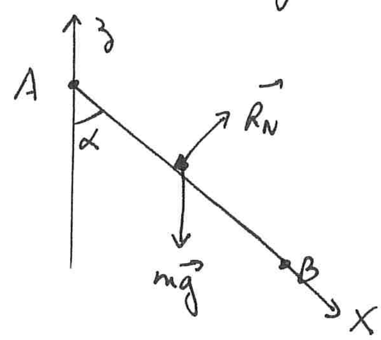
PCSI 1. 22-23

DS n°5

I. Descente à Aqua Viva

1. Système : le cascadeur   Réf : terrestre considéré galiléen

Forces : $m\vec{g}$, $\vec{R_N}$



$\mathcal{E}_{pp} = mgz$ (origine en A)

$= -mgX\cos\alpha$

TEM entre A et B : $\Delta_{AB}\mathcal{E}_m = W(\vec{F_{nc}})$

$= W(\vec{R_N}) = 0$ car $\vec{R_N} \perp d\vec{OM}$

Donc $\mathcal{E}_m(B) = \mathcal{E}_m(A) \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - mg\underbrace{AB\cos\alpha}_{H'} = 0$

Finalement : $\boxed{v_B = \sqrt{2gH'} = 12{,}5\ \mathrm{m\,s^{-1}}}$

2. Pour calculer t_B il faut utiliser le PFD :

$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{R_N}$ donc selon $\vec{e_X}$: $m\ddot{X} = mg\cos\alpha$

Finalement : $\ddot{X} = g\cos\alpha \rightarrow \dot{X} = g\cos\alpha . t + C_1$

CI : $C_1 = \dot{X}(0) = 0$ donc $X = g\cos\alpha \frac{t^2}{2} + C_2$

et $C_2 = X(0) = 0$: $\boxed{X = g\cdot\cos\alpha\ t^2/2}$

en $X = AB = \frac{H'}{\cos\alpha}$, on a : $\boxed{t_B = \sqrt{\frac{2H'}{g\cos^2\alpha}} = 1{,}6\ \mathrm{s}}$

3. Pendant la descente rectiligne, l'accélération est constante et vaut $\|\vec{a}\| = |\ddot{X}| = g\cos\alpha$ (car $\ddot{Y} = 0$)

$\boxed{a_{max} = g\cos\alpha = 8{,}0\ \mathrm{m\,s^{-2}}}$

4. TEM avec les frot^t : $\Delta_{AB}\mathcal{E}_m = W(\vec{F_{nc}}) = \underbrace{W(\vec{R_N})}_{0} + W(\vec{R_T})$

Donc $W(\vec{R_T}) = \frac{1}{2}mv_1^2 - mgH' = -416\ \mathrm{J} < 0$ (les frot^t sont résistants)

5. De plus, PFD selon $\vec{e_y}$: $0 = \|\vec{R_N}\| - mg\sin\alpha$.

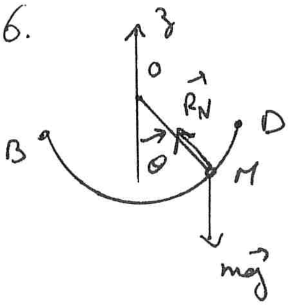
donc $\|\vec{R_N}\| = mg\sin\alpha$ et $\|\vec{R_T}\| = \lambda mg\sin\alpha$ car il y a glissement.

Le travail de $\vec{R_T}$ est $W_{AB}(\vec{R_T}) = \int_A^B \vec{R_T}\cdot d\vec{OM} = -\lambda mg\sin\alpha\, AB$.

or $AB = \dfrac{H'}{\cos\alpha}$ $\Rightarrow$ $W_{AB}(\vec{R_T}) = -\lambda mg\tan\alpha . H'$

On en déduit : $\boxed{\lambda = -\dfrac{W_{AB}(\vec{R_T})}{mg\tan\alpha H'} = 0{,}095}$

R : c'est un coeff de frot^t très faible : c'est logique car la piste est arrosée en continue.

