text{BF}} \frac{H_0 x}{jQ}$ donc $G_{\text{dB,BF}} = 20 \log \frac{H_0 x}{Q}$: pente $+20 \text{ dB/dec}$

En HF: $\underline{H} \xrightarrow{\text{HF}} \frac{H_0}{jQx}$ donc $G_{\text{dB,HF}} = 20 \log \frac{H_0}{Qx}$: pente -20 dB/dec

Intersection lorsque $\frac{H_0 x}{Q} = \frac{H_0}{Qx}$ donc pour $\boxed{x_I = 1}$; $G_{\text{dB,I}} = 20 \log \frac{H_0}{Q}$

AN pour $Q = 0,1$: $I(x=1; 19,1 \text{ dB})$

6. pour $x=1$ on a $G_{\text{dB}} = 20 \log H_0 = -0,9 \text{ dB}$. (\forall la valeur de Q)

- L'asymptote BF passe par I et $-0,9 \text{ dB}$ en $x=0,1$
 (gain de 20 dB en une décade).

- L'asymptote HF passe par I et $-0,9 \text{ dB}$ en $x=10$
 (perte de 20 dB en une décade).

La courbe est très plate (la résonance est large) car le facteur de qualité est faible.

7. Cf annexe 2

8. Il faut f_0 entre $f_1 = 100 \text{ Hz}$ et $f_2 = 2 \text{ kHz}$ mais sur une échelle logarithmique, le milieu est obtenu par la moyenne géométrique et non la moyenne arithmétique.

Donc $\boxed{f_0 = \sqrt{f_1 \cdot f_2} = 450 \text{ Hz}}$ (confirmé graphiquement)

or $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ donc $\boxed{L = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2} \cdot \frac{1}{C} = 127 \text{ mH}}$

9. La bande passante doit être large donc le filtre est peu sélectif et Q est faible.

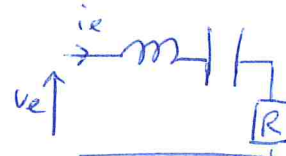
10. On a vu que $Q = \frac{1}{\Delta\omega} = \frac{f_0}{f_2 - f_1} = 0,24$.

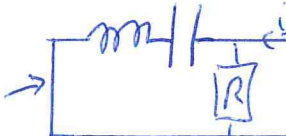
Or $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ donc $R = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{L}{C}} = 1,5 \text{ k}\Omega$

11. $I(f_0; 20 \log \frac{1}{Q} = +12,6 \text{ dB})$ et $G_{\text{dB,max}} = 0 \text{ dB}$ en f_0 .

cf annexe 2

Le gabarit n'est pas respecté : les BF et les HF ne sont pas assez atténuées.

12. $\underline{Z}_e = \frac{\underline{u}_e}{\underline{i}_e}$ à vide :  $\underline{Z}_e = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$

$\underline{Z}_s = \frac{\underline{u}_s}{\underline{i}_s}$ pour $\underline{u}_e = 0$:  $\underline{Z}_s = R // (\underline{Z}_L + \underline{Z}_C)$

Donc $\underline{Z}_s = \frac{R(\underline{Z}_L + \underline{Z}_C)}{R + \underline{Z}_L + \underline{Z}_C} = \frac{R(j\omega L + 1/j\omega C)}{R + j\omega L + 1/j\omega C} = \underline{Z}_s$

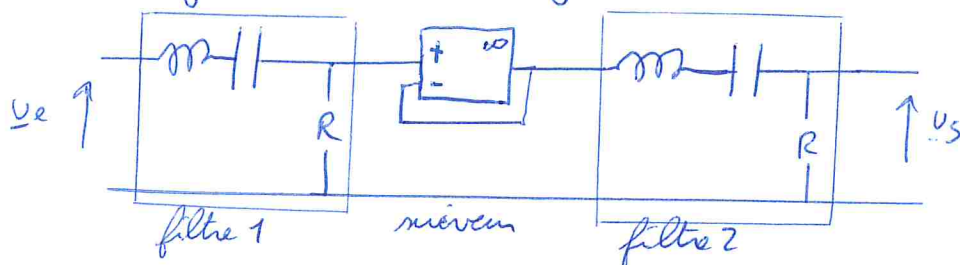
13. Pour $f = 2 \text{ kHz}$: $|\underline{Z}_e| = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} = 2,1 \text{ k}\Omega$.

et $|\underline{Z}_s| = \frac{R |L\omega - 1/C\omega|}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} = 1,1 \text{ k}\Omega$.

