Lundi 20 juin 2022

Devoir surveillé n°9
Physique

I. Sonder l'atmosphère (d'après Centrale TSI 2008) :

On se propose dans ce sujet d'étudier la façon dont les météorologistes sondent les basses couches de l'atmosphère (troposphère et basse stratosphère) pour modéliser les phénomènes météorologiques.

Données numériques :

- rayon de la Terre : $\mathbf{R_T}$ = 6400 km ;

- $\mathbf{g}$ = 9,81 m.s^{-2} au niveau du sol ;

- constante des gaz parfaits : $\mathbf{R}$ = 8,314 J.K^{-1}.mol^{-1} ;

- masses molaires : $\mathbf{M_{air}}$ = 29 g.mol^{-1} et $\mathbf{M_{He}}$ = 4,0 g.mol^{-1}.

Toute prévision météorologique est basée sur un modèle fiable de l'atmosphère, rendant compte en particulier de la pression, de la température et de l'hygrométrie (humidité de l'air) en différents points de l'espace. Des mesures expérimentales de ces grandeurs en fonction de l'altitude sont ainsi effectuées régulièrement à l'aide de ballons-sondes pour permettre d'affiner les modèles informatiques existants et de prévoir les éventuelles formations nuageuses. Dans cette partie, le champ de pesanteur est supposé uniforme, égal à sa valeur au niveau du sol.

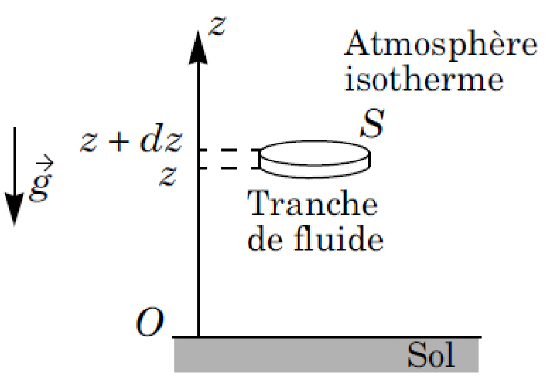
L'air sera toujours considéré comme un gaz parfait diatomique.

A. Modèle de l'atmosphère isotherme

On considère dans un premier temps le cas d'une atmosphère isotherme au repos, dans laquelle la température est uniforme et vaut T_0 = 288 K.

La pression au niveau de la mer vaut p_0 = 1,0 bar et on note p(z) la pression qui règne à l'altitude z.

1. En utilisant les symétries, faire un bilan des forces s'exerçant sur une tranche de fluide de base S, comprise entre les altitudes z et z + dz (figure ci-dessous) et établir l'équation de la statique des fluides pesants. En déduire l'équation différentielle vérifiée par p(z).

