PCSI 22-23

DS n° 6

Nasa's Mars Exploration Program :

1. On sait que $F = -G\frac{Mm}{r^2}$ donc $[G] = \frac{\text{Force}}{M^2}.L^2 = M^{-1}L^3.T^{-2}$

D'où $\boxed{[G] = M^{-1}.L^3.T^{-2} \text{ en } kg^{-1}.m^3.s^{-2}}$

2. Syst : masse m Ref : héliocentrique Force : $\vec{F} = -G\frac{M_S m}{r^2}\vec{e_r}$

($\vec{F}$ est exprimée en coordonnées sphériques pour l'instant).

TMC en O fixe. $\frac{d\vec{L_0}}{dt} = \vec{\mathcal{M}}_0(\vec{F}) = \vec{OM} \wedge \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \boxed{\vec{L_0} = \vec{cte}}$.

$\vec{L_0}$ est une intégrale première du mvt.

3. $\vec{L_0} = m\vec{OM} \wedge \vec{v} \perp \vec{OM}$. à tout instant. Or $\vec{L_0} = \vec{cte}$ donc la trajectoire est contenue ds le plan $\perp$ à $\vec{L_0}$ passant par O $\Rightarrow$ la trajectoire est plane.

Utilisons donc le système cylindrique avec $\vec{e_z} // \vec{L_0}$:

$\vec{L_0} = m\begin{vmatrix} r \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} \dot{r} \\ r\dot{\theta} \\ 0 \end{vmatrix} = mr^2\dot{\theta}\vec{e_z} = \vec{cte}$ donc $L_0 = mr^2\dot{\theta} = cte$

On a bien $\boxed{C = \text{Constante des aires} = \frac{L_0}{m} = cte}$.

4. PFD pour l'orbite circulaire (rayon a) $\left(\frac{d\vec{v}}{dt} = -a\dot{\theta}^2\vec{e_r} + a\ddot{\theta}\vec{e_\theta}\right)$:

$m\vec{a} = \vec{F}$. selon $\vec{e_\theta}$: $a\ddot{\theta} = 0 \rightarrow \dot{\theta} = cte$

. selon $\vec{e_r}$: $-ma\dot{\theta}^2 = -G\frac{M_S m}{a^2} \rightarrow \boxed{V = R\dot{\theta} = \sqrt{\frac{GM_S}{a}}}$

A.N : $\boxed{V_T = 29{,}8 \text{ km.s}^{-1} \text{ et } V_M = 24{,}2 \text{ km.s}^{-1}}$

5. Par définition : $\vec{F} = -\vec{grad}\,\mathcal{E}_p$ donc $-G\frac{Mm}{r^2} = -\frac{d\mathcal{E}_p}{dr}$

$\Rightarrow \mathcal{E}_p = -G\frac{Mm}{r} + cte$. Origine à l'infini : $\boxed{\mathcal{E}_p = -G\frac{M_S m}{r}}$.

Pour la trajectoire circulaire de rayon a :

$$\mathcal{E}_p = -\frac{gM_s m}{a} \quad ; \quad \mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \frac{gM_s}{a} = -\mathcal{E}_p/2$$

$$\boxed{\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_p + \mathcal{E}_c = -\frac{1}{2}\frac{gM_s m}{a} = \mathcal{E}_p/2 = -\mathcal{E}_c}$$

6. $T = \frac{2\pi a}{V} = \frac{2\pi R\sqrt{a}}{\sqrt{gM_s}} \Rightarrow \boxed{T = \frac{2\pi}{\sqrt{gM_s}} \cdot a^{3/2}} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} T_T = 31{,}6 \cdot 10^6 \text{ s} \\ \quad = 365{,}6 \text{ j} \\ T_M = 59{,}2 \cdot 10^6 \text{ s} \\ \quad = 685 \text{ j} \end{array}}$

C'est la troisième loi de Kepler : $\boxed{\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{gM_s}}$.