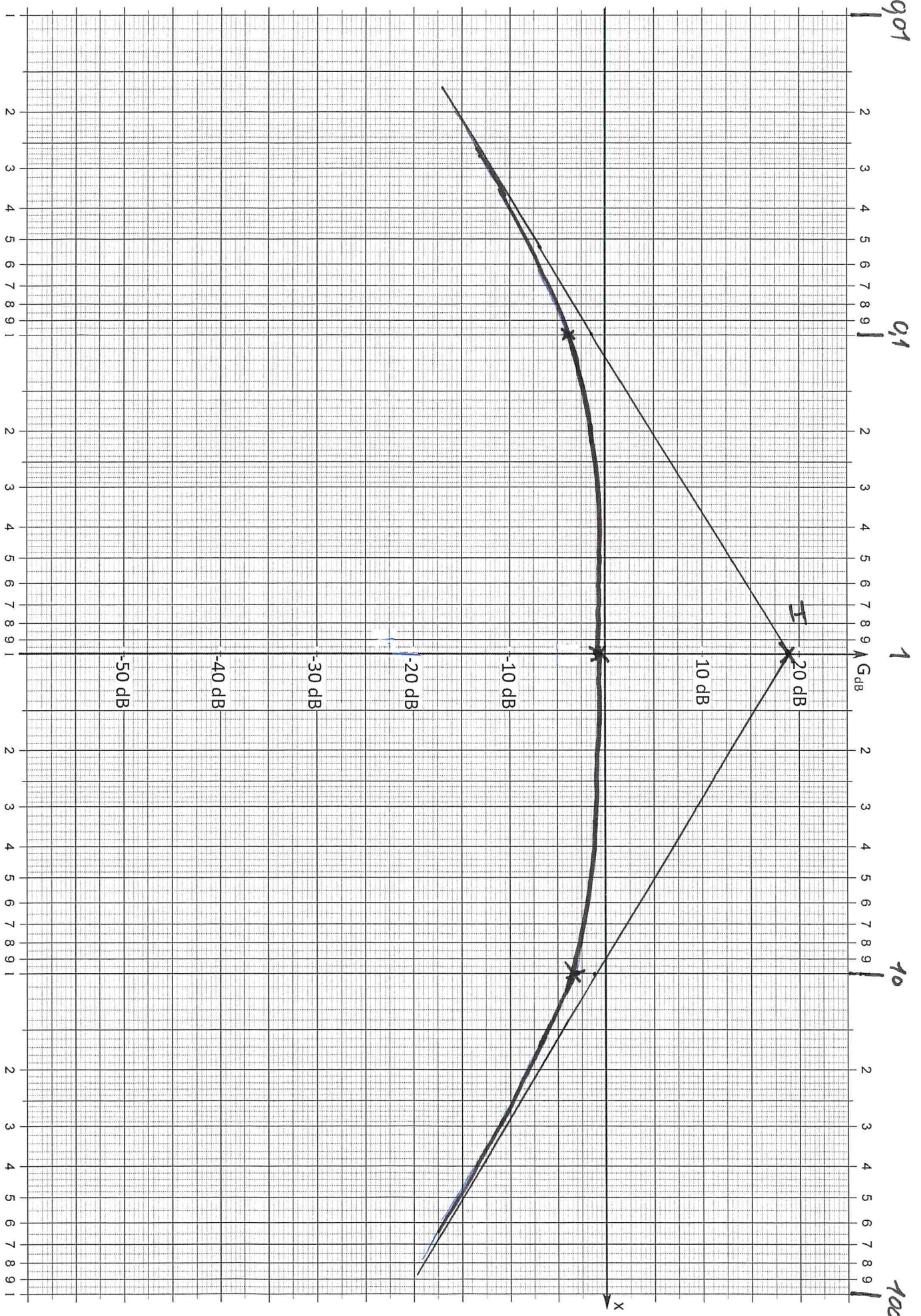
Pour placer les filtres en cascade sans influence sur les fonctions de transfert, il faut $|\underline{Z}_{s_n}| \leq |\underline{Z}_{e_{n+1}}|$.