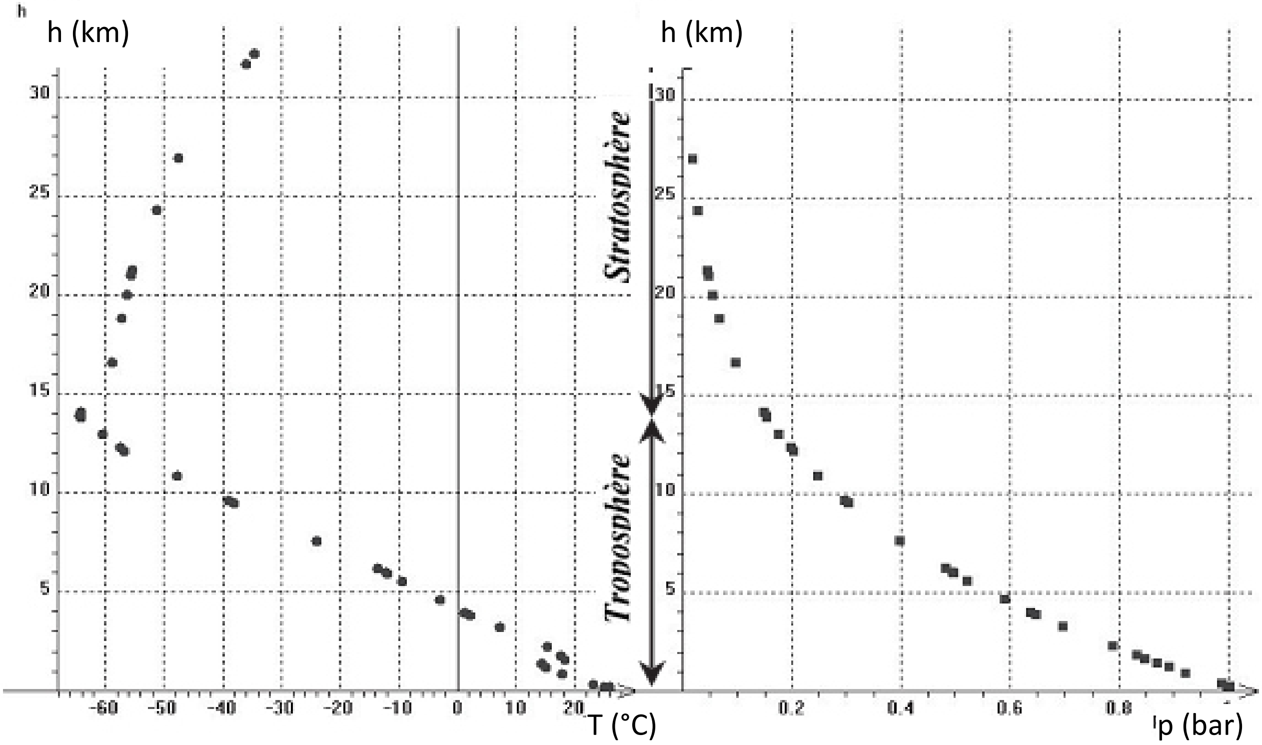


2. Déterminer l'expression de la pression p(z) qui règne à l'altitude z. Introduire une hauteur H caractéristique et faire l'A.N.

3. Application numérique : dans le cadre de ce modèle, déterminer l'altitude $z_{50\%}$ à laquelle la pression est égale à $p_0/2$.

B. Profil de température et pression dans l'atmosphère réelle

Les données transmises par un ballon-sonde au cours de son ascension dans la troposphère et la basse stratosphère permettent de tracer les profils réels de température et de pression régnant à la verticale d'une station météo. Les résultats expérimentaux obtenus sont rassemblés sur la figure ci-dessous qui représente **T en abscisse** et **z en ordonnée** pour la première figure puis **p en abscisse** et **z en ordonnée** pour le second.



Les profils de température dans la troposphère et la stratosphère sont différents et l'on cherche donc à affiner le modèle précédent pour décrire la troposphère en considérant cette fois un profil de température de la forme suivante où T_0 et a sont des paramètres constants :

$$T(z) = T_0 - a\,z$$

4. Commenter le choix de ce profil de température et évaluer numériquement T_0 et a.

5. Montrer que le champ de pression dans la troposphère se met alors sous la forme :

$$p(z) = p_0\,(1 - bz)^{\alpha}$$

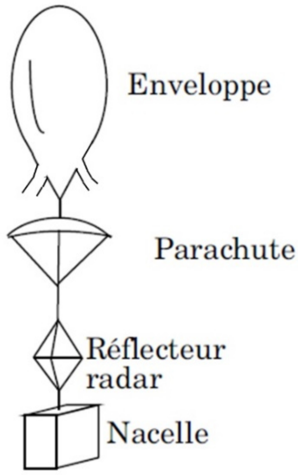
où b et α sont des paramètres constants à déterminer. Faire l'A.N. [avec les bonnes unités].

6. Comparer ce champ de pression à celui obtenu avec le modèle de l'atmosphère isotherme lorsque l'on se place à faible altitude (bz << 1) [DL1 svp].

C. Étude d'un ballon-sonde stratosphérique ouvert (B.S.O.)

Le ballon-sonde est le moyen le plus sûr et le plus économique d'envoyer une charge dans les différentes couches de l'atmosphère. Les ballons météorologiques, embarquant du matériel scientifique de mesure, explorent toute la troposphère et la basse stratosphère. On se propose ici d'étudier un type particulier de ballon-sonde stratosphérique : le ballon-sonde ouvert (BSO), représenté sur la figure ci-dessous et composé :

- d'une enveloppe de volume V = 100 m^3, ouverte sur l'extérieur par des manches d'évacuation situées à la base du ballon ;
- d'un parachute permettant de ralentir la descente du ballon en fin de mission ;
- d'un réflecteur radar pour le suivi à distance du ballon ;
- d'une nacelle, contenant les appareils de mesure, le système de télécommunication et de positionnement GPS.



