

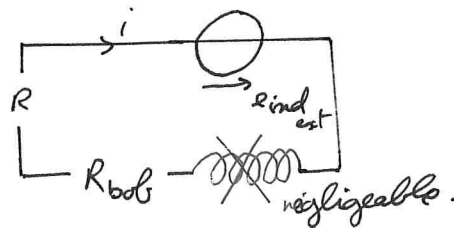
DS n° 7.

I Recharge par induction:

1. Loi de Lenz: les effets de l'induction s'opposent aux causes qui leur ont donné naissance.

Ici le flux varie car S augmente: le courant i induit sera positif afin que \vec{B}_{propre} soit opposé à \vec{B}_{ext} (afin que le flux total augmente moins vite) et \vec{F}_L sera selon $-\vec{e}_x$ pour que le mvt du barreau soit ralenti.

2. Schéma électrique:



Loi des mailles: $i(R + R_{\text{bob}}) = \varepsilon_{\text{ind ext}}$ avec $\varepsilon_{\text{ind ext}} = -\dot{\Phi}_{\text{ext}}$

Or $\Phi_{\text{ext}} = \vec{B}_{\text{ext}} \cdot \vec{S}$ ($\Delta \vec{S}$ selon $-\vec{e}_y$)
 $= -B_{\text{ext}} \cdot a x \Rightarrow \boxed{i = \frac{B \cdot a \cdot v}{R + R_{\text{bob}}}$ (1)

3. Syst: la tige mobile

Ref: tige considérée galiléenne

Forces: \vec{R}_{N1} , \vec{R}_{N2} , $m\vec{g}$, $\vec{F}_L = i \vec{CD} \wedge \vec{B}_{\text{ext}} = -i a B \vec{e}_x$.

PFD selon \vec{e}_x : $\boxed{m \dot{v} = -i a B}$ (2)

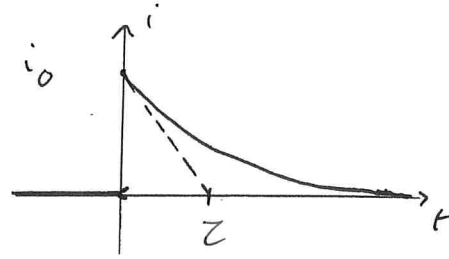
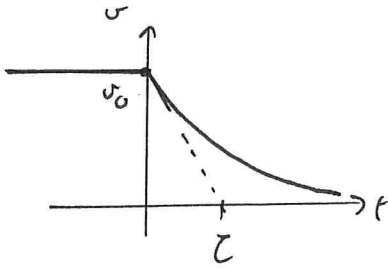
4. On injecte (1) dans (2): $m \dot{v} + \frac{a^2 B^2}{R + R_{\text{bob}}} v = 0$

De la forme: $\dot{v} + \frac{\gamma}{\tau} v = \frac{v_{\text{lim}}}{\tau}$ avec $v_{\text{lim}} = 0$

et $\boxed{\tau = \frac{m(R + R_{\text{bob}})}{a^2 B^2}}$ (4)

Solution : $v = A e^{-t/\tau}$ et CI $v(0) = v_0 = A$

D'où $v = v_0 e^{-t/\tau}$; $i = \frac{B a v_0}{R + R_{bob}} e^{-t/\tau}$



5. Bilan électrique : $\mathcal{E}_{ind} \cdot i = (R + R_{bob}) i^2$

Bilan mécanique : $\frac{d\mathcal{E}_c}{dt} = P(\vec{F}_L)$

Or $\mathcal{E}_{ind} \cdot i = B a v \cdot i$ et $P(\vec{F}_L) = -i a B v = -P_f(\mathcal{E}_{ind})$

Ce terme de couplage commun aux 2 bilans permet d'écrire :

$$\frac{d\mathcal{E}_c}{dt} = -(R + R_{bob}) i^2 = -P_r(R) - P_f(R_{bob}).$$

6. L'énergie cinétique initiale de la tige ($\Delta\mathcal{E}_c < 0$) sert à fournir de l'É électrique à la charge et le reste est dissipé par effet Joule des R_{bob} .