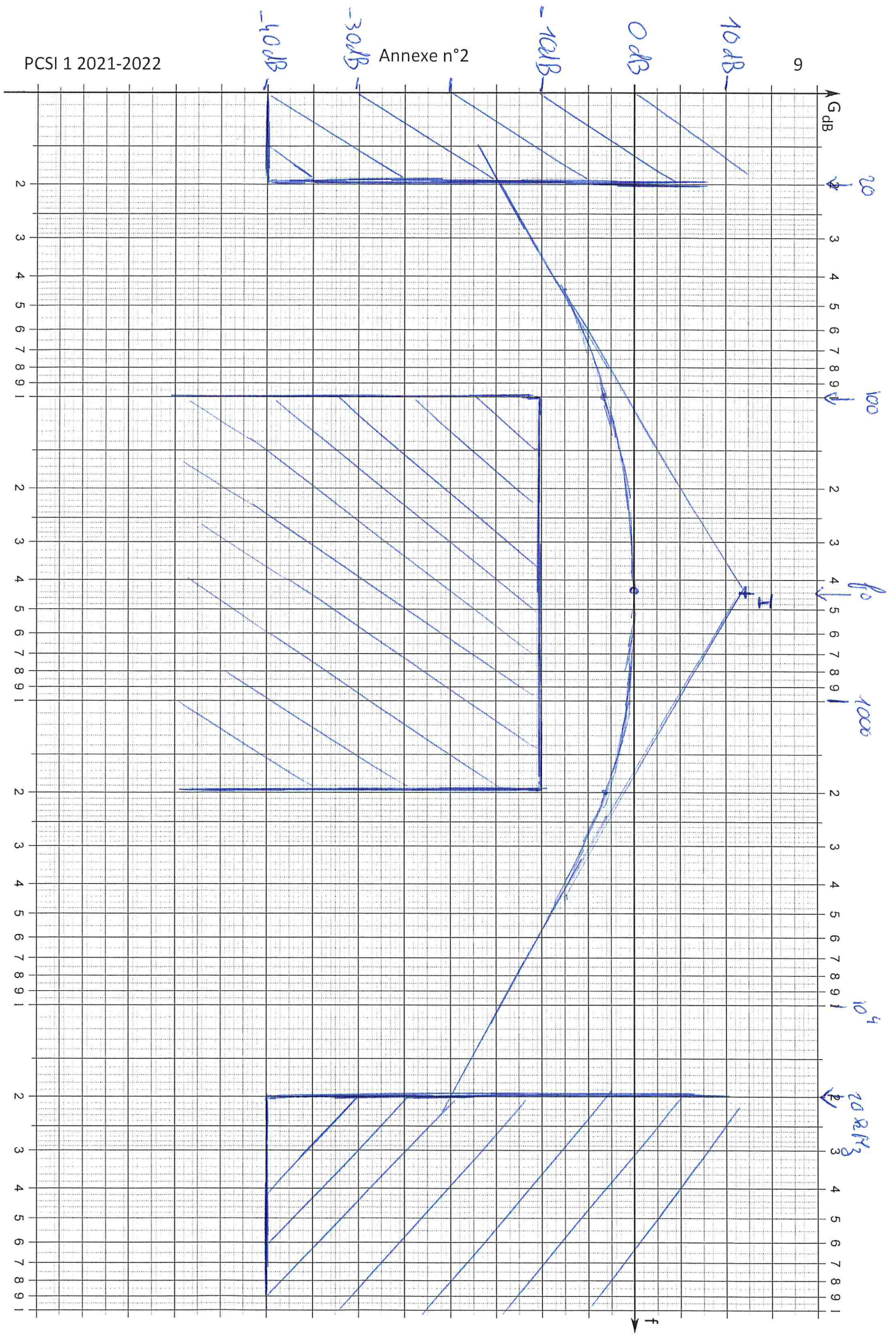
Ce n'est pas le cas ici.

