PCSI 1 22-23

DS n° 4.

I. Modes DC et AC (des questions ont été supprimées ds la version finale)

1. La synchronisation est un réglage du balayage de l'écran qui permet d'obtenir $\boxed{T_{affichage} = n \times T_{signal}}$ ainsi lors des passages du spot sur l'écran, les courbes se superposent. On synchronise en général sur la voie 1 sur laquelle est branchée le générateur.

2. En mode AC, l'oscillo coupe la composante continue du signal et n'affiche que la composante alternative : $u_{\substack{affichée\\AC}} = u - \underbrace{\langle u \rangle}_{\text{composante continue}}$.

le signal est donc toujours centré sur 0.

3. Trois décades de fréquences explorées.

GdB varie entre -39,3 dB et -0,1 dB : on adapte l'échelle.

Il s'agit d'un <u>passe-haut</u> : les HF passent, les BF sont coupées.

4. Asymptote HF : GdB ≃ 0 dB. ⇒ pente nulle.

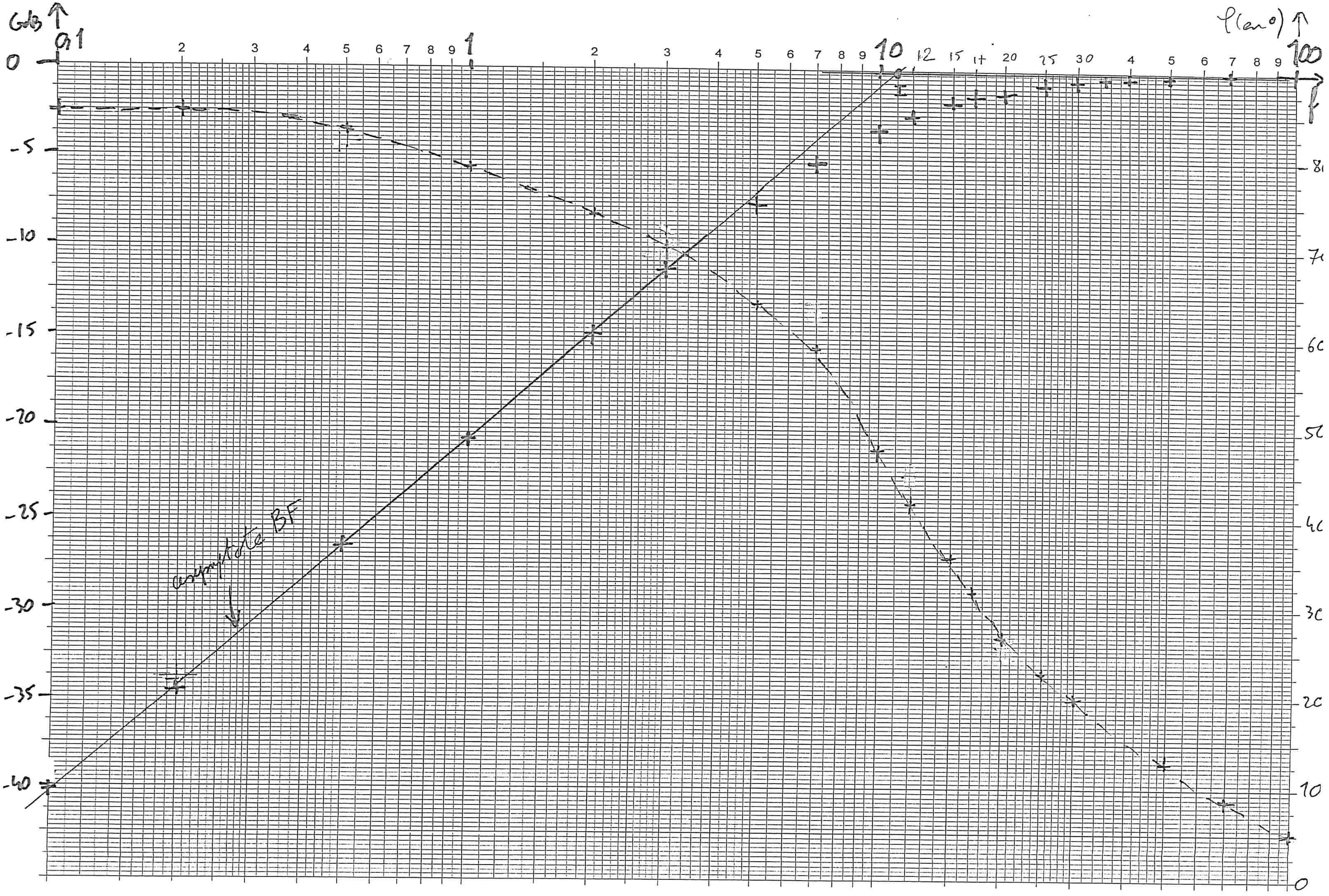
Asymptote BF : pente ≃ -19,5 dB/dec.