Bilan entre $t=0$ et $t \rightarrow \infty$ (quelques τ) :

$$\Delta\mathcal{E}_c = -\frac{1}{2} m v_0^2 = -\mathcal{E}_r(R) - \mathcal{E}_r(R_{bob})$$

avec $\mathcal{E}_{r(bob)} = \int_0^{\infty} R_{bob} i^2 dt = \frac{R_{bob}}{R} \int_0^{\infty} R i^2 dt = \frac{R_{bob}}{R} \mathcal{E}_r(R)$

donc $\frac{1}{2} m v_0^2 = \mathcal{E}_r(R) \left(1 + \frac{R_{bob}}{R}\right)$

D'où le rendement défini par $r = \frac{\mathcal{E}_r(R)}{\mathcal{E}_c(0)}$:

$$r = \frac{1}{1 + \frac{R_{bob}}{R}} = \frac{R}{R + R_{bob}} \quad (98\%)$$

$$7. \quad E_{co} = \frac{1}{2} m v_0^2 = 3,1 \text{ MJ.}$$

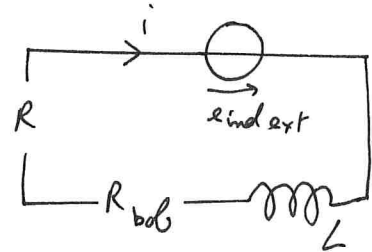
Même si $R_{bob} \ll R$, on aurait au mieux $\xi_r(R) = 3,1 \text{ MJ}$.
 soit 6% de la recharge: c'est faible.

Il est donc indispensable de prévoir un complément de recharge par les supercondensateurs des stations.

8. Le nouveau schéma électrique:

D'où

$$L \frac{di}{dt} + (R + R_{bob}) i = e_{ind ext.}$$



$$\boxed{L \frac{di}{dt} + (R + R_{bob}) i = a B v} \quad (1)$$

9. Par la loi, pas de chgt: $\boxed{m \ddot{v} = -i a B}$ (2)

$$(2) \text{ ds } (1) \text{ donne: } -L \frac{m}{aB} \ddot{v} - (R + R_{bob}) \frac{m}{aB} \dot{v} = a B v$$

$$\text{Soit } \boxed{\ddot{v} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{v} + \omega_0^2 v = 0} \quad \text{avec } \omega_0^2 = \frac{a^2 B^2}{mL} \text{ et } \frac{\omega_0}{Q} = \frac{R + R_b}{L}$$

10. Le régime critique est le plus court. Cela semble préférable par un freinage efficace: $Q = 0,5$.

$$\text{D'où } 0,5 = \frac{L}{R + R_{bob}} \cdot \frac{aB}{\sqrt{mL}} \Rightarrow \boxed{B = \frac{0,5 (R + R_{bob})}{a} \sqrt{\frac{m}{L}}}$$

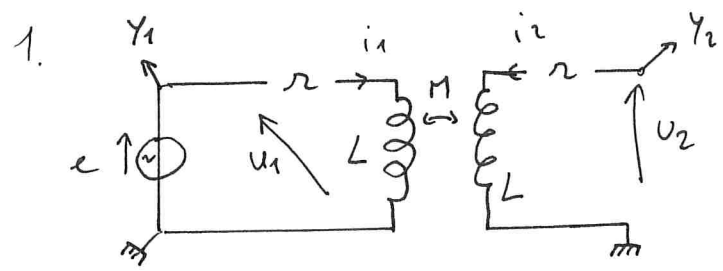
11. On obtient donc $v(t) = e^{-\frac{t\omega_0}{2Q}} (A + Bt) = e^{-\omega_0 t} (A + Bt)$

$$\text{avec } \begin{cases} v(0) = v_0 = A \\ i(0) = 0 = -\frac{m \dot{v}(0)}{aB} \Rightarrow \dot{v}(0) = 0 = -\omega_0 A + B \end{cases} \begin{cases} A = v_0 \\ B = v_0 \omega_0 \end{cases}$$

$$\text{D'où } \boxed{v(t) = v_0 (1 + \omega_0 t) e^{-\omega_0 t}} \text{ et } i(t) = -\frac{m \dot{v}}{aB}$$

$$\text{soit } i(t) = -\frac{m v_0}{aB} (\omega_0 - \omega_0 - \omega_0^2 t) e^{-\omega_0 t} : \boxed{i(t) = \frac{m v_0 \omega_0^2 t}{aB} e^{-\omega_0 t}} \quad (H)$$

II Sonde à effet inductif.



