

Samedi 11 février 2023

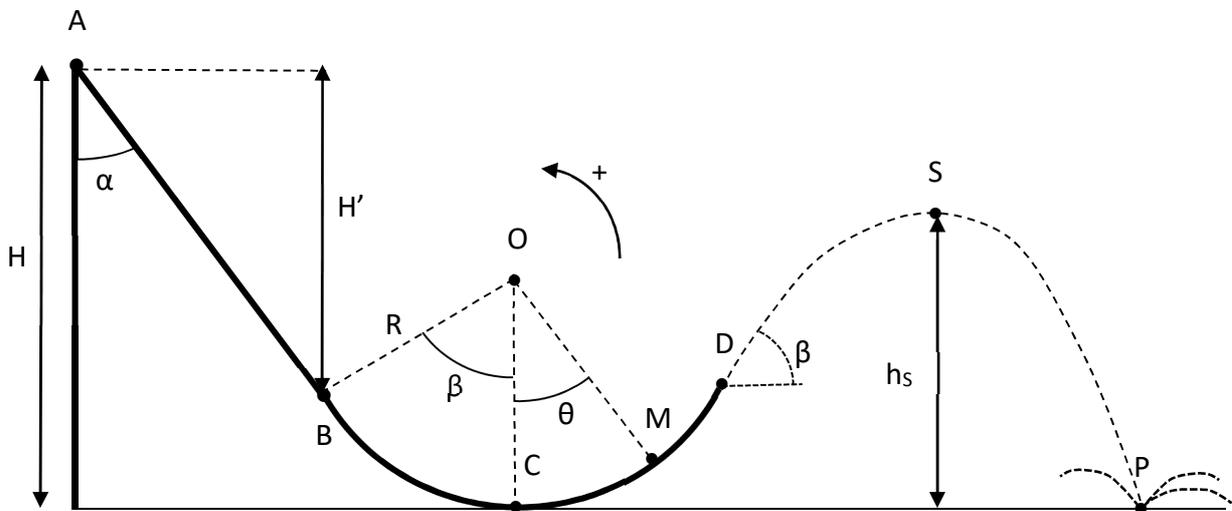
## DEVOIR SURVEILLE N°5 PHYSIQUE

### I. Descente à AquaViva

Le parc AquaViva est installé sur le lac de la Cavayère à 5 minutes de Carcassonne.

Le tremplin étudié est composé de deux portions : l'une rectiligne et l'autre en arc de cercle.

Voici l'allure du profil :



#### Données :

$$H = 10 \text{ m}$$

$$H' = 8 \text{ m}$$

$$R = OB = OC = OD = 5 \text{ m}$$

$$\alpha = 35^\circ$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha = 55^\circ$$

B et D sont à la même altitude et les profils sont tangents en B ce qui assure que  $\beta = 90^\circ - \alpha$ .

$$g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$$

$$m = 80 \text{ kg}$$

Le cascadeur, de masse  $m$ , part du point A sans vitesse initiale. Il pourra être assimilé à un point matériel.

#### A. Etude de la portion rectiligne (AB)

Dans un premier temps on néglige les frottements entre la piste et le cascadeur.

1. Déterminer la vitesse d'arrivée au point B notée  $v_B$  puis faire l'A.N. [attention à la rédaction !]
2. Déterminer le temps de descente entre les points A et B. Faire l'A.N.
3. Déterminer La norme de l'accélération subie par le cascadeur entre A et B. Faire l'A.N.

**Pour les questions 4 et 5**, on ne néglige plus le frottement solide de coefficient  $\lambda$  entre le cascadeur et la piste. La mesure de la vitesse en B donne  $v_1 = 12,1 \text{ m.s}^{-1}$ .

4. En déduire le travail des frottements sur la portion AB. Faire l'A.N.
5. En déduire le coefficient  $\lambda$  de frottement solide. Faire l'A.N.

**Pour la suite de l'étude**, on considère que la vitesse en B est  $v_1 = 12,1 \text{ m.s}^{-1}$ .

### B. Etude de la portion circulaire

Dans un premier temps on néglige les frottements entre la piste et le cascadeur.

6. Déterminer la vitesse du cascadeur en un point quelconque M de la portion circulaire BCD en fonction notamment de la vitesse initiale  $v_B$  et de sa position repérée par l'angle  $\theta$  avec la verticale (l'angle  $\theta = (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OM})$  est orienté dans le sens trigonométrique).
7. Déterminer l'expression de la réaction normale  $\vec{R}_N$  exercée par la piste sur le cascadeur en fonction notamment de l'angle  $\theta$  et la vitesse  $v_B$ .
8. Pour quelle valeur de  $\theta$  l'utilisateur perd-il le contact avec la piste ? Cette valeur est-elle atteinte au cours du mouvement ?
9. Déterminer la norme de l'accélération maximale subie par le cascadeur sur l'arc BD. Faire l'A.N.