<u>Calcul</u> : en prenant les points (0,1 Hz, -40,1 dB) et (1 Hz, -20,6 dB) séparés d'une décade et bien alignés

Sur la portion étudiée le <u>filtre est du 1er ordre</u>. car sa pente n'excède pas 20 dB/dec.

5. Sur le diagramme du gain, fc se lit à 3dB en dessous du gain maximum : ici GdB = -3,1 dB pour $\boxed{f_c = 11\,Hz}$

<u>R</u>: Le croisement des asymptotes donne égalt : $f_c = 11\,Hz$.


Gdb
0
-5
-10
-15
-20
-25
-30
-35
-40
0,1
1
10
100
f
asymptote BF
0
10
20
30
40
50
60
70
80

6. $\underline{H}_1$ a une asymptote hautes fréquences qui tend vers 0.
⇒ c'est un passe-bas

$\underline{H}_2$ est égalt un passe-bas et en plus $G_{dB,BF} = +20\,dB$.

Il reste $\underline{H}_3 = \dfrac{j\omega/\omega_c}{1+j\,\omega/\omega_c}$ (passe-haut d'ordre 1).

7. 1 = passe bas (en HF : $s(t) \longrightarrow 0$ = tension aux bornes d'un fil)
↳ éliminé

$\boxed{2 = \text{passe haut d'ordre 1}}$ ⇒ solution !

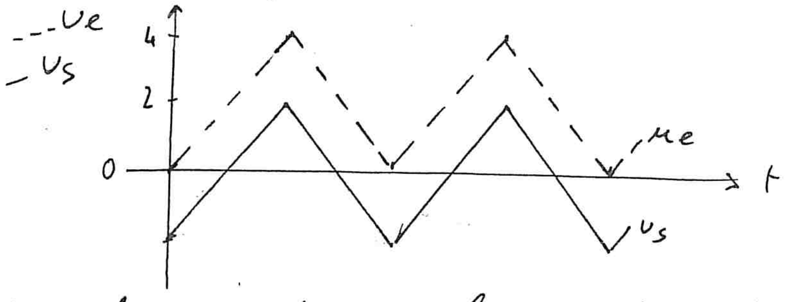
3 et 4 = filtres d'ordre 2 → éliminés
(3 = passe bas et 4 = passe-bande)

8. On a pour le filtre 2 : $\underline{H} = \dfrac{R}{R+\underline{Z}_c}$ (div. de tension)

donc $\underline{H} = \dfrac{R/\underline{Z}_c}{1+R/\underline{Z}_c} = \dfrac{jRC\omega}{1+jRC\omega}$ de la forme $\dfrac{j\,\omega/\omega_c}{1+j\,\omega/\omega_c}$

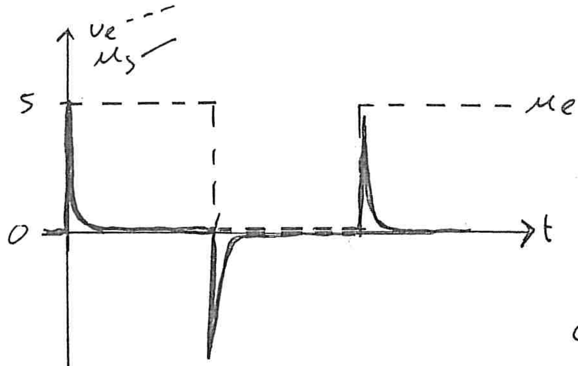
avec $\omega_c = \dfrac{1}{RC}$. D'où $f_c = \dfrac{1}{2\pi RC} = 11\,Hz \Rightarrow \boxed{C = 14{,}5\,nF}$

9. Le fondamental et toutes les harmoniques sont dans la zone passante : $f_1 \gg f_c$.
Seule la composante continue est coupée car $G_{dB,BF} \to -\infty$.
Le signal conserve donc sa forme initial mais la composante continue a disparu :



L'objectif visé est atteint.