9. Pour la trajectoire elliptique : $\boxed{\mathcal{E}_m = -\frac{gM_s m}{2a}}$

Démo : $\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2) - \frac{gM_s m}{r}$

En A et P (aphélie et périhélie) : $\dot{r} = 0$ donc $\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} m r^2 \dot{\theta}^2 - \frac{gM_s m}{r}$

Or $C = r^2\dot{\theta} = $ cte donc $\mathcal{E}_m = \frac{mC^2}{2r^2} - \frac{gM_s m}{r}$ en A et P.

r_A et r_p sont donc les 2 racines de l'éq. du 2nd degré :

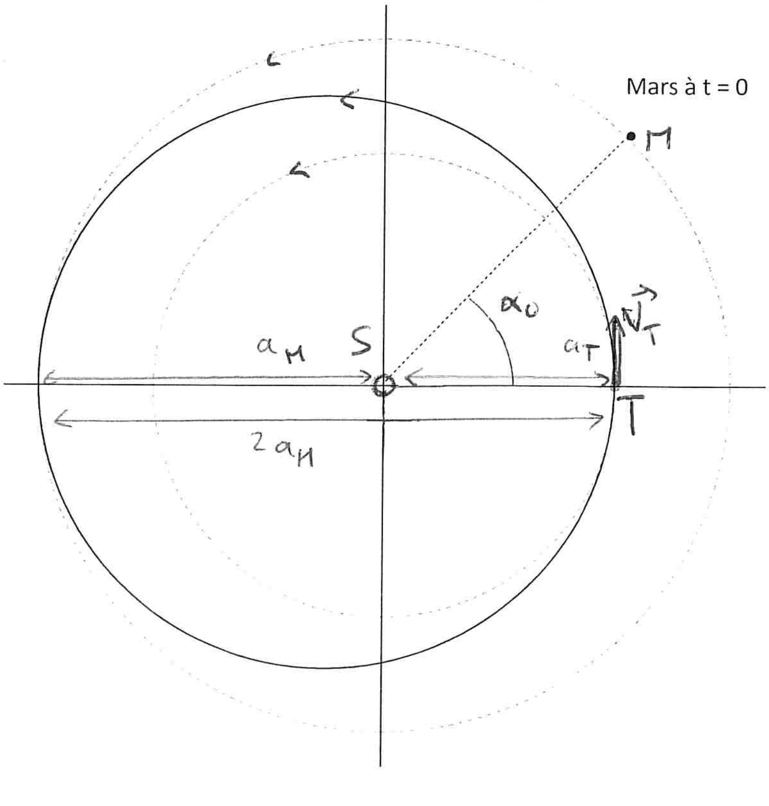
$$r^2 \mathcal{E}_m + gM_s m r - \frac{mC^2}{2} = 0.$$

La somme des racines vaut "$-b/a$" : $r_A + r_p = -\frac{gM_s m}{\mathcal{E}_m}$

Or $r_A + r_p = 2a$ donc $\boxed{\mathcal{E}_m = -\frac{gM_s m}{2a}}$

7. Attention les trajectoires ne se coupent pas !

Le soleil est le foyer de l'ellipse de Hohmann.



$$2a_H = a_T + a_M$$

8. $\boxed{T_H^2 = \frac{4\pi^2}{gM_s} \cdot \left(\frac{a_T + a_M}{2}\right)^3}$

$(T_H = 517 \text{ j})$

10. Sur la trajectoire elliptique : $r_A = a_M$ et $r_P = a_T$ (la Terre est au périhélie et Mars à l'aphélie)

Donc $2a = a_M + a_T$. Donc $\boxed{\mathcal{E}_m = -\dfrac{\mathcal{G}M_S m}{a_M + a_T}}$.

Au départ : $\mathcal{E}_m = \dfrac{1}{2} m v_T'^2 - \dfrac{\mathcal{G}M_S m}{a_T}$

cf. Q4.