6. 

On cherche $\dot{\theta}(\theta)$ $\Rightarrow$ TEM

Syst : le cascadeur   ref : t.c.g

Forces : $m\vec{g}$; $\vec{R_N}$

$\mathcal{E}_{pp} = mgz = -mgR\cos\theta$. (origine en O)

TEM : $\Delta\mathcal{E}_m = W(\vec{F_{nc}}) = W(\vec{R_N}) = 0$ car $\vec{R_N} \perp d\vec{OM}$

$$\left(\frac{1}{2}m(R\dot{\theta})^2 - mgR\cos\theta\right) - \left(\frac{1}{2}mv_1^2 - mgR\cos(-\beta)\right) = 0$$

D'où $\boxed{v = R\dot{\theta} = \sqrt{v_1^2 + 2gR(\cos\theta - \cos\beta)}}$ R : $\theta < \beta$ donc $v > v_1$.

7. PFD selon $\vec{e_r}$: $-mR\dot{\theta}^2 = mg\cos\theta - \|\vec{R_N}\|$

D'où $\|\vec{R_N}\| = m(g\cos\theta + R\dot{\theta}^2) = m\left(\dfrac{v_1^2}{R} + g(3\cos\theta - 2\cos\beta)\right)$

Finalement : $\boxed{\vec{R_N} = -m\left(\dfrac{v_1^2}{R} + g(3\cos\theta - 2\cos\beta)\right)\vec{e_r}}$

8. $\vec{R_N}$ s'annule pour $3\cos\theta = 2\cos\beta - \dfrac{v_1^2}{gR}$

soit $\boxed{\theta = \arccos\left(\dfrac{2}{3}\cos\beta - \dfrac{v_1^2}{3gR}\right) = 128°}$

Cette valeur n'est pas atteinte au cours du mvt car θ reste inférieur à $\beta = 55°$!

9. $\vec{a} = -R\dot{\theta}^2\vec{e_r} + R\ddot{\theta}\vec{e_\theta}$ pour une trajectoire circulaire

Pour calculer $\ddot{\theta}$ il faut écrire le PFD projeté selon $\vec{e_\theta}$:

$m R\ddot{\theta} = -mg\sin\theta$

D'où : $\|\vec{a}\|^2 = (R\dot{\theta}^2)^2 + (R\ddot{\theta})^2 = \left[\frac{v_1^2}{R} + 2g(\cos\theta - \cos\beta)\right]^2 + g^2\sin^2\theta$

Le maximum est en $\theta = 0$: $\boxed{\|\vec{a}\|_{max} = \frac{v_1^2}{R} + 2g(1-\cos\beta) = 37{,}6\ \mathrm{m\,s^{-2}} = 3{,}8\ g.}$

Si l'intuition ne suffit pas on peut dériver : $\frac{d\|\vec{a}\|^2}{d\theta} = 2.[\ldots].2g\sin\theta + g^2.2\sin\theta.\cos\theta = 0$ pour $\theta = 0$.

10. En l'absence de frottement on aurait $v_D = v_B = v_1$.

Donc le TEM donne : $\Delta_{BD}\mathcal{E}_m = W(\vec{f}_{nc})$. ($\mathcal{E}_m = C^{te}$)

D'où $\boxed{W(\vec{R_T}) = \frac{1}{2}m v_2^2 - \frac{1}{2}m v_1^2 = -3{,}3\ \mathrm{kJ}.}$ $(\mathcal{E}_p(B) = \mathcal{E}_p(D))$

11. Comme il y a glissement : $\|\vec{R_T}\| = \lambda'\|\vec{R_N}\| = \lambda'\left(m\frac{v_1^2}{R} + g(3\cos\theta - 2\cos\beta)\right)$

et $W_{BD}(\vec{R_T}) = \int_B^D \vec{R_T}.d\vec{OM} = \int_B^D -\|\vec{R_T}\|.R\,d\theta$