**Pour les questions 10 et 11**, on ne néglige plus le frottement solide de coefficient  $\lambda'$  entre le cascadeur et la piste.

10. La mesure de la vitesse en D donne  $v_2 = 8,0 \text{ m.s}^{-1}$ . En déduire la présence de frottements et calculer leur travail entre B et D. Faire l'A.N.
11. En déduire le coefficient  $\lambda'$  de frottement solide sur cette portion. Faire l'A.N.

**Pour la suite de l'étude**, on considère que la vitesse en D est  $v_2 = 8,0 \text{ m.s}^{-1}$  et on néglige les frottements de l'air.

12. Déterminer la hauteur maximale atteinte  $h_s$  atteinte par le cascadeur.
13. Déterminer la vitesse au point Plouf (point P). Faire l'A.N.
14. Pourquoi le cascadeur hurle-t-il lors de sa chute ?



## II. Accéléromètre MEMS (d'après Centrale supélec TSI 2015 et ATS 2021)

Bénéficiant des techniques de fabrication des composants électroniques, les capteurs et actionneurs mécaniques ont pu être fabriqués à l'échelle micrométrique.

En s'inspirant des procédés utilisés en microélectronique pour le silicium, de nouvelles « puces » sont apparues dans les années 1980, intégrant des capteurs (d'accélération, de pression, de température, etc...), du traitement des données et d'éventuels actionneurs.

Ces systèmes sont appelés MEMS pour Microelectromechanical Systems.

Les premiers accéléromètres utilisant des MEMS datent de 1980 et sont utilisés pour déclencher des airbags.

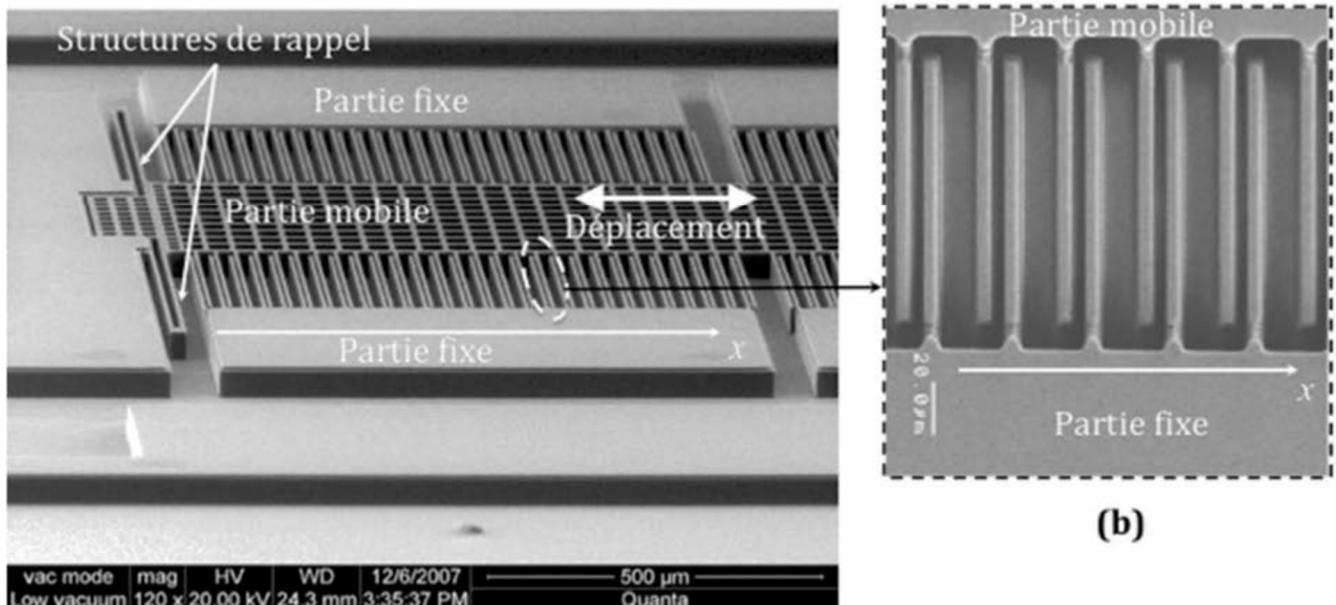
À la suite d'une forte diminution de leur prix et de leur miniaturisation, ils sont apparus dans les consoles de jeux vidéo puis dans les smartphones où ils jouent un rôle important : orientation portrait/paysage et stabilisation photographique entre autres.