⚠ le circuit 2 est ouvert donc $i_2 = 0$

2. Loi des mailles dans le circuit ⓐ:

$$u_1 = e = r i_1 + L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = r i_1 + L \frac{di_1}{dt}$$

$$\text{et } u_2 = r i_2 + L \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} = M \frac{di_1}{dt}$$

} ⚠ $i_2 = 0$

En notation complexe :

$$\begin{cases} \underline{u}_1 = (r + j\omega L) \underline{i}_1 \\ \underline{u}_2 = j\omega M \underline{i}_1 \end{cases}$$

D'où $\underline{H}(\omega) = \frac{j\omega M}{r + j\omega L} = \frac{j\omega M/r}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$

De la forme : $\underline{H}(\omega) = H_0 \frac{j\omega/\omega_0}{1 + j\omega/\omega_0}$ avec $\begin{cases} \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\omega L}{r} \\ H_0 \omega_0 = \frac{\omega M}{r} \end{cases}$

Enfinement : $\omega_0 = \frac{r}{L}$ et $H_0 = M/L$ (H)

3. $\underline{H} \xrightarrow{BF} 0$ et $\underline{H} \xrightarrow{HF} H_0$: c'est un passé haut du 1^{er} ordre.
pente +20dB/dec

4. En BF on retrouve bien une pente de +20dB/dec (à peu près!) mais en HF le gain n'est pas constant : il y a une résonance vers 10^5 Hz et le gain s'effondre aux très hautes fréquences.

Suspects :

- le générateur (R_{int})
- l'osillo ($Z_{osc} = R // Z_c$)
- les composants

Verdict:

- R_{int} : innocent (R_{int} modifie simplement ω_0 et H_0)
- - coupable $|Z_{osc}| \rightarrow$ en HF et le circuit n'est plus ouvert
- - coupable: capacités inter-spices de L à HF (\Rightarrow résonance)

5. Modifier θ revient à modifier le flux mutuel
 M dépend de θ donc H_0 varie avec θ .

6. On lit : $20 \log H_0' = -20 \text{ dB}$ (pour $\omega_c < \omega < \omega_{rés}$)
donc $H_0' = 0,1$

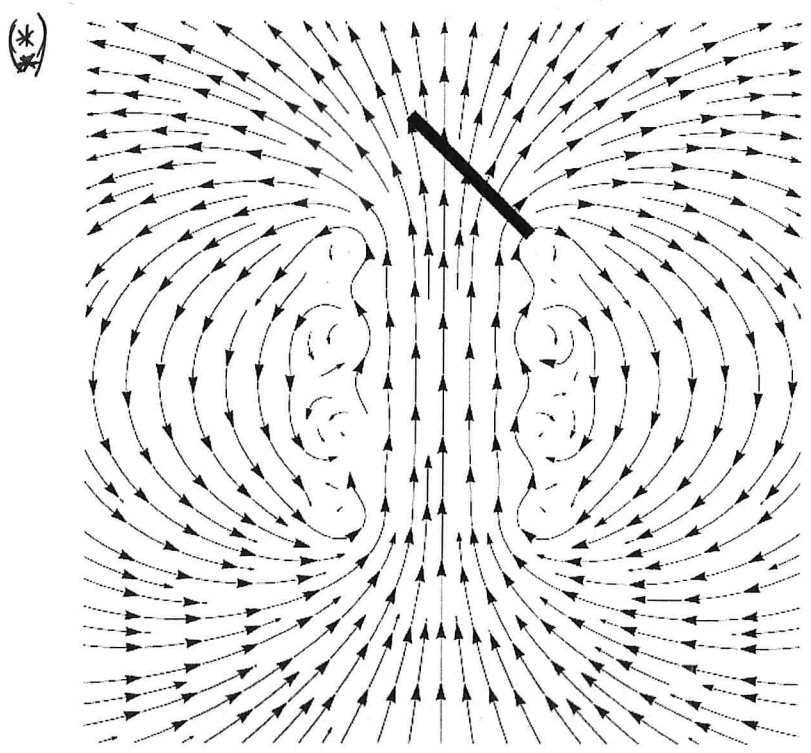
7 $\Phi_{1 \rightarrow 2} = \vec{B}_1 \cdot \vec{S}_2 N_2$ donc $\Phi_{1 \rightarrow 2}$ est prop à $\cos \theta$.