$= -\lambda' R\left[m\frac{v_1^2}{R}\underbrace{(\theta_D - \theta_B)}_{2\beta\ \text{(en rad!)}} + mg\left(3[\sin\theta]_B^D - 2\underbrace{(\theta_D - \theta_B)}_{2\beta}\cos\beta\right)\right]$

$= -\lambda' R m\left(\frac{2\beta v_1^2}{R} - 4\beta\cos\beta.g + 6g\sin\beta\right)$ (H)

On en déduit $\lambda' = \frac{-W_{BD}(\vec{R_T})/mR}{\frac{2\beta v_1^2}{R} - 4\beta g\cos\beta + 6g\sin\beta} = 0{,}10$

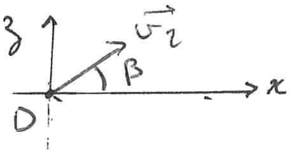
R : $\lambda' \simeq \lambda$: c'est la m̂ piste et le m̂ cascadeur !

12. * TEM ds la phase de chute libre : au sommet de la trajectoire la vitesse verticale est nulle mais la vitesse horizontale est la même qu'en D : $\vec{v_D} = v_2.\cos\beta\,\vec{e_x} + v_2\sin\beta\,\vec{e_z}$

$\Delta\mathcal{E}_m = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m v_2^2 - mgR\cos\beta = \frac{1}{2}m\,v_2^2.\cos^2\beta + mg(h_S - R)$

Donc $\boxed{h_S = R - R\cos\beta + \frac{1}{2g}.v_2^2.\sin^2\beta = 4{,}3\ \mathrm{m}}$ $(R - R\cos\beta = H - H')$

* Il est aussi possible d'utiliser le PFD :



$$\begin{cases} m\ddot{x} = 0 \\ m\ddot{z} = -mg \end{cases}$$ (origine en D)

donne avec la CI : $\vec{v} = \begin{vmatrix} v_2 \cos\beta \\ v_2 \sin\beta \end{vmatrix}$ $\Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = v_2 \cos\beta \\ \dot{z} = -gt + v_2 \sin\beta. \end{cases}$

et avec la CI : $\vec{DM}(0) = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}_{\vec{e_x}\,\vec{e_z}}$ donc $\begin{cases} x = v_2 \cos\beta . t . \\ z = -g\frac{t^2}{2} + v_2 \sin\beta . t \end{cases}$

Donc $\dot{z} = 0$ à l'instant $t_S = \frac{v_2 \sin\beta}{g}$ où la hauteur est :

$$z(t_S) = -g\frac{v_2^2 \sin^2\beta}{2g} + v_2 \sin\beta \times \frac{v_2 \sin\beta}{g} = \frac{v_2^2 \sin^2\beta}{2g}$$

D'où $h_S = H - H' + \frac{v_2^2}{2g}\sin^2\beta = 4{,}3 \text{ m}.$

13. On peut poursuivre la chute libre jusqu'à $z_P = -(H-H')$ ou appliquer le TEM entre D et P :

$\Delta E_m = 0$ donc $\frac{1}{2}mv_P^2 - mg(H-H') = \frac{1}{2}mv_2^2$

$$\Rightarrow \boxed{v_P = \sqrt{v_2^2 + 2g(H-H')} = 10{,}3 \text{ m.s}^{-1}}$$

14. Sûrement pas parce qu'il a peur !
Plutôt pour vous encourager !

II. Accéléromètres MEMS :

1. **Système** : la masse M **Réf** : terrestre considéré galiléen

Forces : $m\vec{g}$, $\vec{R_N}$, $\vec{F_f} = -2\lambda(\dot{x}_c - \dot{x}_B)\vec{e_x}$