Un exemple de structure interne d'un accéléromètre uniaxe est présenté sur la figure ci-dessous.

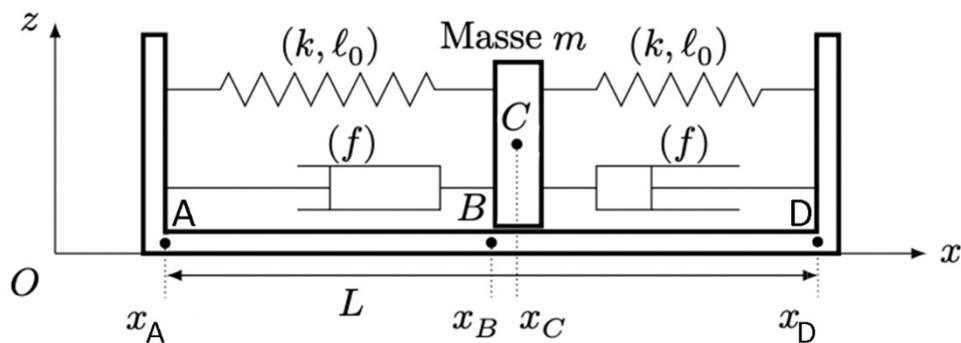
L'image obtenue en microscopie électronique à balayage montre une structure en deux parties imbriquées : un boîtier rigide (partie fixe) par rapport auquel se déplace une partie mobile. Une accélération de l'ensemble provoque le déplacement de la partie mobile par rapport au boîtier rigide.

Chaque partie comporte un double peigne et l'imbrication des dents forme un condensateur.

Une mesure électrique de sa capacité permet de remonter à la valeur de l'accélération.



Dans la suite, on modélise l'accéléromètre par un système masse-ressorts amorti, dont le schéma de principe est représenté sur la figure ci-dessous. On suppose que les déplacements ne s'effectuent que selon l'axe (Ox) horizontal.



L'accéléromètre se compose d'une masse mobile  $m$ , assimilée à un point matériel  $C$ , astreinte à se déplacer sans frottements solides selon l'axe horizontal (Ox).

Le boîtier rigide de l'accéléromètre de centre  $B$  se déplace dans le référentiel d'étude terrestre  $R$  supposé galiléen et on note  $\vec{a}_B = a_B \vec{e}_x$  son accélération dans ce référentiel.

La distance entre les deux points d'attache des ressorts est  $L = AD = 1,3 \mu\text{m}$ .

On note à un instant  $t$  quelconque,  $x_C$  la position de la masse mobile en mouvement et  $x_B$  la position du centre du boîtier.

On définit la variable  $X = x_C - x_B$  qui représente la position de la masse mobile par rapport au centre du boîtier.

Lorsque le boîtier de l'accéléromètre est au repos ou animé d'un mouvement rectiligne uniforme, la position de la masse mobile par rapport au centre du boîtier correspond à  $X = 0$ .

Lorsque le boîtier subit une accélération, la masse mobile quitte cette position et est soumise :

- aux forces de rappel  $\vec{T}_1$  et  $\vec{T}_2$  exercées par deux ressorts identiques, de constantes de raideur  $k = 1,2 \text{ N.m}^{-1}$  et de longueurs à vide  $\ell_0$  ;
- à des forces de frottement visqueux (modèle de Stokes) dont la résultante est :  $\vec{F}_f = -2\lambda(\dot{x}_C - \dot{x}_B)\vec{e}_x$  où  $\lambda = 4,5 \times 10^{-6} \text{ kg.s}^{-1}$  est le coefficient de frottement visqueux ;
- au poids  $m\vec{g}$ ,
- à la réaction du boîtier  $\vec{R}_N$ .

## A. Etude générale

1. En rédigeant très clairement [utiliser par exemple  $x_A$  et  $x_D$ ], montrer que la résultante des forces de rappel exercées par les deux ressorts s'écrit :

$$\vec{T} = -2kX\vec{e}_x$$

2. Montrer que, lorsque le boîtier subit une accélération  $a_B$  [ $a_B = \ddot{x}_B$ ], l'équation différentielle vérifiée par l'élongation  $X$  s'écrit :

$$\ddot{X} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{X} + \omega_0^2 X = -a_B$$