10. $f_2 = 1\,Hz$ donc le fondamental et les principales harmoniques sont dans la zone de pente +20dB/dec :
le filtre est alors un dérivateur : en sortie il y a une succession d'impulsions sans composante continue.



Le filtre ne joue pas son rôle car f_1 est trop faible $\Rightarrow$ la composante continue est coupée mais le signal est fort^t déformé.

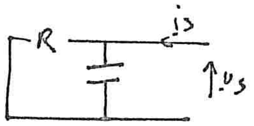
Conclusion :

Pour que le mode AC fonctionne correctement il faut que le signal ait une fréquence $\gg f_c = 11\ \text{Hz}$.

11.

- $\underline{Z}_e = \underbrace{\dfrac{\underline{u}_e}{\underline{i}_e}}_{\text{à vide}} = R + \underline{Z}_C$ pour le filtre n°2 : $\boxed{\underline{Z}_e = R + \dfrac{1}{jC\omega}}$

- $\underline{Z}_s = \dfrac{\underline{u}_s}{\underline{i}_s}$ pour $\underline{u}_e = 0$:



$$\boxed{\begin{aligned}\underline{Z}_s &= R /\!/ \underline{Z}_C \\ &= \frac{R}{1 + jRC\omega}\end{aligned}}$$

12. $|\underline{Z}_e| = \sqrt{R^2 + \dfrac{1}{C^2\omega^2}} \geqslant R = 10^6\ \Omega$. C'est une grande impédance d'entrée donc on se rapproche du filtre idéal. Bon accord avec le GBF car $R \gg R_{int}$.

13. Multimètre :

Pour le multimètre, le mode DC est en réalité le mode continu $\overline{\overline{V}}$ [personne ne l'appelle DC sauf la notice de l'appareil !] qui affiche la valeur moyenne du signal ; l'affichage sera

$$\boxed{\langle u \rangle = 0{,}0\ \text{V}.}$$

14. En mode AC, le multimètre affiche la valeur efficace de la composante alternative $u_{alt} = u - \langle u \rangle$.

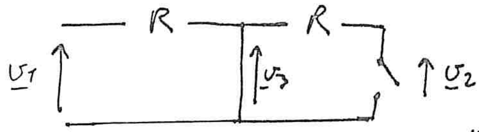
L'affichage sera : $\boxed{U_{eff} = \dfrac{u_m}{\sqrt{2}} = \dfrac{U_{cc}}{2\sqrt{2}} = 7{,}2\ \text{V}.}$

II Transmission d'É sans fils

1. En BF, $|\underline{Z}_C| \to \infty$ donc $C \Leftrightarrow$

et $|\underline{Z}_L| \to 0$ donc $L \Leftrightarrow$

Le circuit devient :

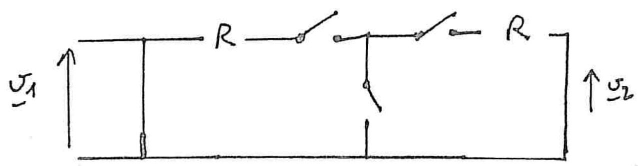


$\underline{v}_3 = 0$ (tension aux bornes d'un fil) donc $\boxed{\underline{v}_2 \xrightarrow{BF} 0.}$

2. En HF, $|\underline{Z}_C| \to 0$ donc $C \Leftrightarrow$

$|\underline{Z}_L| \to \infty$ donc $L \Leftrightarrow$

Le circuit devient :



donc $\boxed{\underline{v}_2 \xrightarrow{HF} 0}$ (tension aux bornes d'un fil).

3. Cela ressemble (en plus compliqué pour les calculs) à l'exercice avec 2 filtres $-R\overset{}{\underset{}{\top}}$ en cascade.