Dans ce type de ballon, l'enveloppe est indéformable et garde un volume V constant. Au moment du lancement, le ballon est gonflé à l'hélium. Le ballon étant ouvert à sa base, il perd progressivement de l'hélium au cours de l'ascension et la pression à l'intérieur du ballon demeure identique à tout moment à celle qui règne à l'extérieur. On suppose de plus que la température à l'intérieur du ballon est toujours égale à la température extérieure. La masse m de l'ensemble {enveloppe vide + parachute + réflecteur + nacelle} reste constante au cours du vol. Le volume du ballon est assimilé à celui de son enveloppe.

L'atmosphère est toujours supposée isotherme, de température T_0 = 288 K. La pression au niveau du sol vaut p_0 = 1,0 bar. Tous les gaz sont considérés parfaits.

7. Évaluer la variation relative $\Delta g/g$ du champ de pesanteur entre le sol et l'altitude z = 20 km. Le ballon-sonde étant prévu pour monter à une dizaine de kilomètres d'altitude, faut-il tenir compte de la variation du champ de pesanteur, assimilé ici au champ de gravitation terrestre, avec l'altitude ?

8. Déterminer la masse m_{He} d'hélium contenue dans l'enveloppe au décollage.

9. Effectuer un bilan des forces précis s'exerçant sur le ballon au moment du décollage. En déduire la masse maximale m_{Max} du ballon (hors Hélium) pour que le ballon décolle effectivement. Faire l'A.N.

On considère dans la suite m = 20 kg.

10. Le plafond est atteint lorsque le ballon est à son altitude maximale. À quelle condition le ballon plafonne-t-il ? Estimer alors l'altitude maximale atteinte par le ballon-sonde.

Dès que le plafond est atteint, un système de largage libère l'enveloppe. La nacelle entame alors sa descente, ralentie par le parachute. Une fois retrouvés au sol, les appareils de mesure pourront servir une nouvelle fois pour une prochaine mission.

II. Expédition DeepSea Challenger (d'après Centrale-Supélec PSI 2020) **:**

Ce sujet porte sur l'exploration des très grandes profondeurs à l'aide de sous-marins autonomes et s'attache à discuter de quelques contraintes de sécurité liées à ces expéditions. Il reprend en particulier les données disponibles sur l'expédition menée en 2012 par le réalisateur James Cameron dans la fosse des Mariannes, fosse océanique la plus profonde connue à ce jour, et son sous-marin nommé DeepSea Challenger.

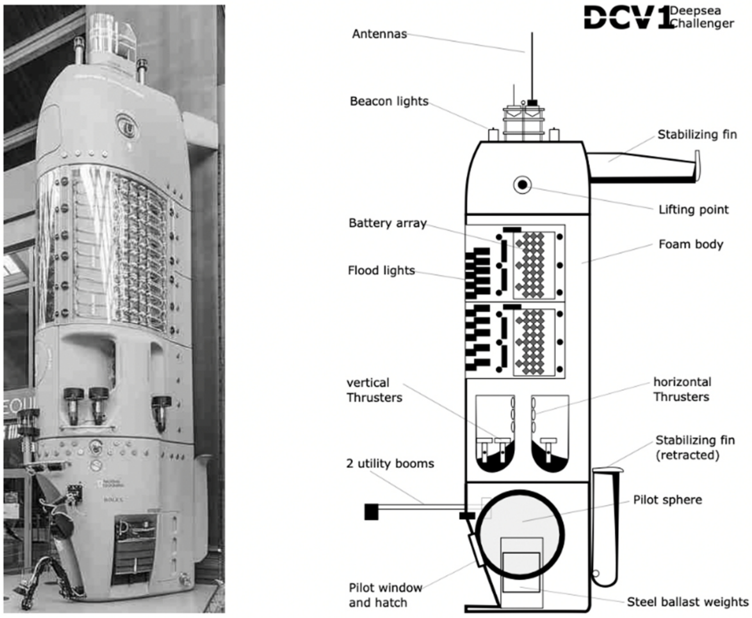


Figure 1 Le sous-marin Deepsea Challenger (Wikimedia)

Les données numériques sont regroupées en fin d'énoncé.