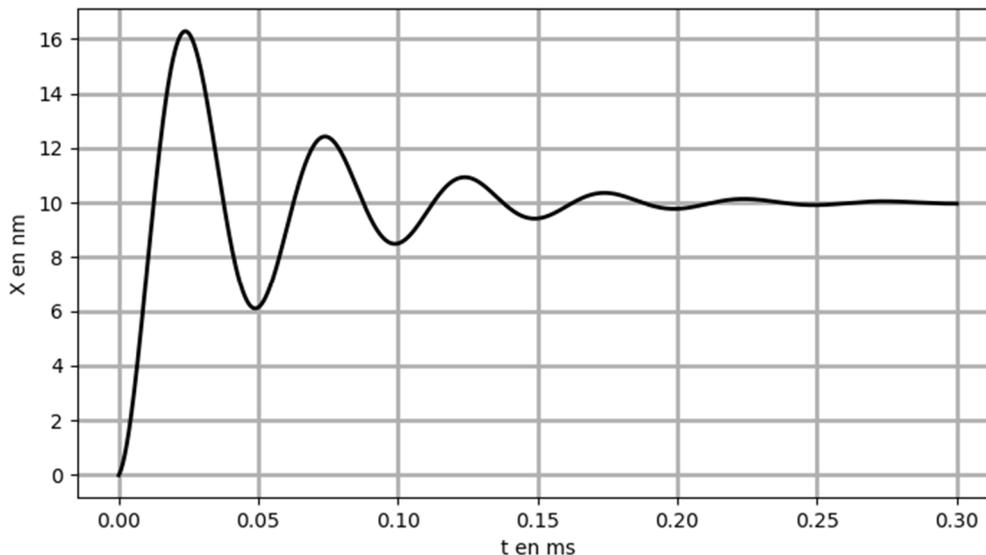
où la pulsation propre  $\omega_0$  et le facteur de qualité  $Q$  sont à exprimer en fonction de  $k$ ,  $m$  et  $\lambda$ .

### B. Etude du régime transitoire et calibrage

On s'intéresse dans un premier temps à la réponse de l'accéléromètre à l'apparition d'une accélération constante  $a_B$  du boîtier.

Pour  $t < 0$ , l'accélération du boîtier est nulle tandis que pour  $t \geq 0$ , il est supposé soumis à une accélération constante de « 1 g » ( $a_B = g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ , accélération de la pesanteur).

On enregistre  $X(t)$  (ordonnée en nm) et on obtient la courbe suivante :



La mesure de l'élongation  $X_\infty$  obtenue en régime permanent permet d'accéder à l'accélération  $a_B$  du boîtier.

3. Lorsque le régime permanent est atteint, évaluer le rapport  $\alpha = X_\infty/a_B$  entre le déplacement de la masse mobile et l'accélération subie par le boîtier. Faire l'A.N. en précisant l'unité de  $\alpha$ . Quelle peut être la raison d'une limitation de l'utilisation de ce capteur à des accélérations inférieures à 100 g ?

4. Etablir l'expression de  $X(t)$  pour  $t \geq 0$ , sans déterminer les constantes d'intégration.

5. Exprimer le facteur de qualité  $Q$  en fonction du décrément logarithmique  $\delta$  défini par :

$$\delta = \ln \left( \frac{X(t) - X_\infty}{X(t+T) - X_\infty} \right)$$

6. En déduire une estimation numérique du facteur de qualité  $Q$  en exploitant le diagramme présenté sur la figure ci-dessus. Quelle valeur du facteur de qualité serait optimale ?

7. Evaluer également la fréquence propre  $f_0$  de cet accéléromètre ainsi que la durée du régime transitoire.

### C. Etude du régime sinusoïdal forcé

On s'intéresse désormais à la réponse de l'accéléromètre à une accélération périodique et, pour cela, on étudie la réponse du capteur en régime harmonique établi (ou régime sinusoïdal forcé).

L'accélération du boîtier est alors sinusoïdale sous la forme  $a_B(t) = a_m \cos \omega t$ .

On recherche l'expression de l'élongation  $X(t)$  sous la forme  $X(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$ .