Un 1er diviseur de tension donne : $\underline{v}_2 = \dfrac{\underline{Z}_C}{R + (1-k)\underline{Z}_L + \underline{Z}_C} \cdot \underline{v}_3$

Un 2e diviseur de tension donne : $\underline{v}_3 = \dfrac{\underline{Z}_{\acute{e}qv}}{R + \underline{Z}_L(1-k) + \underline{Z}_{\acute{e}q}} \cdot \underline{v}_1$

avec $\underline{Z}_{\acute{e}qv} = k\underline{Z}_L \,//\, (R + (1-k)\underline{Z}_L + \underline{Z}_C)$.

Après quelques calculs on arrive à la forme proposée.

4. Le degré le plus élevé en ω est 3 : $\boxed{\text{c'est un filtre d'ordre 3}}$

5. $\underline{H} \xrightarrow{BF} j\omega \dfrac{Lk}{R}$ donc $\boxed{G_{dB,BF} = 20 \log \omega \dfrac{Lk}{R}}$

↳ pente de $+20$ dB/dec.

6. $\underline{H} \xrightarrow{HF} \dfrac{j\omega L k}{j\omega^3 C L^2 (k^2-1)} = \dfrac{k}{CL(k^2-1)\omega^2}$ ⚠ $k^2 - 1 < 0$

donc $\boxed{G_{dB,HF} = 20 \log \dfrac{k}{CL(1-k^2)\omega^2}}$ ↳ pente de -40 dB/dec.

7. Intersection des asymptotes lorsque $\omega_I \dfrac{Lk}{R} = \dfrac{k}{CL(1-k^2)\omega_I^2}$

soit $\boxed{\omega_I = \left(\dfrac{R}{L^2C(1-k^2)}\right)^{1/3} = 77.10^3 \text{ rad/s.}}$ $[f_I = 12{,}2 \text{ kHz}]$.

et $\boxed{G_{dB}(I) = 20 \log \omega_I \dfrac{Lk}{R} = -3{,}6 \text{ dB}}$

8. * On mesure effectivement la pente en BF : $\sim +20\,dB/dec$
(entre $f = 100\,Hz$: $G_{dB} = -65\,dB$ et $f = 1\,kHz$: $G_{dB} = -45\,dB$)

* et en HF : $\sim -40\,dB.dec^{-1}$ (entre $\left|\begin{matrix}10^5\,Hz \\ -60\,dB\end{matrix}\right.$ et $\left|\begin{matrix}10^6\,Hz \\ -100\,dB\end{matrix}\right.$).

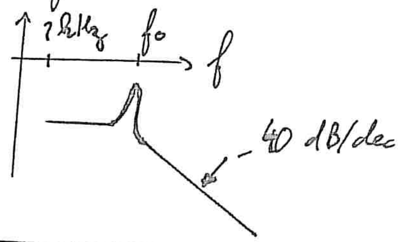
* Le tracé des asymptotes donne un croisement en I :

$$I \left| \begin{matrix} f_I \simeq 12\,kHz \quad \text{soit } \omega_I = 75.10^3\,rad.s^{-1} \\ G_{dB}(I) \simeq -4\,dB \end{matrix}\right.$$

Vu la précision de lecture, cela semble cohérent avec l'étude précédente.

9. AN : $\frac{R}{L} = 12.10^3\,rad.s^{-1} \Leftrightarrow f = \frac{R}{2\pi L} = 1,8\,kHz$.

Effectivement si on coupe les fréquences en dessous de 2 kHz on obtient le diagramme de Bode d'un passe-bas du 2^e ordre :
(avec $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$).



L'identification donne :

$$\begin{cases} H_0 = k \\ RC = \frac{1}{Q\omega_0} \\ LC = 1/\omega_0^2 \end{cases}$$

soit

$$\boxed{\begin{matrix} H_0 = k \\ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et } Q = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \\ = 200.10^3\,rad/s \qquad = 16,9 \end{matrix}}$$

10. f_0 ($= 31,3\,kHz$.) est indépendante de k donc du couplage donc de la distance entre les circuits.
Le réglage de la résonance est donc indépendant des conditions de recharge (récepteur près ou loin de l'émetteur).