Donc $\dfrac{1}{2} m v_T'^2 - \dfrac{\mathcal{G}M_S m}{a_T} = -\dfrac{\mathcal{G}M_S m}{a_M + a_T}$ avec $\mathcal{G}M_S = a_T V_T^2$

Finalement : $\boxed{v_T'^2 = 2 V_T^2 \left(1 - \dfrac{a_T}{a_M + a_T}\right)}$ $\boxed{V_T' = 32{,}7 \text{ km.s}^{-1}}$

R : si $a_M = a_T$ on retrouve $V_T'^2 = V_T^2$

$\Delta V_T = V_T' - V_T = V_T \left(\sqrt{2\left(1 - \dfrac{a_T}{a_M + a_T}\right)} - 1 \right) = \boxed{2{,}9 \text{ km.s}^{-1} = \Delta V_T}$

11. Le trajet est une demi-ellipse avec $T^2 = \dfrac{4\pi^2}{\mathcal{G}M_S} a^3$

D'où $\boxed{\Delta t = \dfrac{T_H}{2} = \dfrac{\pi}{\sqrt{\mathcal{G}M_S}} \left(\dfrac{a_M + a_T}{2}\right)^{3/2} = 22{,}3.10^6 \text{ s} = 258{,}5 \text{ j}}$

12. Il faut $\theta_M(\Delta t) = \pi$.

Or $\theta_M = \theta_M(0) + \omega_M . t$ avec $\omega_M = \dfrac{2\pi}{T_M}$.

D'où $\theta_M(0) = \boxed{\alpha_0 = \pi - \omega_M . \Delta t = 0{,}77 \text{ rad} = 44°}$.

Voir figure précédente.

13. On a : $\theta_T = \omega_T . t$ et $\theta_M = \alpha_0 + \omega_M . t$

Donc $\theta_M - \theta_T = \alpha_0 + (\omega_M - \omega_T) t$.

On cherche les instants où : $\theta_M - \theta_T \equiv \alpha_0 [2\pi]$

Soit $(\omega_M - \omega_T) t = 2k\pi$

⚠ $\omega_M < \omega_T$ (car $T_M > T_T$) donc on obtient des instants t positifs pour $k < 0$: si $k = -1$: $t = T_{lanc} = \dfrac{2\pi}{\omega_T - \omega_M}$

$= \dfrac{T_T \cdot T_M}{T_M - T_T} = 784 \text{ j}$

14. Le retour a la même durée : $\Delta t = 258,5$ j.
Il faut que la Terre et le vaisseau se retrouvent après une durée Δt. Le vaisseau aura parcouru un arc d'angle π ($\frac{1}{2}$ ellipse) et la Terre aura parcouru un arc d'angle $\omega_T \times \Delta t = \frac{2\pi}{T_T} \times \Delta t = 4,44$ rad $= 255°$.
Il faut donc $\boxed{\alpha_1 = 255° - 180° = 75°}$ (1,30 rad)

15. Pour Mars :

$\theta_M(t) = \alpha_0 + \omega_M \cdot t$

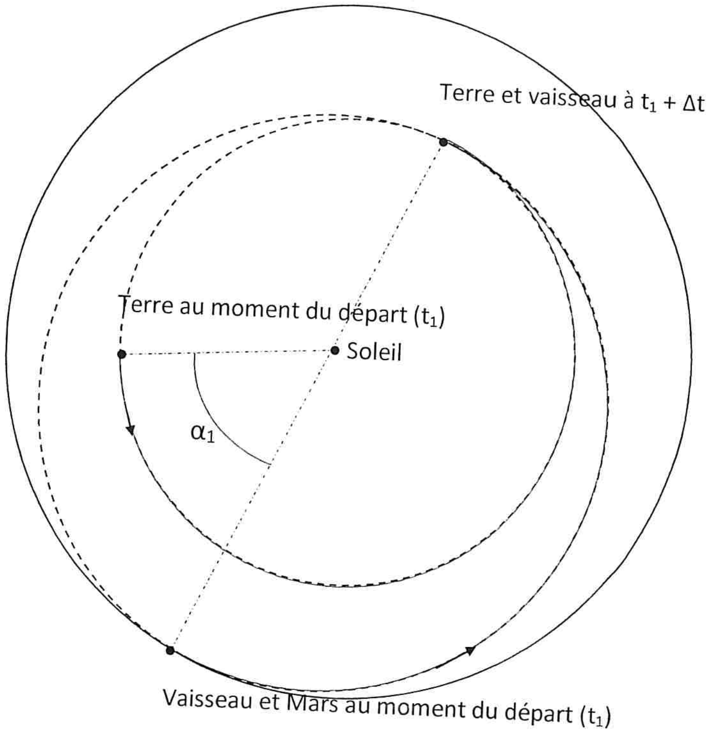
Pour la Terre :