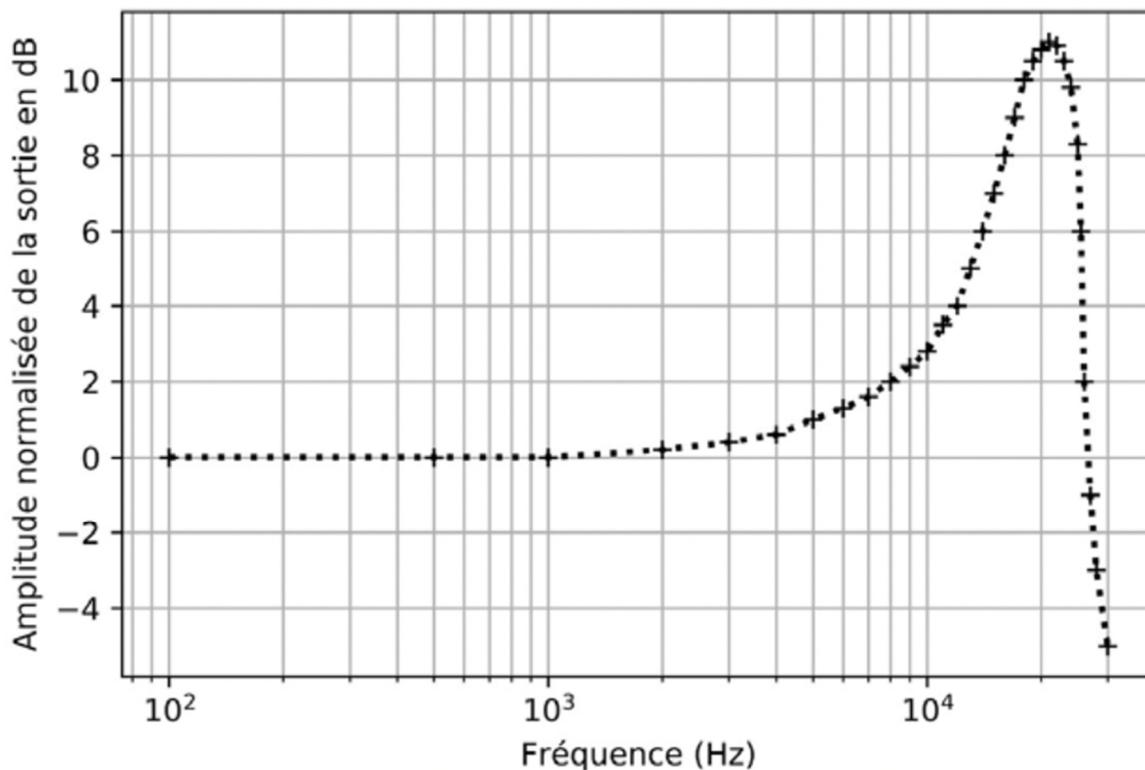
8. À partir de l'équation différentielle obtenue à la question 2, déterminer l'expression de l'amplitude  $X_m$  de l'élongation en fonction de l'amplitude de l'accélération  $a_m$  ainsi que de  $\omega$ ,  $\omega_0$  et  $Q$  [peut-être que la réponse est complexe... ;-)].

9. Montrer qu'on observe une résonance d'élongation à la fréquence  $f_r$  donnée par :

$$f_r = f_0 \sqrt{1 - 1/(2Q^2)}$$

sous réserve qu'une condition sur  $Q$  soit vérifiée. Déterminer cette condition.

La réponse fréquentielle est représentée sur la figure ci-dessous :



La grandeur portée en ordonnée est la grandeur sans dimension  $20\log\left(\frac{X_m(f)}{X_m(0)}\right)$  où  $X_m(f)$  désigne l'amplitude de l'élongation à la sortie de l'accéléromètre à la fréquence d'étude  $f$  tandis que  $X_m(0)$  désigne cet élongation en régime permanent ou statique (c'est-à-dire pour  $f = 0$  Hz) pour une même amplitude de l'accélération  $a_m$ .

10. Dans quel domaine de fréquences peut-on considérer que l'amplitude  $X_m$  de l'élongation est identique à celle obtenue en régime permanent (et donc proportionnelle à l'accélération sous la forme  $X_m = \alpha a_m$  d'après la question 3) ?

11. Déterminer la fréquence propre  $f_0$  et le facteur de qualité de l'accéléromètre étudié. Ces valeurs sont-elles cohérentes avec celles déterminées lors de l'étude en régime transitoire ?

12. Quelle valeur du facteur de qualité serait optimale ?

## C. Diverses applications

### Manette de jeu

13. Cet accéléromètre est-il adapté à une utilisation dans une manette de jeu de type Switch ? La réponse porte sur le temps de réponse et la gamme de fréquences utiles.



### Déclenchement d'airbags

14. On modélise un accident de la route par un choc au cours duquel l'avant du véhicule passe sur une distance  $d = 70$  cm de sa vitesse initiale  $v_0$  à l'arrêt total (la distance  $d$  représente la déformation typique d'un véhicule lors d'un choc frontal).

En modélisant le choc par une évolution à accélération  $a_0$  constante, calculer l'accélération  $a_0$  (en  $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$  puis en « g ») pour une vitesse initiale  $v_0 = 50$  km/h.

15. Un freinage d'urgence (sans choc et donc sans ouverture des airbags) nécessite pour une voiture classique une distance  $d' = 18$  m pour une même vitesse initiale  $v_0 = 50$  km/h.

En supposant que le freinage se produit avec une accélération constante  $a_0'$ , calculer  $a_0'$ .