11. On a bien : $\omega_0 \gg \frac{R}{L} = 12.10^3\,rad.s^{-1}$ (⚠ ne pas mélanger ω et f !)
L'hypothèse ① est vérifiée.

12. $f_{exp} = 34\ kHz$ et $f_{0\,théoriq} = 31{,}3\ kHz$.

Il y a un léger décallage (capacités parasites, précision des composants, ...).

13. Pour un passe bas du 2ᵉ ordre on sait que :

$$G_{dB}(f_0) = 20 \log(QH_0).$$

et que le croisement des asymptotes se fait en $I' \left| \begin{array}{l} f_0 \\ 20 \log H_0 \end{array} \right.$

Ici l'asymptote BF indique : $20 \log H_0 \simeq -22\,dB$

et $G_{dB}(f_0) = 20 \log(QH_0) = -2{,}5\ dB$

On en déduit : $\boxed{k = H_0 = 0{,}08}$

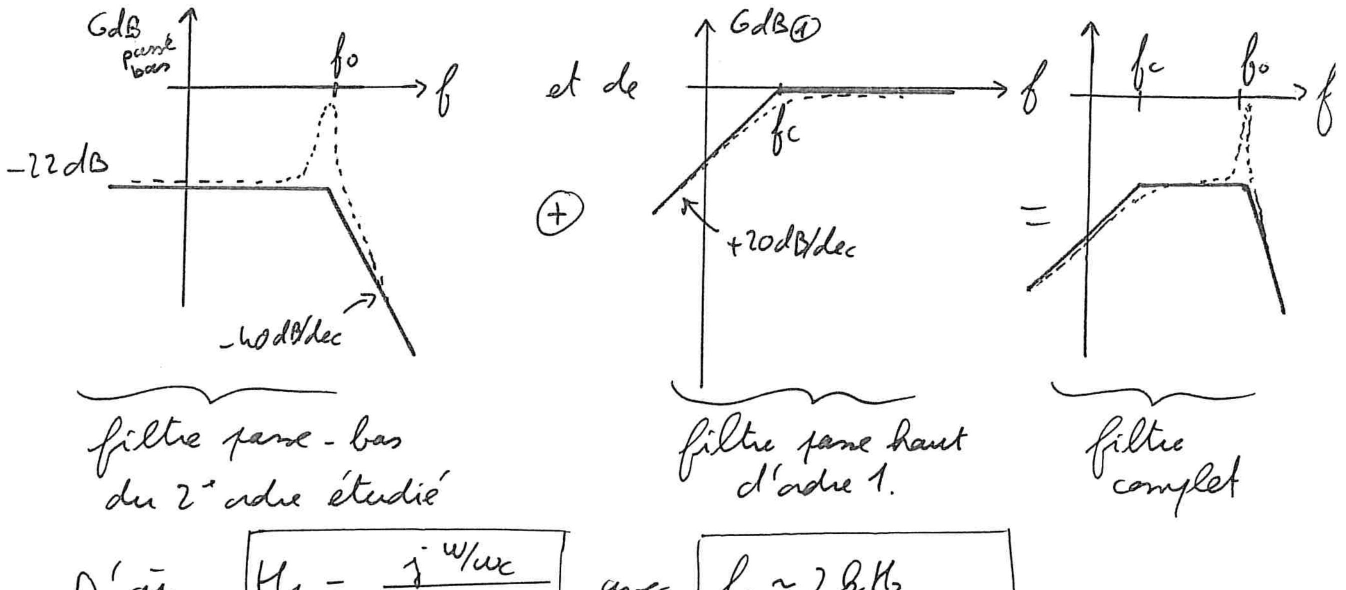
et $H_0 Q = 0{,}75$ donc $\boxed{Q = 9{,}4}$

Q est notablement inférieur à la valeur théorique mais il doit y avoir des résistances parasites (bobinage, Rint) non prise en compte.

On a bien $k \ll 1$. donc l'hypothèse (2) est vérifiée.