On obtient bien une linéarité entre $\cos \theta$ et $\Phi_{1 \rightarrow 2}$
donc entre $\cos \theta$ et M donc entre $\cos \theta$ et H_0 .

qd l'angle devient grand ($\cos \theta < 0,2 \Rightarrow \theta > 80^\circ$)
 H_0 n'évolue plus. [il faudrait un schéma exact des lignes de champ pour conclure].

8. Si l'opérateur incline la sonde, on voit que H_0
diminue (*) et il n'est alors plus possible de faire
la distinction entre une variation du signal due
aux défauts et la variation due à l'inclinaison.

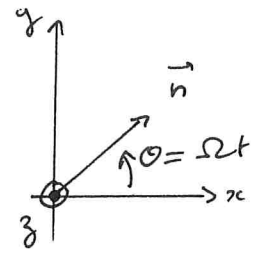
(*) la sensibilité est alors + faible



III Eolienne

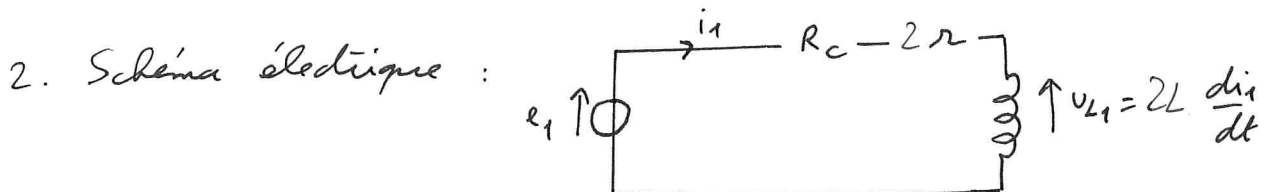
$$1. \quad \phi_1 = \phi_0 \vec{n} \cdot \vec{e}_x = \phi_0 \cos \theta = \phi_0 \cos \Omega t$$

$$\phi_2 = \phi_0 \vec{n} \cdot \vec{e}_y = \phi_0 \sin \Omega t.$$



D'après Faraday :

$$\boxed{\begin{aligned} e_1 &= +\phi_0 \Omega \sin \Omega t \\ e_2 &= -\phi_0 \Omega \cos \Omega t \end{aligned}}$$



D'où

$$e_1 = (R_c + 2r) i_1 + 2L \frac{di_1}{dt}$$

De même :

$$e_2 = (R_c + 2r) i_2 + 2L \frac{di_2}{dt}$$

3. En régime sinusoïdal établi et en notation C :

$$\phi_0 \Omega e^{j\Omega t} e^{-j\frac{\pi}{2}} = (R_c + 2r + 2jL\Omega) \underline{i_1} \quad \text{car } \sin \Omega t = \cos(\Omega t - \frac{\pi}{2}).$$

$$-\phi_0 \Omega e^{j\Omega t} = (R_c + 2r + 2jL\Omega) \underline{i_2}$$

On en déduit $\underline{i_{1m}} = \frac{\phi_0 \Omega (-j)}{R_c + 2r + j2L\Omega}$ et $\underline{i_{2m}} = \frac{-\phi_0 \Omega}{R_c + 2r + j2L\Omega}$

D'où $\boxed{i_m = \frac{\phi_0 \Omega}{\sqrt{(R_c + 2r)^2 + 4L^2 \Omega^2}} = |\underline{i_{1m}}| = |\underline{i_{2m}}|}$

avec $\varphi_1 = \arg(\underline{i_{1m}}) = -\frac{\pi}{2} - \arctan \frac{2L\Omega}{R_c + 2r}$ et $\varphi_2 = \pi - \arctan \frac{2L\Omega}{R_c + 2r}$

D'où $\varphi = +\arctan \left(\frac{2L\Omega}{R_c + 2r} \right)$ ou $-\pi$ (car $[2\pi]$).