$\vec{T_1} = -k(\ell_1 - \ell_0)\vec{u_1}$ $\ell_1 = x_c - x_A$ $\vec{u_1} = \vec{e_x}$

$\vec{T_2} = -k(\ell_2 - \ell_0)\vec{u_2}$ $\ell_2 = x_D - x_c$ $\vec{u_2} = -\vec{e_x}$

Donc $\vec{T_1} + \vec{T_2} = -k(\ell_1 - \ell_2)\vec{e_x} = -k(x_c - x_A - x_D + x_c)\vec{e_x}$

Or $x_D = x_B + \frac{L}{2}$ et $x_A = x_B - \frac{L}{2}$

Finalement : $\boxed{\vec{T_1} + \vec{T_2} = -k(2x_c - 2x_B)\vec{e_x} = -2kX\vec{e_x}.}$

2. PFD : $m\vec{a_c} = -2kX\vec{e_x} - 2\lambda(\dot{x}_c - \dot{x}_B)\vec{e_x} + m\vec{g} + \vec{R_N}$

avec $X = x_c - x_B$; $\dot{X} = \dot{x}_c - \dot{x}_B$ et $\ddot{X} = \ddot{x}_c - \ddot{x}_B$
$= \ddot{x}_c - a_B$

Selon $\vec{e_x}$: $m\ddot{x}_c = -2kX - 2\lambda\dot{X}$

or $\ddot{x}_c = \ddot{X} + a_B$ donc $\boxed{m\ddot{X} + 2kX + 2\lambda\dot{X} = -ma_B}$

On a, par identification : $\boxed{\omega_0^2 = \frac{2k}{m} \ ; \ Q = \frac{\sqrt{2km}}{2\lambda}.}$

3. On lit $X_\infty = 10\,\text{nm}$ donc $\boxed{\alpha = 10\,\text{nm}/g = 1{,}02.10^{-9}\,s^{+2}}$

Pour 100 g on obtient $X_\infty = 1\,\mu m$: la masse m vient en butée sur les bords du boîtier → risque de dégradation.

4. On observe un régime pseudo-périodique donc $Q > \frac{1}{2}$ et Δ de l'équation caractéristique est négatif :

$$r_{1/2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm i\,\omega_0\sqrt{1 - 1/4Q^2}.$$

On pose Ω = pseudo période $= \omega_0\sqrt{1 - 1/4Q^2}$.

$\boxed{X(t) = X_\infty + A\cos(\Omega t + \varphi)e^{-\omega_0 t/2Q}}$ $\left(X_\infty = \frac{-a_B}{\omega_0^2}\right)$

5. On a : $\delta = \ln\left[\dfrac{A e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \cos(\Omega t + \varphi)}{A e^{-\frac{\omega_0 (t+T)}{2Q}} \cos(\Omega(t+T)+\varphi)}\right]$

or $\Omega T = 2\pi$

Donc : $\delta = \dfrac{\omega_0 T}{2Q} = \dfrac{\omega_0}{2Q} \cdot \dfrac{2\pi}{\Omega} = \dfrac{\pi}{Q\sqrt{1-1/4Q^2}} = \boxed{\dfrac{\pi}{\sqrt{Q^2 - 1/4}} = \delta}$

<u>R</u> : Si $Q > 2$ ou 3 on a : $\omega_0 \simeq \Omega$ et $\boxed{\delta \simeq \pi/Q}$

6. On voit que l'amplitude est divisée par 3 en une oscillation : $\delta = \ln \frac{6}{2,5} = 0,9 \Rightarrow \boxed{Q \simeq \frac{\pi}{\delta} = 3,6}$

Vu la précision de la lecture, il est inutile de faire le calcul exact !

Le régime transitoire est de durée minimale lorsque $\boxed{Q = 1/2}$. C'est le <u>régime critique</u> qui assure la réponse la + rapide de l'accéléromètre.