14. Si $\underline{H} = \underline{H}_{①} \times \underline{H}_{②}$ alors $G_{dB} = G_{dB①} + G_{dB②}$

Or le diagramme de Bode complet est la somme de :



D'où $\boxed{\underline{H}_1 = \dfrac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}}$ avec $\boxed{\begin{array}{l} f_c \simeq 2\,kHz \\ \omega_c \simeq 12{,}6 \cdot 10^3\ rad\,s^{-1} \end{array}}$

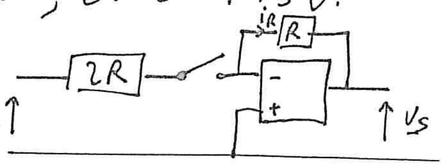
III Filtrage actif.

1. . La liaison électrique entre la sortie et l'entrée inverseuse (contreréaction négative) est un indice de fonctionnement linéaire de l'ALI (condition nécessaire).

. En fonctionnement linéaire $\varepsilon = V_+ - V_- = 0$.

. Il faut alimenter l'ALI (avant d'appliquer la tension u_e) avec une alimentation stabilisée stationnaire symétrique : typiquement $-15V$; $0V$ et $+15V$.

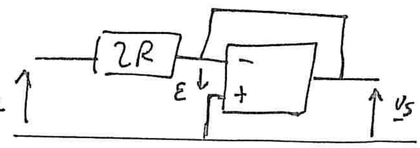
2. * En BF le circuit devient :



or $V_+ = V_- = 0$

et $V_s = V_-$ car $i_R = 0$. Donc $\underline{U_s} \xrightarrow{BF} 0$

* En HF le circuit devient :



donc $\underline{V_s} = \underline{V_-} = \underline{V_+} = 0$

("théorème du fil" + $\varepsilon = 0$). Donc $\underline{v_s} \xrightarrow{HF} 0$

* Il s'agit d'un passe-bande.

3. ALI : $i_+ = i_- = 0$

fonctionnement linéaire : $\varepsilon = 0$

circuit : $V_+ = 0$

Posons $\begin{cases} \underline{Z_1} = 2R + \underline{Z_{C/2}} = 2R + \dfrac{2}{jC\omega} \\ \underline{Z_2} = (R // \underline{Z_C}) = \dfrac{R}{1+jRC\omega} \end{cases}$

Millmann en $\ominus$: $V_- \left(\dfrac{1}{\underline{Z_1}} + \dfrac{1}{\underline{Z_2}} \right) = \dfrac{\underline{u_e}}{\underline{Z_1}} + \dfrac{\underline{U_s}}{\underline{Z_2}}$

Donc $\dfrac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}} = -\dfrac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1}}$ (c'est un montage amplificateur inverseur)

⚠ $\underline{Z_{C/2}} = \dfrac{1}{j\frac{C}{2}\omega} = \dfrac{2}{jC\omega}$.

Finalement $\underline{H} = \dfrac{-R}{1+jRC\omega} \times \dfrac{1}{2(R + \frac{1}{jC\omega})} = \dfrac{-1/2}{(1+jRC\omega)(1+\frac{1}{jRC\omega})}$

Donc $\underline{H} = \dfrac{-1/2}{1 + jRC\omega + \frac{1}{jRC\omega} + 1} = \dfrac{-1/4}{1 + \frac{j}{2}\left(RC\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)} \Rightarrow \boxed{H_0 = -1/4 \quad \omega_0 = \dfrac{1}{RC} \quad Q = 1/2}$

4. $\boxed{\underline{Z}_e = \frac{\underline{u}_e}{\underline{i}_e} \text{ à vide}}$

Loi des mailles à l'entrée : $\underline{u}_e + \underline{Z}_1 \times \underline{i}_e + \underline{\varepsilon} = 0$

or $\underline{\varepsilon} = 0$ donc $\boxed{\underline{Z}_e = \underline{Z}_1 = 2R + \frac{2}{jC\omega}}$

5. Si on ajoute une charge $\underline{Z}_{ch}$ en sortie du filtre, les équations précédentes (q. 3) restent valables :

$\boxed{\underline{H} = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} \text{ est indépendante de } \underline{Z}_{ch}.}$

Si $\underline{Z}_s \neq 0$, alors $\underline{u}_s = \frac{\underline{Z}_{ch}}{\underline{Z}_s + \underline{Z}_{ch}} \cdot \underline{H}\,\underline{u}_e \neq \underline{H}\,\underline{u}_e$.