4. Sur le schéma on voit que les courbes sont en quadrature (le 0 de l'une correspond au max de l'autre) et que

la courbe (a) est en avance sur la (b) : $\underline{\Delta \varphi_{a/b} = +\frac{\pi}{2}}$.

or $\boxed{\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{2}}$ (ou $-\frac{3\pi}{2} = \frac{\pi}{2} [2\pi]$)

donc $\begin{cases} \text{la courbe (a) est } u_1 \\ \text{la courbe (b) est } u_2. \end{cases}$

5. On peut lire $T = 0,40 \text{ s}$ donc $\Omega = \frac{2\pi}{T} = 15,7 \text{ rad/s}$ 7.

$$\Omega = 15,7 \text{ rad/s} = 2,5 \text{ tr} \cdot \text{s}^{-1} = \boxed{150 \text{ tr/min} = \Omega}$$

La vitesse de rotation est égale (aux incertitudes de mesure) près à la vitesse optimale $\omega = 150 \text{ tr/min}$.

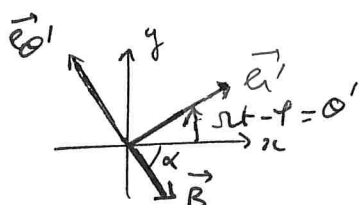
$$6. \langle P_R \rangle = \frac{1}{2} (R_c + 2r) \times i_{1m}^2 + \frac{1}{2} (R_c + 2r) \times i_{2m}^2$$

$$\boxed{\langle P_R \rangle = (R_c + 2r) i_m^2}$$

$$\boxed{\langle P_R \rangle = \frac{\phi_0^2 \Omega^2 (R_c + 2r)}{(R_c + 2r)^2 + 4L^2 \Omega^2}}$$

(car $\langle \cos^2 \rangle = \frac{1}{2}$)

$$7. \vec{B}_{\text{stator}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \mu_0 i_m \sin(\Omega t - \varphi) \vec{e}_x - \mu_0 i_m \cos(\Omega t - \varphi) \vec{e}_y$$



$$= \mu_0 i_m \begin{vmatrix} \sin(\Omega t - \varphi) \\ -\cos(\Omega t - \varphi) \end{vmatrix} = \mu_0 i_m \begin{vmatrix} \sin \theta' \\ -\cos \theta' \end{vmatrix} \quad \theta' = \Omega t - \varphi$$

$$\vec{e}_{\theta'} = \begin{vmatrix} -\sin \theta' \\ \cos \theta' \end{vmatrix} \Rightarrow \boxed{\vec{B}_{\text{stator}} = -\mu_0 i_m \vec{e}_{\theta'}} = \text{chf tournant de direction } \vec{e}_{\theta'}$$

à la vitesse Ω .

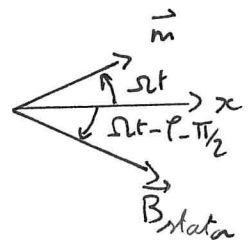
$$\boxed{\alpha = \Omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}} \quad \boxed{B_0 = \mu_0 i_m}$$

8. $\vec{\Gamma}_L = \vec{m} \wedge \vec{B}_{\text{stator}}$ car le champ est uniforme à un instant donné et le circuit est complet.