7. On relève également : $T \simeq 0,05$ ms $= \frac{1}{f} \simeq \frac{1}{f_0}$

D'où $\boxed{f_0 \simeq 20 \text{ kHz}}$.

La durée du régime transitoire est de quelques $\boxed{\tau = \dfrac{2Q}{\omega_0} = 0,06 \text{ ms}}$, soit environ $\boxed{0,2 \text{ ms} = \Delta t}$.

C'est cohérent avec la lecture sur le graphique.

8. Il faut passer par la notation complexe :

$\underline{X} = X e^{j\varphi} e^{j\omega t} \qquad \dot{\underline{X}} = j\omega \underline{X} \qquad \ddot{\underline{X}} = -\omega^2 \underline{X}$ et $\underline{a} = a_m e^{j\omega t}$

D'où $\underline{X}\left(-\omega^2 + j\frac{\omega_0}{Q}\omega + \omega_0^2\right) = -\underline{a}$

On simplifie par $e^{j\omega t}$: $\underline{X}_m = X_m e^{j\varphi} = \dfrac{-a_m}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\frac{\omega\omega_0}{Q}}$

D'où $\boxed{X_m = |X_m e^{j\varphi}| = \dfrac{a_m}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + \frac{\omega^2\omega_0^2}{Q^2}}}}$ = filtre passe-bas d'ordre 2.

9. $\dfrac{dX_m}{d\omega} = 0$ si $-2(\omega_0^2-\omega^2).2\omega + 2\omega\dfrac{\omega_0^2}{Q^2} = 0$

donc si $\omega = 0$ ou $\omega^2 = \omega_0^2\left(1 - \dfrac{1}{2Q^2}\right)$

$\boxed{\omega_r = \omega_0\sqrt{1-1/2Q^2}}$ n'existe que si $1 - \dfrac{1}{2Q^2} > 0$.

donc si $\boxed{Q > \dfrac{1}{\sqrt{2}}}$

R. l'énoncé demande f_r et non ω_r : on fait un effort et on ajoute : $\boxed{f_r = f_0\sqrt{1-1/2Q^2} \text{ si } Q > 1/\sqrt{2}}$

10. On souhaite $X_m(f) = \alpha\, a_m$ avec $\alpha = \dfrac{X_m(0)}{a_m}$

Il faut donc $X_m(f) = X_m(0)$ soit $\boxed{20\log\dfrac{X_m(f)}{X_m(0)} = 0\,dB}$

Le fonctionnement est satisfaisant 2 kHz environ.

11. On lit f_0 à la résonance (f_r en réalité mais $f_r \simeq f_0$) : $\boxed{f_0 \simeq 20\,kHz}$ C'est cohérent.

De plus en ω_0 : $20\log\dfrac{X_m(f)}{X_m(0)} = 20\log Q = 11\,dB$

D'où $\boxed{Q = 10^{11/20} = 3{,}5}$. Cette valeur est également cohérente avec l'étude en transitoire. C'est normal car c'est le même système $\Rightarrow$ une seule valeur de Q et f_0 !

12. Pour avoir une courbe de gain la + plate possible il faut : $\boxed{Q = \dfrac{1}{\sqrt{2}}}$ et ω_0 la + élevée possible.

R : $\dfrac{1}{\sqrt{2}} \simeq 0{,}7$ n'est pas très éloigné de $\dfrac{1}{2} = 0{,}5$

Les 2 contraintes sur Q idéal sont donc proches.

Il faut $Q \sim 0{,}6$.

13. Le temps de réponse de l'accéléromètre est très inférieur à celui de l'être humain : pas de soucis pour répondre immédiat$^+$ aux mouvements du joueur.

De m les accélérations des joueurs ont des fréquences

bien inférieures à 2 kHz ⇒ pas de soucis avec la réponse fréquencielle.
On pourrait ajouter que ces accélérations seront très inférieures à 100 g !.