14. On peut ajouter un montage niveleur entre les étages :



4



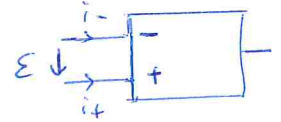


II Cellule de filtrage:

6.

1. ALI en régime linéaire: $i_+ = i_- = 0$

$$\varepsilon = V_+ - V_- = 0$$



2. Le théorème de Millman à l'entrée inverseuse donne:

$$V_- \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right) = \frac{u_e}{Z_1} + \frac{u_s}{Z_2}$$

Or $V_+ = V_- = 0$ d'où $\boxed{u_s = -\frac{Z_2}{Z_1} u_e}$

3. $Z_e = \frac{u_e}{i_e}$ à vide or $i_e = \frac{u_e}{Z_1}$ donc $\boxed{Z_e = Z_1}$

4. Un ALI est alimenté par une alimentation continue stabilisée $(-15V / 0V / +15V)$. C'est elle qui fournit la puissance permettant d'avoir $P_s > P_e$.

5. C'est de la même forme que la question 2 avec $Z_1 = R$ et $Z_2 = \alpha R$. D'où $\boxed{H_3 = -\alpha}$. On reconnaît l'amplificateur inverseur.

6. De même avec $Z_1 = R$ et $Z_2 = \frac{1}{fRC\omega}$ donc $\boxed{H_2 = \frac{-1}{fRC\omega}}$
On reconnaît le montage intégrateur.

7. On cherche le maximum du module de H :

$$|H| = \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2}}}. \text{ Or } \frac{d|H|}{dx} = 0 \Leftrightarrow -2 \cdot 2x \cdot (1-x^2) + \frac{2x}{Q^2} = 0$$

soit $x=0$ ou $(1-x^2) = \frac{1}{2Q^2} \Rightarrow x = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$ qui

n'est définie que si $1 - \frac{1}{2Q^2} \geq 0$ donc si $\boxed{Q \geq \frac{1}{\sqrt{2}}}$

Si $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$, $|H|$ passe par un maximum en:

$$x_{\text{rés}} = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}. \quad (x_{\text{rés}} \approx 1 \text{ dès que } Q > 2)$$

8. $\boxed{|H(x=1)| = Q}$

9. On observe un maximum du gain en $f \approx 150 \text{ Hz}$
 pour une valeur $G_{dB_{max}} = 20 \log Q = 14 \text{ dB}$

D'où $Q = 5$

Comme $Q > 2$, on a $x_{res} \approx 1 = RC 2\pi f_{max}$

D'où $RC = \frac{1}{2\pi f_{max}} \approx 10^{-3} \text{ s}$

Rappel: $[RC] = T$
 (\rightarrow unité = seconde)

10. $\Delta\varphi = 360 \times \frac{2,8}{6,5} = 160^\circ$ Δ il faut prendre $\Delta t < \frac{T}{2}$ pour avoir
 la même principale.
 u_s est en avance sur u_e donc $\varphi_{s/e} = +160^\circ$

11. On lit $r_m = 2,0 \text{ cm}$ et $r_m = 4,0 \text{ cm}$ d'où

$G_{dB} = 6 \text{ dB}$

12. Il y a 2 valeurs possibles: $f \approx 110 \text{ Hz}$ et $f \approx 180 \text{ Hz}$.
 Il faudrait utiliser le signe de $\varphi_{s/e}$ pour conclure.

III Étude thermique d'un bâtiment.

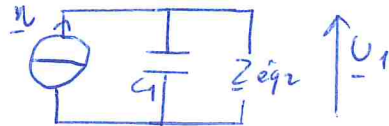
8.

$$1. \underline{Z}_{\text{éqv}_1} = R // \underline{Z}_{c_2} = \frac{R \underline{Z}_{c_2}}{R + \underline{Z}_{c_2}} = \frac{R}{1 + jRC_2\omega} = \underline{Z}_{\text{éqv}_1}$$

$$|\underline{Z}_{\text{éqv}_1}| = \frac{R}{\sqrt{1 + R^2 C_2^2 \omega^2}} = 8 \cdot 10^{-4} \Omega$$

$$2. \underline{Z}_{\text{éqv}_2} = \underline{Z}_{\text{éqv}_1} + R = \frac{2 + jRC_2\omega}{1 + jRC_2\omega} R = \underline{Z}_{\text{éqv}_2}$$

3. Le circuit devient:

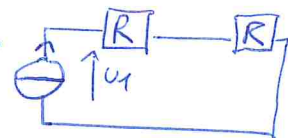


$$D'où \underline{u}_1 = \eta_0 \times (\underline{Z}_{c_1} // \underline{Z}_{\text{éqv}_2})$$

on simplifie et on arrive (même) au résultat!