A. Evolution de la pression avec la profondeur

La principale contrainte à laquelle est soumis un sous-marin est celle liée à la pression exercée par le fluide environnant sur la structure de l'habitacle. L'évaluation des pressions rencontrées au fond de l'océan est donc cruciale pour déterminer les efforts supportés par les parois qui protègent le pilote. On utilisera un repère cartésien d'origine O placée sur l'interface eau-air et d'axe (Oz) descendant.

1. Énoncer le principe fondamental de la statique des fluides.

2. On suppose, dans cette question, que l'eau de mer est un fluide incompressible de masse volumique $\rho(z = 0) = \rho_0$.

En déduire l'expression de la pression $p(z)$ à une profondeur donnée z, en fonction de la pression atmosphérique p_0, de l'intensité g du champ de pesanteur supposé uniforme dans l'océan, ρ_0 et z.

Lorsqu'on approche des profondeurs atteintes par James Cameron, le modèle du fluide incompressible peut éventuellement être remis en cause. On cherche désormais à modéliser les variations de la masse volumique avec la profondeur en introduisant le coefficient de compressibilité isotherme de l'eau défini par :

$$\text{à } T = constante \quad : \quad \chi_T = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dp}$$

On considère que l'océan est isotherme mais que la masse volumique ρ est variable.

3. Montrer que :

$$\text{à } T = constante \quad : \quad \chi_T = \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dp}$$

4. On suppose que la grandeur χ_T est une constante. En utilisant le principe fondamental de la statique des fluides, montrer que la masse volumique varie avec la profondeur selon :

$$\rho(z) = \frac{\rho_0}{1 - \rho_0 \chi_T g z}$$

5. En déduire que l'on a :

$$p(z) = p_0 - \frac{1}{\chi_T}\ln(1 - \chi_T \rho_0 g z)$$

6. La pression dans la fosse des Mariannes (profondeur z_{max}) a été déterminée à $1{,}13 \times 10^8$ Pa. Comparer les résultats donnés par les deux modèles à cette profondeur et conclure [z est donné en fin d'énoncé avec ρ_0, χ_T et g].

Pour la suite on considèrera l'eau comme incompressible de masse volumique ρ_0.

B. Plongée et remontée

Pour résister à une telle pression, il faut renforcer toutes les structures porteuses et notamment équiper la zone habitable sphérique de parois d'une épaisseur de plus de 5 cm d'acier. Le surpoids lié à cette structure est contrebalancé par un ensemble de plaques de mousse spécialement développées pour assurer la flottabilité du sous-marin.

L'économie d'énergie est également critique. La plongée au fond de la fosse ainsi que la remontée en surface sont pour cette raison essentiellement assurées par les forces gravitaires. C'est donc un ensemble de masses attachées à la coque du sous-marin, appelées ballast, qui permettent la plongée. Leur abandon au fond de la fosse en fin d'expédition déclenche la remontée du sous-marin. Ainsi, l'usage des propulseurs, alimentés par un circuit électrique, peut être réservé à l'exploration locale de la fosse.

Le déplacement d'un solide dans un fluide visqueux s'accompagne généralement d'une force dite de trainée qui dépend notamment de la forme du solide et du régime d'écoulement. La norme de cette force, opposée au mouvement, peut s'écrire sous la forme :

$$F = \frac{1}{2} C_X \rho S\, v^2$$

où v est la vitesse du solide, S sa surface frontale, ρ la masse volumique du fluide et Cx un coefficient empirique sans dimension qui vaut 0,34 pour le sous-marin.

Les relevés effectués lors de la première expédition montrent que la descente du sous-marin, à vitesse quasi-constante, a duré environ 2h30 min et a permis d'atteindre une profondeur de 10,9 km. Le même trajet n'a pris que 70 min lors du retour à la surface.

7. Enoncer le théorème d'Archimède et évaluer la poussée d'Archimède subie par le sous-marin. Cette force dépend-elle de la profondeur à laquelle se trouve le sous-marin ? Faire l'A.N. au fond de la fosse des Mariannes (profondeur z_{max}).