$\theta_T(t) = \omega_T \cdot t$

Au moment du départ (t_1) de Mars pour le retour :

$\theta_M(t_1) - \theta_T(t_1) \equiv \alpha_1 \ [2\pi]$

$\Rightarrow \alpha_1 + 2k\pi = \alpha_0 + (\omega_M - \omega_T) t_1$



On en déduit : $\boxed{t_1 = \frac{\alpha_1 - \alpha_0 + 2k\pi}{\omega_M - \omega_T}}$

Pour $k = 0$, on obtient : $t_1 = \frac{(\alpha_1 - \alpha_0)}{2\pi \left(\frac{1}{T_M} - \frac{1}{T_T}\right)} = -66$ jours : impossible

Pour $k = 1$, on obtient : $t_1 = -845$ j : impossible — normal car la Terre tourne + vite que Mars !

Il faut donc $k < 0$: $k = -1 \Rightarrow \boxed{t_1 = 717 \text{ jours}}$
$k = -2 \Rightarrow t_1 = 1501$ jours.

La durée totale de la mission : $\boxed{\Delta t_{tot} = t_1 + \Delta t = 976 \text{ jours}}$
La durée autour de Mars : $\boxed{\Delta t_{Mars} = t_1 - \Delta t = 459 \text{ jours}}$

La durée minimale de la mission est de près de 3 ans !
(Les astronautes ont intérêt à bien s'entendre !)

16. Cf figure ci-dessous.

17. $\Delta\vec{V}_T'$ est colinéaire à $\Delta\vec{V}_T$ donc à $\vec{V}_T$ donc orthoradiale.

Le point de départ est donc soit l'aphélie soit le périhélie de la trajectoire.

Comme l'ellipse a un demi grand axe supérieur à a_T, le point de départ est le $\boxed{\text{périhélie} : r_p = a_T}$

18. Avec $r = \dfrac{p}{1+e\cos\theta}$ on a en $\theta = 0$: $\boxed{r_p = a_T = \dfrac{p}{1+e}}$

et en $\theta = 3\pi/4$: $r(\theta = \frac{3\pi}{4}) = \boxed{a_M = \dfrac{p}{1-e/\sqrt{2}}}$.

On élimine p entre les 2 expressions : $\dfrac{a_T}{a_M} = \dfrac{1-e/\sqrt{2}}{1+e}$

On sort e : $\boxed{e = \dfrac{1-\frac{a_T}{a_M}}{\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{a_T}{a_M}} = \dfrac{a_M - a_T}{a_T + a_M/\sqrt{2}} = 0{,}25}$.

$$\boxed{r_A = r(\theta = \pi) = \frac{p}{1-e} = a_T \times \frac{1+e}{1-e} = 1{,}67\ a_T = 250.10^6\ \text{km}}$$

19. $a = \frac{1}{2}(r_A + r_p) = \frac{1}{2}\left(\frac{p}{1-e} + a_T\right) = \frac{a_T}{2}\left(\frac{1+e}{1-e} + 1\right) = \boxed{\dfrac{a_T}{1-e} = a}$