14. Système : la voiture   Réf : terrestre considéré galiléen
Mvt à accélération constante (c'est une décélération)

$\ddot{x} = -a_0$ (avec $a_0 > 0$) donc $\dot{x} = -a_0 t + v_0$

et $x = -a_0 \frac{t^2}{2} + v_0 t$.

On a : $\dot{x}(d) = 0$. Or $\dot{x} = 0$ à $t_f = \frac{v_0}{a_0}$

donc $d = -a_0 \frac{v_0^2}{2a_0^2} + v_0 \frac{v_0}{a_0} = \frac{v_0^2}{2a_0}$ ⇒ $\boxed{a_0 = \frac{v_0^2}{2d} = 138\ m\,s^{-2} \simeq 14\ g.}$

15. m̂ formule : $\boxed{a_0' = \frac{v_0^2}{2d'} = 5{,}3\ m\,s^{-2} \simeq 0{,}5\ g}$

Cette accélération est très <u>inférieure</u> à celle d'un accident. Il n'y a donc pas d'ambiguité.
<u>L'accéléromètre répond</u> en 0,20 ms : c'est suffisant pour déclencher les air-bags !

16. On voit sur l'enregistrement $a_z(t)$ une accélération de $-10\ m\,s^{-2}$ pendant une durée de 0,7 s qui est la durée de la chute. Ensuite les 2 accélérato sont très fortes : c'est le choc sur le matelas.

On a : $t_f = 0{,}7$ s or $\ddot{z} = -g \rightarrow \dot{z} = -gt \rightarrow z = -g\frac{t^2}{2} + h$

donc $z(t_f) = 0 = -g \frac{t_f^2}{2} + h$ ⇒ $\boxed{h = +g\,t_f^2/2 = 2{,}4\ m}$.

18. Il y a 2 pics d'accélération qui correspondent aux 2 chocs avec le matelas : le rebond dure 0,3 s
Donc la descente depuis h' dure 0,15 s ⇒ $\boxed{h' = 10\ cm\ !}$
Le rebond n'est pas haut : le matelas a bien amorti la chute et il n'y a pas de 2^{nd} rebond observable.

17. $\frac{u(h)}{h} = 2 \times \frac{u(t_f)}{t_f}$ ⇒ incertitude importante (si on lit $t_f = 0{,}6$ s → h = 1,8 m !)

III. Accélérateurs du CERN

1. Syst : proton ; Ref : terrestre considéré galiléen

Forces : $m_p\vec{g}$ et $e\vec{E}$

$$\eta = \frac{m_p g}{eE} = \frac{1{,}7.10^{-26}}{1{,}7.10^{-14}} = 10^{-12} \ll 1 :$$ le poids est négligeable.

2. $\vec{E} = \frac{U_{AB}}{d}\vec{e}_{AB}$ donne ici $\vec{E} = \frac{U}{L}(-\vec{e}_x)$ $U = U_{L0}$; $\vec{e}_{L0} = -\vec{e}_x$

Pour avoir une accélération du proton il faut que $\vec{E}$ soit selon $\vec{e}_x$ donc $\boxed{U < 0.}$

R : on peut également raisonner sur la répartition des charges sur les armatures : il faut des charges ⊕ sur l'armature en $x = 0$ donc $V(0) > V(L)$: $U = V_L - V_0 < 0$.