8*. **<u>En explicitant clairement la démarche suivie</u>** [après recherche au brouillon !] ainsi que les hypothèses formulées, évaluer la masse du ballast (de volume négligeable) qui a été libéré pour permettre la remontée du sous-marin.

C. Risque d'hypoxie

La puissance électrique disponible assure, entre autres, le fonctionnement du système de contrôle de l'atmosphère de la capsule pendant plus de 50 heures. Ce système permet de maintenir une composition de l'air intérieur de l'habitacle correspondant à celle de l'atmosphère terrestre au niveau de la mer. On s'intéresse à la durée de survie du pilote au fond de l'océan en cas de panne de ce système.

Le dimensionnement des systèmes de survie en cas d'incidents divers s'appuie sur les données physiologiques moyennes d'un adulte :

Pression partielle en dioxygène pour que l'air soit respirable $p_{O2} > p_{O2lim} = 8{,}0\times10^3$ Pa ;

Volume moyen d'air inspiré au repos $V_p = 0{,}50$ L ;

Fréquence respiratoire au repos $f = 0{,}25$ Hz.

On considère que, lors d'une inspiration, un être humain inspire toujours le même volume V_p d'air dont la composition est celle de l'air ambiant dans lequel il se trouve. L'étude du cycle respiratoire montre que seul un quart du dioxygène inspiré est effectivement consommé par les poumons. On admettra que la quantité de matière de dioxyde de carbone exhalée est égale à la quantité de matière de dioxygène consommée par les poumons.

9. Quelle est la composition moyenne de l'air présent dans l'atmosphère terrestre au niveau de la mer ? En déduire les pressions partielles de chaque gaz.

On suppose que le système de contrôle de l'atmosphère cesse de fonctionner et on note n_i et p_{O2i} respectivement la quantité de matière de dioxygène présente dans l'habitacle et la pression partielle en dioxygène après la i-ème respiration après l'arrêt de ce système.

10. En explicitant les hypothèses utilisées, établir la relation :

$$n_{i+1} = n_i\left(1 - \frac{V_P}{4V_{int}}\right)$$

où V_{int} désigne le volume libre dans l'habitacle. En déduire une relation entre p_{O2i}, p_{O20}, V_p, V_{int} et i.

11. En déduire le nombre d'inspirations que peut faire le pilote, puis sa durée de vie sans apport extérieur de dioxygène.

Données sur l'eau de mer :

Masse volumique : $\boldsymbol{\rho_0}$ = 1,02×10^3 kg.m^{-3}

Coefficient de compressibilité isotherme : $\boldsymbol{\chi_T}$ = 4,41×10^{-10} Pa^{-1}

Données sur DeepSea Challenger :

Profondeur de la fosse des Mariannes : $\mathbf{z_{max}}$ = 10 900 m

Accélération de la pesanteur à la latitude de la fosse des Mariannes : **g** = 9,79 m.s^{-2}

Diamètre équivalent du sous-marin : **D** = 2,11 m

Diamètre intérieur équivalent de la zone habitable du sous-marin : $\mathbf{D_{int}}$ = 1,09 m

Hauteur du sous-marin : **H** = 7,30 m

Hauteur de la zone habitable : **h** = 1,80 m

III. Interférences en 1 et 2 dimensions :

On se propose d'enregistrer des interférences sonores dans deux conditions opératoires différentes.

La vitesse du son dans l'air est noté c et vaut c = 340 m.s^{-1}.

On rappelle la formule de Fresnel qui donne l'amplitude de la résultante de deux ondes synchrones, d'amplitudes s_{1m} et s_{2m}, déphasées de Δϕ, qui interfèrent :

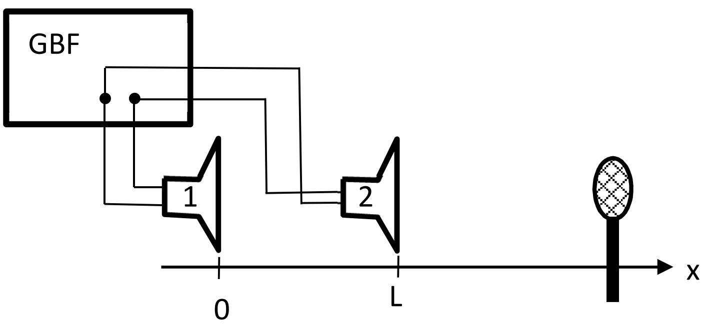
$$s_m^2 = s_{1m}^2 + s_{2m}^2 + 2s_{1m}s_{2m}\cos(\Delta\phi)$$

A. Configuration unidimensionnelle

On alimente deux haut-parleurs identiques, orientés dans le même sens, par un générateur sinusoïdal de fréquence f_0 : $e(t) = e_m\cos(2\pi f t)$.