$\boxed{= 1{,}33\ a_T = 200.10^6\ \text{km}}$

20. $\mathcal{E}_m = -\dfrac{\mathcal{G}M_s m}{2a} = -\dfrac{\mathcal{G}M_s m}{2a_T}(1-e)$

or $V_T^2 = \dfrac{\mathcal{G}M_s}{a_T}$ donc

donc $\boxed{\mathcal{E}_m = -\frac{1}{2}mV_T^2(1-e)}$

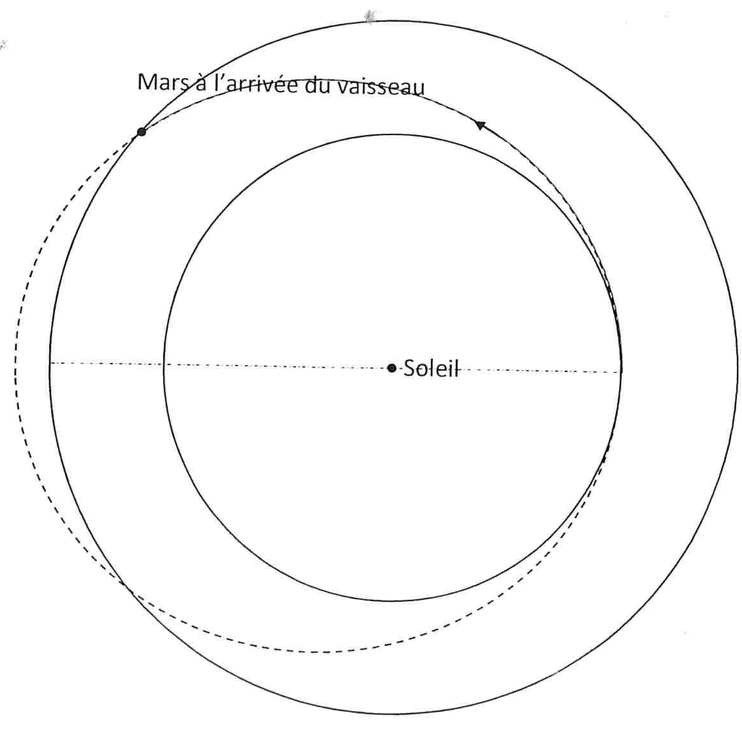
21. Au départ, $r = a_T$ donc :

$\mathcal{E}_m = \dfrac{1}{2}mV_T''^2 - \dfrac{\mathcal{G}M_s m}{a_T}$

Donc il faut :

$-\frac{1}{2}mV_T^2(1-e) = \frac{1}{2}mV_T''^2 - mV_T^2$

$\Rightarrow \boxed{V_T''^2 = V_T^2(1+e)}$



22. $\Delta V_T'' = V_T'' - V_T = V_T \times \left(\sqrt{1+e} - 1\right) = 0{,}12\,V_T \boxed{= 3{,}5 \text{ km s}^{-1} = \Delta V_T''}$

23. Au point de départ $\vec{v}$ est orthoradiale donc

$$\boxed{C = a_T \times V_T'' = a_T \cdot V_T \sqrt{1+e}}$$

24. $r^2 \dfrac{d\theta}{dt} = C$ donc $C\,dt = r^2 d\theta = \dfrac{p^2\, d\theta}{(1+e\cos\theta)^2}$

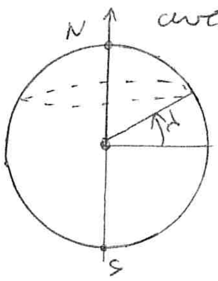
Intégrons entre le point de départ ($t=0$ et $\theta=0$) et le point d'arrivé ($t = \Delta t'$ et $\theta = \frac{3\pi}{4}$) :

$$C \cdot \int_0^{\Delta t'} dt = p^2 \int_0^{\frac{3}{4}\pi} \frac{d\theta}{(1+e\cos\theta)^2} \Rightarrow C\,\Delta t' = p^2 \cdot 2{,}15.$$