$$\Gamma_{L_{oz}} = \vec{\Gamma}_L \cdot \vec{e}_z = (\mu_0 i_m \vec{n} \wedge \vec{B}_{\text{stator}}) \cdot \vec{e}_z = B_0 m_0 \sin(-\varphi - \pi/2)$$

$$\boxed{\Gamma_{L_{oz}} = -B_0 m_0 \cos \varphi}$$

$$\text{Donc } \Gamma_{L_{oz}} = -\mu_0 i_m m_0 \times \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{(2L\Omega)^2}{(2r + R_c)^2}}}$$



$$\boxed{\Gamma_{L_{oz}} = -\mu_0 m_0 \phi_0 \frac{\Omega (2r + R_c)}{(2r + R_c)^2 + 4L^2 \Omega^2}}$$

en reprenant l'expression de i_m (q.3)

9. Syst : le rotor Ref : l.c.g

Faces: poids \vec{R}_{axe}
 Couples et moments / Oz : 0 car $m\vec{g}$ couple Oz
 0 car liaison idéale
 $\vec{0}$
 $\vec{0}$
 $\Gamma_{L_{Oz}}$
 Γ_m

TMC / Oz fixe.

$$\frac{dL_{Oz}}{dt} = \Gamma_{L_{Oz}} + \Gamma_m \quad \text{avec} \quad L_{Oz} = \int \Omega = cte$$

$$\Rightarrow \Gamma_m = -\Gamma_{L_{Oz}} = h m_0 \phi_0 \frac{\Omega (2r + R_c)}{(2r + R_c)^2 + 4L^2 \Omega^2} > 0 \quad (\text{ouf!})$$

$$P_m = \Gamma_m \cdot \Omega = h m_0 \phi_0 \frac{\Omega^2 (2r + R_c)}{(2r + R_c)^2 + 4L^2 \Omega^2} > 0.$$

10. Le théorème de Neumann nous dit que:

$$M_{\text{stator}1 \rightarrow \text{rotor}} = M_{\text{rotor} \rightarrow \text{stator}1} \Rightarrow \frac{\Phi_{\text{stator}1 \rightarrow \text{rot}}}{i_1} = \frac{\Phi_{\text{rot} \rightarrow \text{st}1}}{i}$$

$$\text{or } \Phi_{\text{rotor} \rightarrow \text{stator}1} = \phi_0 \vec{n} \cdot \vec{e}_x$$

$$\text{et } \Phi_{\text{stator}1 \rightarrow \text{rotor}} = B_1 \cdot \vec{e}_x \cdot \vec{S}_{\text{rotor}} \quad \text{avec } \vec{S}_{\text{rotor}} = \frac{m_0}{i} \vec{n}$$

$$= h i_1 \vec{e}_x \cdot \vec{n} \cdot \frac{m_0}{i}$$

$$\text{D'où } \frac{\phi_0}{i} = \frac{h i_1 m_0}{i} \Rightarrow \boxed{\phi_0 = h m_0}$$

$$[B] \cdot L^2 = \frac{[B]}{I} \cdot I \cdot L^2 \quad (\text{ok})$$

11. a. $\boxed{I_{\text{eff}} = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = \frac{0,5}{\sqrt{2}} = 0,35 \text{ A.}}$

b. ϕ_0 se déduit de l'expression de i_m :

$$i_m = \frac{\phi_0 \Omega}{\sqrt{(R_c + 2r)^2 + 4L^2 \Omega^2}} \Rightarrow \phi_0 = \frac{i_m \cdot \sqrt{(R_c + 2r)^2 + 4L^2 \Omega^2}}{\Omega}$$

c. $B_1 = \mu_0 n i_1 = h i_1$

$$\Rightarrow \boxed{h = \mu_0 n = 0,0125 \cdot \text{T} \cdot \text{A}^{-1}}$$

$$\boxed{\phi_0 = 1,66 \text{ Wb.}}$$

↑ Weber : unité
 du flux de B.
 (T · m² = 1 Wb.)

d. $\boxed{m_0 = \phi_0 / h = 132 \cdot \text{A} \cdot \text{m}^2}$

e. $m_0 = M_{\text{vol.}} \times \pi R^2 \times 4R \Rightarrow R^3 = \frac{m_0}{M_{\text{vol.}} \cdot 4\pi} \Rightarrow \boxed{R = 2,2 \text{ cm.}}$