Les deux haut-parleurs sont distants de L et un microphone est placé en face de ces haut-parleurs à une distance x_3 du premier (avec x_3 > L).

Un système de mousses absorbantes non représenté permet d'éviter toute réflexion des ondes sonore et on considère donc que la propagation est uniquement selon l'axe x.



1. Connaissez-vous une marque de GBF fiables et peu onéreux ?

Le signal émis par le haut-parleur n°1 s'écrit, pour tout x > 0 et pour tout t :

$$s_1(x,t) = s_0 \cos\left(2\pi f\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

2. Etablir l'expression du signal émis par le haut-parleur n°2 pour tout x > L et pour tout t.

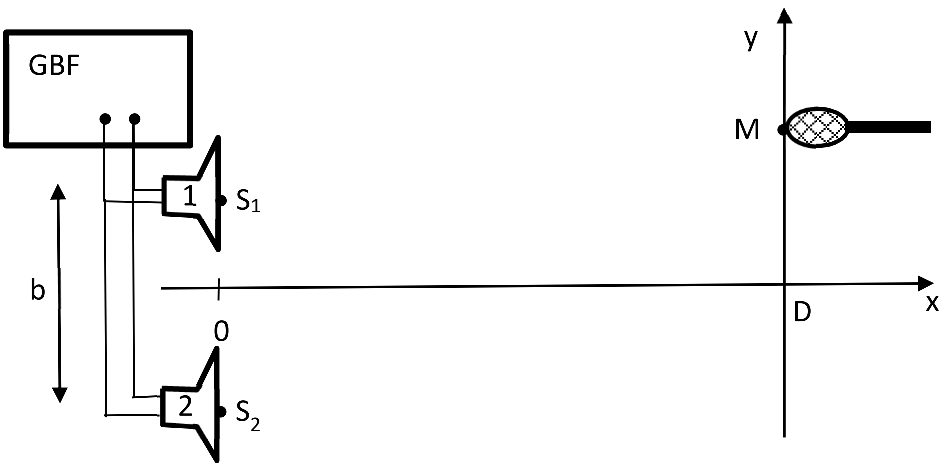
3. Etablir l'expression de l'amplitude $s_{tot,m}$ du signal perçu par le micro placé en x_3.

4. Cette amplitude dépend-elle de la position du microphone le long de l'axe ?

5. Déterminer les valeurs de L pour lesquelles cette amplitude est maximale.

B. Configuration en deux dimensions : analogue des trous d'Young

On place maintenant les deux haut-parleurs alignés selon un axe perpendiculaire à Ox et distants de b.



Le microphone est à une distance D le long de l'axe Ox et repéré par son ordonnée y.

6. Etablir l'expression, en fonction de s_0, f, c, S_1M et t, du signal reçu par le microphone en M lorsque seul le haut-parleur n°1 est alimenté.

7. De même avec le signal reçu lorsque seul le haut-parleur n°2 est alimenté [avec S_2M].

8. En déduire l'amplitude $s_{tot,m}$ du signal reçu par le microphone lorsque les deux haut-parleurs sont en fonctionnement. On introduira la différence de marche $\delta = S_2M - S_1M$.

9. Exprimer δ en fonction de y en tenant compte des conditions opératoires : $D \gg b$ et $D \gg y$.

10. Dans cette configuration à deux dimensions, l'amplitude du signal dépend-elle de la position du microphone ?

11. En déduire les positions du microphone pour que le signal soit d'amplitude nulle.

12. Définir l'interfrange i et la calculer en fonction de f, c, b et D. Faire l'A.N. avec f = 4400 Hz, b = 20 cm et D = 2,0 m.