TEC : $\Delta_{0L}\mathcal{E}_c = W_{0L}(e\vec{E}) = e\vec{E}.\vec{0L} = eE.L.$

or $E = \frac{|U|}{L}$ et $\mathcal{E}_c(0) = 0$: $\boxed{\mathcal{E}_c(L) = e|U|}$

3. A chaque passage entre 2 tubes : $\Delta\mathcal{E}_c = eU_c$

Au départ : $\mathcal{E}_{c_0} = \frac{1}{2}m_p v_0^2$

En sortant du $n^{\text{ème}}$ tube, le proton a subi $(n-1)$ phases d'accélération donc $\boxed{\mathcal{E}_c(n) = \mathcal{E}_{c_0} + (n-1)eU_c.}$

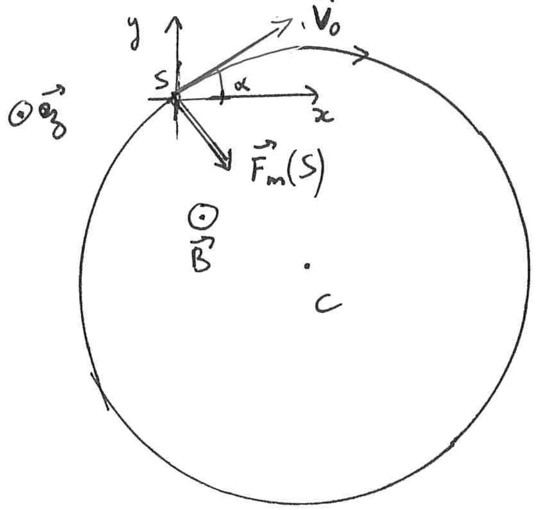
R : il est possible de démontrer cette relation par récurrence .... mais est-ce bien nécessaire pour une suite arithmétique ?

4. $$\boxed{\mathcal{E}_c = eU_0 + (n-1)eU_c = 18\,200 \text{ keV} = 2{,}9.10^{-12}\text{ J.}}$$

5. $$v_{10} = \sqrt{\frac{2\times\mathcal{E}_c}{m}} = 58{,}5.10^6 \text{ m s}^{-1} \sim \frac{c}{5}.$$

On peut traiter le pb en mécanique classique avec une erreur inférieure à 10%. (et ≈ 4%). Le proton est non-relativiste.

6. La trajectoire est un cercle. Il faut l'orienter dans le bon sens : on trace $\vec{F}_{mag}$ initiale pour trouver le sens de la concavité ($\vec{F}_{mag}$ et donc $\vec{a}$ sont tournées vers l'intérieur de la concavité).



Attention il faut que $\vec{V}_0$ soit tangente au cercle tracé.

7. Montrons que la trajectoire est plane puis qu'elle est uniforme et enfin circulaire :

- trajectoire plane : en coordonnées cartésiennes : $m\vec{a} = e\,\vec{v} \wedge \vec{B}$

  selon $\vec{e_z}$: $m\ddot{z} = 0$ donc $z = C^{te} = 0$ donc traj. plane.

- trajectoire uniforme : en coordonnées de Frenet : $m\vec{a} = e\,\vec{v} \wedge \vec{B}$

  avec $\vec{a} = \dfrac{dv}{dt}\vec{T} + \dfrac{v^2}{R_c}\vec{N}$. (avec $\vec{v} = v\cdot\vec{T}$).

  Selon $\vec{T}$: $\dfrac{dv}{dt} = 0$ car $\vec{v} \wedge \vec{B}$ est perpendiculaire à $\vec{T}$

  D'où $v = C^{te}$: le mvt est uniforme : $\forall t \quad v = V_0$

- trajectoire circulaire, selon $\vec{N}$: $m\dfrac{V_0^2}{R_c} = eV_0B$ (car $\vec{v} \perp \vec{B}$)

  D'où $R_c = \dfrac{mV_0}{eB} = C^{te}$, le rayon de courbure étant constant la trajectoire est un cercle

$$\boxed{R = \frac{mV_0}{eB} = 19{,}9 \text{ cm}}$$

$$\boxed{\dot{\theta} = \omega_c = \frac{V_0}{R} = \frac{eB}{m} = 3{,}0 \cdot 10^{8} \text{ rad.s}^{-1}}$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega_c} = 21 \text{ ns.}}$$

R : dans le grand anneau, les rayons de courbure sont bcp + grands car les vitesses sont relativistes.