C'est contraire à la remarque précédente donc

$\boxed{\underline{Z}_s = 0}$

6. * BF : pente $= +20\,dB/dec$

or $\underline{H} \xrightarrow{BF} \frac{H_0}{-jQ\frac{\omega_0}{\omega}}$

donc $G_{dB,BF} = 20\log\left|\frac{H_0}{-jQ\frac{\omega_0}{\omega}}\right|$

$= \underbrace{20\log\frac{|H_0|}{Q\omega_0} + 20\log\omega}$

pente de $+20\,dB/dec$

C'est compatible !

* HF : pente $= -20\,dB/dec$.

or $\underline{H} \xrightarrow{HF} \frac{H_0}{jQ\frac{\omega}{\omega_0}}$

donc $G_{dB,HF} = 20\log\left|\frac{H_0}{jQ\frac{\omega}{\omega_0}}\right|$

$= 20\log\frac{|H_0|\omega_0}{Q} - \underbrace{20\log\omega}$

pente de $-20\,dB/dec$

C'est compatible !

* $G_{dB,Max} = -12\,dB$ et en théorie $G_{dB,Max} = G_{dB}(\omega_0) = 20\log|H_0|$

$= 20\log 0{,}25 = -12\,dB$

C'est compatible !

7. On relève $f_0 = 300\,Hz$.

Or $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$ donc $\boxed{C = \frac{1}{2\pi R f_0} = 113\,nF}$

8. On relève $f_{c1} = 125\,Hz$ et $f_{c2} = 700\,Hz$ $(G_{dB}(f_c) = -12-3 = -15\,dB)$

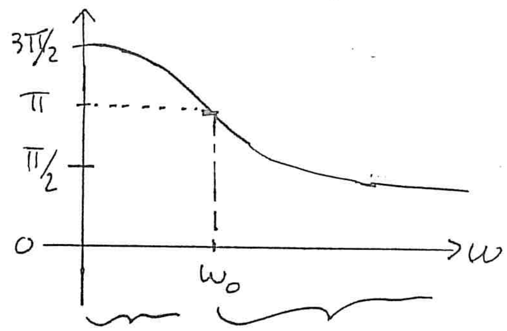
Or $\boxed{Q = \frac{f_0}{\Delta f} = 0{,}5}$ c'est compatible !

9. $\varphi = \arg(\underline{H}) = \pi - \arctan\left(Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$

$\varphi \xrightarrow{BF} \frac{3\pi}{2}$

$\varphi(\omega_0) = \pi$

$\varphi \xrightarrow{HF} \frac{\pi}{2}$



u_s en <u>retard</u> car la mesure principale $\in [-\pi/2 ; -\pi]$.

u_s en avance sur u_e.

10. On constate que $u_{s_m} = 1$ V donc $G_{dB}(f_1) = 20 \log \frac{1}{5} = -14$ dB

On lit que $f_1 \simeq 150$ Hz ou $f_1 \simeq 600$ Hz.

Il faut utiliser la phase pour trancher :

u_s est en avance sur u_e ($\Delta\varphi_{s/e} \simeq 140°$) donc $\boxed{f_1 = 600 \text{ Hz}}$

11. On relève $T_2 = 0{,}2$ ms $\Rightarrow$ $\boxed{f_2 = 5 \text{ kHz}.}$

* Le signal créneau comporte un fondamental à $f_2 = 5$ kHz puis des harmoniques (impaires uniquement) qui sont toutes dans la zone de l'asymptote HF de pente -20 dB/dec $\Rightarrow$ c'est un <u>intégrateur</u> dans cette zone.

Le signal de sortie est donc toujours de fréquence f_2 mais sa forme est triangulaire.

* L'amplitude de u_s est faible car à 5 kHz on lit $G_{dB}(f_2) = -30$ dB donc le fondamental de u_s a une amplitude = amplitude du ________ de $u_e \times \underbrace{10^{-30/20}}_{0{,}03}$

C'est cohérent avec la figure.

* le déphasage est de $\pi/2$ pour le fondamental et les harmonique : on a bien u_s en <u>quadrature avance</u> / u_e.