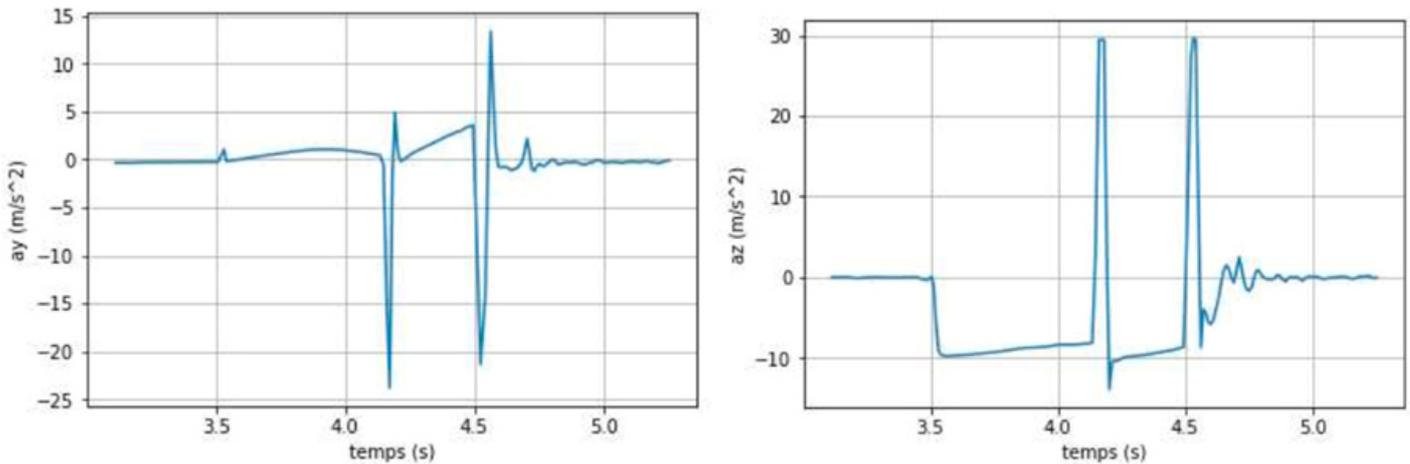
L'accéléromètre présenté peut-il servir à déclencher les airbags ? [C'est-à-dire : est-il capable de différencier les deux types d'arrêts ?]



### TIPE : étude de la chute d'un smartphone

Les téléphones sont munis de trois accéléromètres permettant d'apprécier l'accélération du téléphone suivant les trois directions de l'espace. Sur l'application Phyphox, il est possible d'afficher ces trois accélérations au cours du temps.

On donne ci-dessous deux des trois courbes obtenues pour un téléphone en chute libre, lâché sans vitesse initiale depuis une hauteur  $h$ .



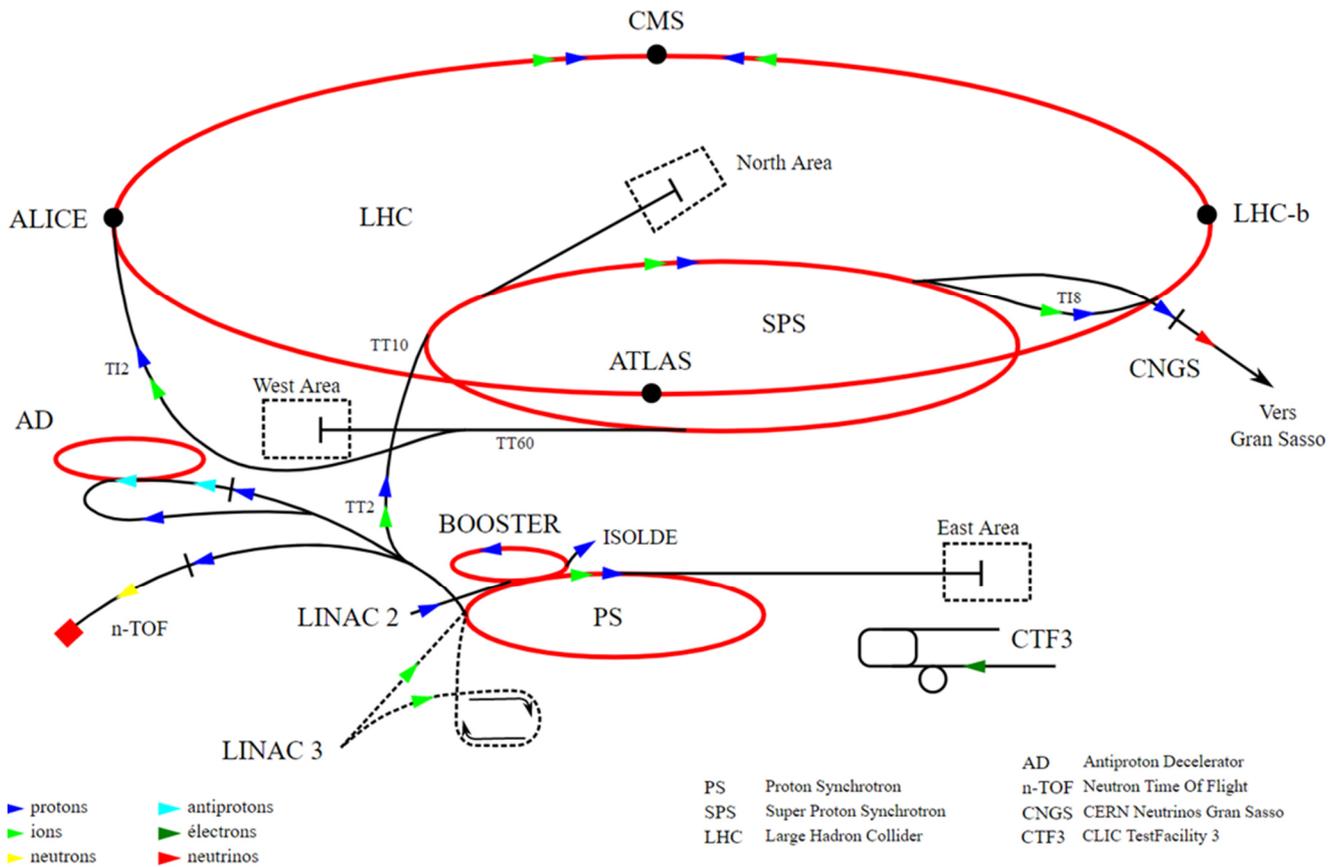
L'origine des temps n'est pas significative sur ces enregistrements mais elle est commune pour les trois courbes. On indique qu'à la fin de la chute, le téléphone rebondit sur un matelas posé au sol (le lycée ne rembourse pas le téléphone en cas d'expérience ratée !).