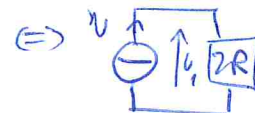
$$4. \text{En BF: } \underline{u}_1 \xrightarrow{\text{BF}} 2R\eta_0 \quad \text{donc } \boxed{U_0 = 2R\eta_0}$$

Or le circuit équivalent en BF a:



$$\underline{u}_1 = 2R\eta_0$$

C'est cohérent.



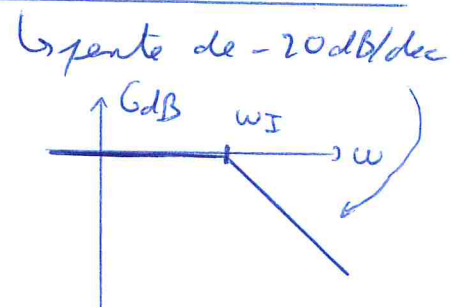
$$5. \underline{H} = \frac{1 + j \frac{RC_2}{2} \omega}{1 + jR(C_1 + C_2)\omega - R^2 C_1 C_2 \omega^2} \quad \begin{matrix} \xrightarrow{\text{BF}} 1 \\ \xrightarrow{\text{HF}} 0 \end{matrix} \quad \left. \vphantom{\underline{H}} \right\} \text{c'est un passe-bas.}$$

$$6. \underline{H} \xrightarrow{\text{BF}} 1 \quad \boxed{G_{dB, \text{BF}} = 0 \text{ dB}}$$

$$\underline{H} \xrightarrow{\text{HF}} \frac{jRC_2\omega/2}{-R^2 C_1 C_2 \omega^2} = \frac{1}{j2RC_1\omega} \quad \boxed{G_{dB, \text{HF}} = 20 \log \frac{1}{2RC_1\omega}}$$

7. Intersection des asymptotes pour

$$\begin{cases} G_{dB, I} = 0 \text{ dB} \\ \frac{1}{2RC_1\omega_I} = 1 \end{cases} \Rightarrow \omega_I = \frac{1}{2RC_1}$$



8. Le gain mesuré est 0dB donc en ω_c on a un gain de -3dB : On lit $\omega_c \approx 8 \times 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$

9. $T = 24^h$ donc $\omega_{\text{jour}} = \frac{2\pi}{24 \times 3600} = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$

10. Pour l'isolation intérieure $G_{dB}(\omega_{\text{jour}}) \approx 0 \text{ dB}$.

\Rightarrow pas d'atténuation des fluctuations de température jour/nuit.

Pour l'isolation extérieure $G_{dB}(\omega_{\text{jour}}) \approx -25 \text{ dB}$.

\Rightarrow très forte atténuation des fluctuations de température jour/nuit.

La forte capacité thermique des murs augmente l'inertie du système thermique : les températures varient peu + lentement. C'est plus agréable pour les occupants.

11. Le terme constant ($\omega/4$) correspond à la valeur moyenne de η . C'est la composante continue du signal.

12. Le fondamental a la même période que le signal.

La période de $\eta(t)$ est de 120 min donc $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$

13. Pour l'isolation intérieure :

$$G_{dB}(\omega_1) = -7 \text{ dB} \Rightarrow |H_a| = 10^{-7/20} = 0,45$$

Pour l'isolation extérieure :

$$G_{dB}(\omega_1) = -27 \text{ dB} \Rightarrow |H_b| = 10^{-27/20} = 0,04$$

Encore une fois les oscillations de température sont 10 fois plus faibles avec l'isolation extérieure. Les murs de la maison sont à la même température que l'air intérieur.