Finalement $\Delta t' = \dfrac{a_T^2 (1+e)^2}{a_T V_T \sqrt{1+e}} \times 2{,}15 \boxed{= \dfrac{a_T}{V_T}(1+e)^{3/2} \times 2{,}15 = \Delta t' = 15{,}1.10^6 \text{ s} = 175 \text{ j.}}$

$\boxed{\Delta t' - \Delta t = 83{,}5 \text{ jours}}$

25. $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_m(\text{orbite}) - \mathcal{E}_m(\text{sol})$



avec $\mathcal{E}_m(\text{sol}) = -\dfrac{gM_T m}{R_T} + \dfrac{1}{2} m v_{sol}^2$ avec $v_{sol} = \dfrac{2\pi R_T \cos\lambda}{T_T}$

et $\mathcal{E}_m(\text{orbite}) = -\dfrac{gM_T m}{2(R_T+h)}$ (cf. Q5)

$$\boxed{\mathcal{E}_1 = -gM_T m\left(\frac{1}{2(R_T+h)} - \frac{1}{R_T}\right) - \underbrace{\frac{1}{2} m \left(\frac{2\pi R_T \cos\lambda}{T_{1\,jour}}\right)^2}_{\text{négligeable}} = 1{,}2.10^{13} \text{ J.}}$$

26. Sur l'orbite parabolique $\mathcal{E}_m = 0$. On en déduit

$$\mathcal{E}_2 = \underbrace{\mathcal{E}_{parabolique}}_{=0} - \mathcal{E}_m(\text{orbite circulaire}) = \boxed{\frac{gM_T m}{2(R_T+h)} = \mathcal{E}_2 = 1{,}2.10^{13} \text{ J.}}$$

27. Sur la trajectoire parabolique $v_\infty = 0$:

$\mathcal{E}_m = 0 = -\dfrac{gM_T m}{r} + \dfrac{1}{2} m v^2$

donc à l'infini : $0 = 0 + \frac{1}{2} m v_\infty^2 \Rightarrow \boxed{v_\infty = 0.}$

28. Le bilan énergétique total est pire s'il faut se poser sur la lune avant de repartir de celle-ci. L'intérêt peut être d'assembler les élements sur la lune avant un décollage de l'ensemble depuis la surface de la lune car l'énergie $\mathcal{E}_1$ ne peut pas être fournie par un lanceur actuel alors que depuis la lune l'énergie nécessaire est bcp + faible (80 fois plus faible = rapport des masses M_T/M_L.)

29. <u>Syst</u>: {vaisseau + gaz éjecté}
<u>Ref</u>: héliocentrique considéré galiléen.
<u>Forces</u>: pas de forces extérieures prises en compte
<u>PFD</u>: $\vec{P}_{syst} = \vec{Cte} = m(t)\,\vec{v}(t)$.

$$= \left(m(t) - D\,dt\right)\vec{v}(t+dt) + D\,dt\left(\vec{v} + \vec{v}_1\right)$$

en $t+dt$, la masse du vaisseau est $m - D\,dt$ car la masse de gaz éjectée est $D\,dt$. (avec une vitesse $\vec{v}+\vec{v}_1$ ds le référentiel héliocentrique).

On développe avec un DL_1 pour $\vec{v}(t+dt) = \vec{v}(t) + \frac{d\vec{v}}{dt}dt$

$$\Rightarrow m(t)\vec{v}(t) = m(t)\vec{v}(t) + m(t).\frac{d\vec{v}}{dt}.dt - D\vec{v}\,dt - D\vec{v}\,dt^2\frac{d\vec{v}}{dt} + D\vec{v}\,dt + D\vec{v}_1\,dt$$

2^e ordre

Soit $\boxed{m(t)\dfrac{d\vec{v}}{dt} = -D\vec{v}_1}$ (cf. cours de spé !)