16. Estimer la hauteur  $h$  en explicitant la réponse.
17. Que penser de la précision de la mesure ? [une réponse détaillée est attendue !].
18. Question bonus : quelle est la hauteur  $h'$  du rebond sur le matelas ?



### III. Complexe d'accélérateurs du CERN

Le Grand Collisionneur de Hadrons (Large Hadron Collider ; LHC) est la machine la plus complexe jamais réalisée par l'humanité. Entré en service en 2008, il est situé dans un anneau de 27 kilomètres de circonférence et enterré à 100 m sous terre à la frontière franco-suisse, près de Genève. Le LHC est désormais le plus puissant des accélérateurs de particules au monde.



Dans cet accélérateur, des protons (ou des ions) de très haute énergie circulant dans deux faisceaux tournant à contre-sens entrent en collisions les uns contre les autres.

Il a été conçu pour répondre à de nombreuses questions de physique fondamentale concernant la supersymétrie, la matière noire et de l'origine de la masse des particules élémentaires. Les faisceaux se composent de paquets contenant des centaines de milliards de protons chacun. Voyageant quasiment à la vitesse de la lumière, ils sont injectés, accélérés, et maintenus en circulation pendant des heures, guidés par des milliers d'aimants supraconducteurs puissants.

L'énergie des protons est transformée au moment du choc en une myriade de particules exotiques, que les détecteurs observent avec attention. Le 04 juillet 2012, les chercheurs ont annoncé l'observation du boson de Brout-Englert-Higgs dont l'existence était prédite par le modèle standard.

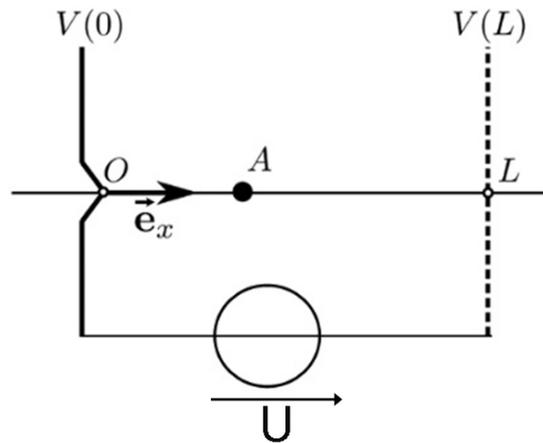
Le LHC est formé d'une succession d'accélérateurs, d'énergies toujours croissantes. Chaque accélérateur injecte un faisceau dans la machine suivante, qui prend le relais pour porter ce faisceau à une énergie encore plus élevée, et ainsi de suite.