30. Soit une masse m_i éjectée en une durée I_{sp}: $D = \frac{m_i}{I_{sp}}$
La poussé fournie est égale au poids: $D v_1 = m_i g$

D'où $I_{sp} = \dfrac{m_i}{D} = \dfrac{m_i}{m_i g/v_1} = \boxed{\dfrac{v_1}{g} = I_{sp}} \Rightarrow \boxed{v_1 = 8{,}1\ \text{km/s}}$

R: une analyse dimensionnelle conduit au m̂ résultat !

31. On a : $m \frac{d\vec{v}}{dt} = -D\vec{v_1}$ donc $m \frac{\Delta V_T}{\Delta t} = \frac{m_c}{\Delta t} v_1$

car sur la durée de la poussée m ne varie pas notablement*. D'où $\boxed{m_c = m \frac{\Delta V_T}{v_1} = 129 \text{ tonnes}}$.

* 129 tonnes n'est pas négligeable devant 360 tonnes ! ⇒ l'hypothèse est fausse !

On recommence : $m \frac{dv}{dt} = -D v_1 = -\frac{dm}{dt} v_1$

$$\Rightarrow \boxed{dv = -v_1 \frac{dm}{m}} \Rightarrow \int_0^{\Delta V_T} dv = \int_{m_0}^{m_0-m_c} -v_1 \frac{dm}{m} = -v_1 \ln \frac{m_0-m_c}{m_0}$$

Finalement : $\Delta V_T = +v_1 \ln\left(\frac{m_0}{m_0-m_c}\right)$

D'où $m_0 = (m_0 - m_c)\, e^{\Delta V_T/v_1}$ $\Rightarrow \boxed{m_c = m_0\left(1 - e^{-\Delta V_T/v_1}\right) = 108 \text{ tonnes.}}$

R : le calcul initial donne le bon ordre de grandeur ! (erreur ~ 20%)

Cela correspond à un volume : $V_c = \frac{m_c}{\rho_{H_2}} = 1520 \text{ m}^3$

Or chaque réservoir fait approximativement 20 m de long pour un diamètre de 10 m : $V = \pi R^2 L = 1500 \text{ m}^3$.

C'est donc cohérent ! (le 2e réservoir est pour le retour !).

32. $\Delta V_T''$ remplace ΔV_T $\Rightarrow \boxed{m_c' = 126 \text{ tonnes}} \Rightarrow +20\%$!

II Python

1. Il suffit de bien définir F1(x,t):

```python
def F1(x,t):
    return -x**2/(1+x)
```

2a. Système : sonde

Réf : géocentrique considéré galiléen

Force : $\vec{F} = -\frac{\mathcal{G} M_T m}{r^2}\vec{e_r}$

PFD sur une trajectoire rectiligne ($C = r^2\dot{\theta} = 0$) :

$$m\ddot{r} = -\frac{\mathcal{G} M_T m}{r^2} \Rightarrow \boxed{\ddot{r} = -\frac{\mathcal{G} M_T}{r^2}}$$

On obtient une éq. diff du 2^e ordre que l'on décompose en 2 éq diff du 1^e ordre : $\boxed{\begin{aligned}\dot{r} &= v \\ \dot{v} &= -\frac{\mathcal{G} M_T}{r^2}\end{aligned}}$

2b.

```python
def F2(z,t):
    (r,v)=z
    return (v, -gMT/r**2)
```

et

```python
Z = odeint(F2, (RT+200e3, 4e3), T)
```

2.c. $r_{max} = 7\,560$ km donc $\boxed{h_{max} = 1190 \text{ km}}$

3.a. PFD : $\begin{cases} m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = -\frac{\mathcal{G} M_T m}{r^2} \\ m(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 &= -\frac{\mathcal{G} M_T}{r^2} \quad (1) \\ \dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} &= 0 \quad (2) \end{aligned}}$

R : on peut introduire $C = r^2\dot{\theta}$ à la place de l'éq (2)

(en effet $2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} = \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{r}(r^2\dot{\theta})\right]$).