Tous les accélérateurs de particules sont composés de la même façon : une source de particules, des champs électriques accélérateurs, des champs magnétiques de guidage et finalement des détecteurs pour observer les particules et leurs collisions.

Pour la suite du problème les particules étudiées sont des protons de masse  $m_p = 1,7 \times 10^{-27}$  kg et de charge  $e = 1,6 \times 10^{-19}$  C.

**A. Accélérateur linéaire LINAC 2**

Un proton, noté A sur la figure, est émis d'un point O au potentiel  $V(0)$ , et subit un champ électrique  $\vec{E}$  uniforme et stationnaire dans une région de l'espace de longueur L. Au point d'abscisse L, le potentiel est  $V(L)$ .



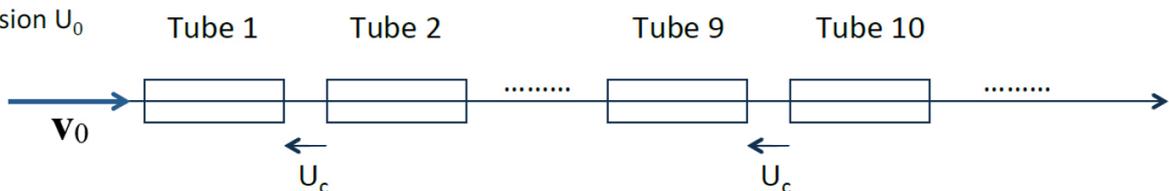
1. Calculer numériquement le rapport  $\eta$  de l'intensité du poids d'un proton sur l'intensité de la force électrique qu'il subit dans un champ électrique d'intensité  $E = 100 \text{ kV.m}^{-1}$ . Commenter.
2. Déterminer le signe de la tension U appliquée entre la plaque en O et celle en L pour que le proton soit effectivement accéléré. En négligeant la vitesse du proton en O, exprimer son énergie cinétique  $E_c(L)$  en L en fonction de U.

L'accélérateur linéaire Linac 2 constitue le point de départ des protons utilisés dans les expériences menées au CERN. Les protons passent dans une série de tubes coaxiaux. On considère que le champ électrique est nul à l'intérieur des conducteurs.

Une tension  $U_c$  est appliquée entre ces tubes. Les protons sont donc accélérés à chaque passage **entre deux tubes**.

Les protons sont injectés en O avec une vitesse  $\vec{V}_0 = V_0 \vec{e}_x$  parallèle à l'axe de l'accélérateur. Cette vitesse  $V_0$  est générée par une tension pré-accelératrice  $U_0$ .

Source de protons  
pré-accelérés par  
une tension  $U_0$



3. Exprimer l'énergie cinétique  $E_c(n)$  à la sortie du  $n^{\text{ème}}$  tube.

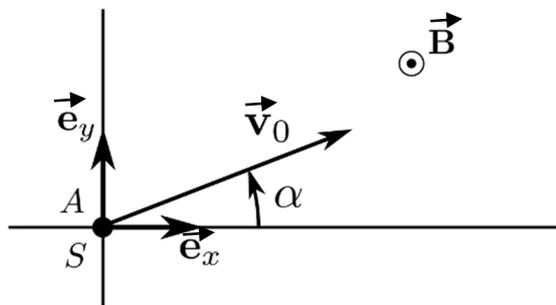
4. Calculer numériquement, en J et en eV, l'énergie cinétique du proton à la sortie du 10<sup>ème</sup> tube pour  $U_0 = 200$  kV et  $U_c = 2000$  kV.
5. En déduire la valeur de sa vitesse  $v_{10}$ . En prenant  $c/3$  comme limite relativiste [au-delà les prédictions de la mécanique classique conduisent à une erreur supérieure à 10 %], doit-on considérer ces protons comme relativistes ?

### B. Synchrotron à protons

Un élément fondamental du complexe accélérateur est le synchrotron à protons.

On considère un proton injecté en S dans le synchrotron où règne un champ magnétique stationnaire et uniforme  $\vec{B} = B\vec{e}_z$  avec  $B > 0$ .

La vitesse d'injection  $\vec{V}_0$  est orthogonale au champ magnétique et forme un angle  $\alpha$  avec l'axe des abscisses.



6. Reproduire la figure et la compléter avec l'allure de la trajectoire circulaire du proton. Justifier la construction en vous appuyant sur  $\vec{F}_{mag}(S)$ .
7. Etablir la nature circulaire de la trajectoire et déterminer son rayon de courbure  $R$  ainsi que sa pulsation de rotation  $\omega_c$  et la période  $T$  de son mouvement. Faire les A.N. pour  $R$ ,  $\omega_c$  et  $T$  avec  $B = 3,2$  T et  $V_0 = 6 \times 10^7$  m.s<sup>-1</sup>.