3.b Introduisons : r et $v\_r = \frac{dr}{dt}$ ainsi que θ et $\omega = \frac{d\theta}{dt}$.

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} \dot{r} &= v\_r & \dot{v_r} &= r*\omega**2 - \mathcal{G}M_T/r**2 \\ \dot{\theta} &= \omega & \dot{\omega} &= -v_r.\omega/r \end{aligned}} \quad \left(\ddot{\theta} = \dot{\omega} = -\frac{\dot{r}\dot{\theta}}{r}\right)$$

3.c.

```python
def F3(z,t):
    (r, O, v_r, w) = z
    return (v_r, w, r*w**2 - gMT/r², -v_r*w/r)
```

et

```python
Z = odeint(F3, (RT+200e3, 0, 0, 1,37e-3), T)
```

3d. $2a \simeq \underbrace{6570}_{r_0} + 13000 \simeq 20000$ km $\Rightarrow \boxed{a \simeq 10000 \text{ km}}$

4.a. Mêmes équations avec $\vec{F}_{frot}$ en plus pour $r < R_T + 250e3$.
→ selon $\vec{e}_\theta$ (car $\dot{r} \ll r\dot{\theta}$)

$$\boxed{\begin{aligned} &\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -\frac{gM_T}{r^2} . \\ &\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} = -\alpha r\dot{\theta}/m . \end{aligned}}$$

4.b

$$\boxed{\begin{aligned} &\dot{r} = v\_r & \dot{v}_r &= r*w**2 - gM_T/r^2 \\ &\dot{\theta} = w & \dot{w} &= -\frac{v_r}{r}*w + F\_frot(r, r*w)/rm \end{aligned}}$$

4.c

```
def F4(z,t):
    (r,θ,v_r,w)=z
    return(v_r, w, rw² - gM_T/r², -v_r w/r + F_frot(r, wr)/m/r)
```

```
Z = odeint(F4,(R_T+200.e3,0,0,1.37e-3),T)
```

4.d. Réponse $\boxed{a}$

A chaque passage au périgée, l'atmosphère agit comme un moteur qui freine la sonde : son énergie mécanique diminue donc le demi grand axe diminue donc l'apogée est moins éloignée ⇒ l'orbite devient circulaire petit à petit !

```
from math import *
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import odeint

## question 1
def F1(x,t):
    return -x**2/(1+x)

plt.figure(1)
T = np.arange(0,7,0.01) # création de T
X = odeint(F1,1,T)
plt.plot(T,X,'-')
plt.grid('on')
plt.show()


## question 2
G = 6.67e-11 # en USI
R_T = 6370e3 # en m
M_T = 6e24 # en kg

def F2(z,t):
    (r, v) = z
    return (v,-G*M_T/r**2)

plt.figure(2)
T = np.arange(0,800,0.1) # création de T
Z = odeint(F2,(R_T+200e3,4000),T)
plt.plot(T,Z[:,0],'-')
plt.grid('on')
plt.show()

## question 3
def F3(z,t):
    (r,O,v_r,w) = z # O = théta
    return (v_r,w,-G*M_T/r**2+r*w**2,-2*v_r*w/r)

plt.figure(3)
T = np.arange(0,10000,1) # création de T
Z = odeint(F3,(R_T+200e3,0,0,1.37e-3),T)
plt.polar(Z[:,1],Z[:,0],'-')
plt.grid('on')
plt.show()


## question 4
m = 500 # en kg

def F_frot(r,v):
    alpha = 4e-3
    if r > R_T+250e3:
        return 0
    return -alpha*v

def F4(z,t):
    (r,O,dr,w) = z # O = théta
    return (dr,w,-G*M_T/r**2+r*w**2,-2*dr*w/r+F_frot(r,r*w)/m/r)

plt.figure(4)
T = np.arange(0,40000,1) # création de T
Z = odeint(F4,(R_T+200e-3,0,0,1.37e-3),T)
plt.polar(Z[:,1],Z[:,0],'-')
plt.grid('on')
plt.show()
```