Jeudi 22 juin 2023

DEVOIR SURVEILLE n°9
PHYSIQUE

I. Étude thermodynamique d'une chambre froide (d'après Centrale TSI 2023) :

Dans ce problème, on souhaite comparer deux dispositifs destinés à maintenir une température de $T_F = 3°C$ dans une chambre froide entourée d'un environnement de température $T_C = 35°C$.

Le premier dispositif étudié est un climatiseur utilisant une circulation d'air. Le second dispositif est une machine frigorifique dans laquelle circule du fréon qui, au cours de sa circulation, subit des changements d'état.

Dans le cas où le fluide qui effectue les cycles s'écoule entre les différents éléments d'une machine (compresseur, échangeur, détendeur, etc…), on admet que le premier principe se met sous la forme :

$$\Delta h = q + w_u$$

à condition que les variations d'énergie mécanique du fluide puissent être négligées, ce qui sera toujours implicitement le cas dans la suite. Le travail massique $w_u$désigne le travail massique échangé dans l'élément considéré, à l'exception du travail massique des forces de pression qui s'exercent en amont et en aval de l'élément considéré.

A. Généralités sur les récepteurs dithermes

On utilise les notations habituelles pour les températures des deux sources (T_C et T_F) et pour les énergies reçues par le fluide au cours d'un cycle (Q_C, Q_F et W).

1. Démontrer qu'en fournissant du travail au fluide, il est possible de refroidir la source froide. Attention à la rédaction de la réponse : bien préciser les signes des grandeurs manipulées.

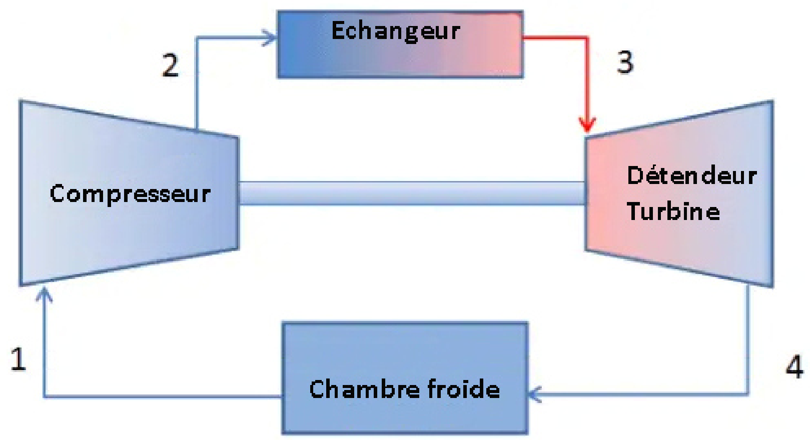
2. Définir l'efficacité frigorifique e_F et démontrer qu'elle a une valeur maximale s'exprimant en fonction de T_F et T_C. Faire l'A.N.

B. Premier dispositif : climatisation à air

La climatisation étudiée dans cette partie utilise une circulation d'air. Celui-ci est prélevé dans la chambre froide à la température $T_1 = T_F = 3°C$ et à la pression basse $p_b = 1{,}0\ bar$ (état 1). L'air prélevé subit alors la succession de transformations suivante :

- **traversée du compresseur 1 → 2** : l'air pénètre dans le compresseur qui lui fournit un travail mécanique massique w_{comp} et élève sa pression jusqu'à la valeur$p_h = 2{,}2\ bar$. La transformation subie dans le compresseur est supposée adiabatique et réversible et la température de l'air à sa sortie est notée T_2 (état 2). Noter que le taux de compression est volontairement relativement faible, afin de limiter l'élévation de température de l'air.

- **traversée d'un échangeur au contact de la source chaude 2 → 3** : dans l'échangeur, l'air subit un refroidissement isobare au contact de la source chaude à $T_C = 35°C$. À la sortie de l'échangeur, l'équilibre thermique avec la source chaude n'est pas atteint et la température de l'air est $T_3 = 40°C$ (état 3). L'air n'échange aucun travail au cours de cette transformation.
- **traversée d'une détendeur 3 → 4** : dans le détendeur, l'air subit une détente adiabatique réversible qui abaisse sa pression jusqu'à la valeur $p_b = 1{,}0\ bar$. La température de l'air à la sortie du détendeur est notée T_4 (état 4). Au sein du détendeur, l'air entraine la rotation d'une turbine à laquelle il fournit du travail. Le travail massique reçu par l'air lors de cette étape est noté $w_{turb} < 0$. L'énergie reçue par la turbine au cours de cette transformation est réutilisée pour alimenter le compresseur (la turbine et le compresseur sont montés sur un même axe).
- **retour de l'air dans la chambre froide 4 → 1** : au cours de cette transformation, l'air subit une réchauffement isobare au contact de la source froide jusqu'à la température initiale $T_1 = 3°C$. L'air n'échange aucun travail au cours de cette étape.



On assimile l'air à un gaz parfait de masse molaire $M = 29\ g.mol^{-1}$ et de coefficient de Laplace $\gamma = 1{,}40$. On donne par ailleurs la constante des gaz parfaits : $R = 8{,}314\ J.K^{-1}.mol^{-1}$.

3. Donner l'allure du cycle dans un diagramme de Clapeyron (p, v) où v désigne le volume massique de l'air. Quelle information peut être déduite du sens de parcours du cycle ?

4. Donner l'expression de l'identité thermodynamique et retrouver l'expression de la variation d'entropie d'un gaz parfait en fonction des variables T et V puis des variables p et T.

5. Déterminer les expressions et les valeurs numériques de T_2 et T_4 en étudiant les transformations entre les états 1 et 2 puis entre les états 3 et 4.

6. En déduire la chaleur massique q_C échangée avec la source chaude. Faire l'A.N.

7. Déterminer la variation d'enthalpie massique Δh_{41} pour l'air renvoyé dans la pièce qui revient à la température T_1 de manière isobare. Cette variation d'enthalpie sera assimilée à la chaleur massique reçue par la source froide q_F. Faire l'A.N.

8. Pourquoi le travail à considérer dans l'expression de l'efficacité frigorifique de cette climatisation est-il ici $w_{comp} + w_{turb}$? Exprimer $w_{comp} + w_{turb}$ à l'aide d'un bilan sur le cycle complet. En déduire la valeur numérique de l'efficacité $e_{F,air}$ du climatiseur. La comparer à la réponse à la question **2**.

9. Exprimer puis calculer l'entropie massique s_{cr} créée par cycle.

10. Exprimer puis calculer le débit massique d'air d_{air} nécessaire afin de prélever une puissance thermique $P_{th,F} = 2{,}5\ kW$ à la chambre froide (afin de compenser les pertes thermiques à travers les murs de celle-ci). On donne : $P_{th,F} = d_{air} \times q_F$. Quelle est alors la puissance du compresseur P_{comp} ?

C. Deuxième dispositif : climatisation au fréon

On étudie désormais une machine frigorifique utilisant du fréon, référencé sous la dénomination R314a. Son diagramme entropique (T, s) est fourni en annexe. Sur ce diagramme apparaissent quelques isobares, sur lesquelles la pression est indiquée en bars (en haut à droite).

11. Relever sur le diagramme entropique, l'entropie massique de vaporisation $\Delta s_{vap}(T_1)$ à la température $T_1 = -4°C$ puis $\Delta s_{vap}(T_3)$ à la température $T_3 = 40°C$. Relever également les pressions p_1 et p_3 correspondantes.

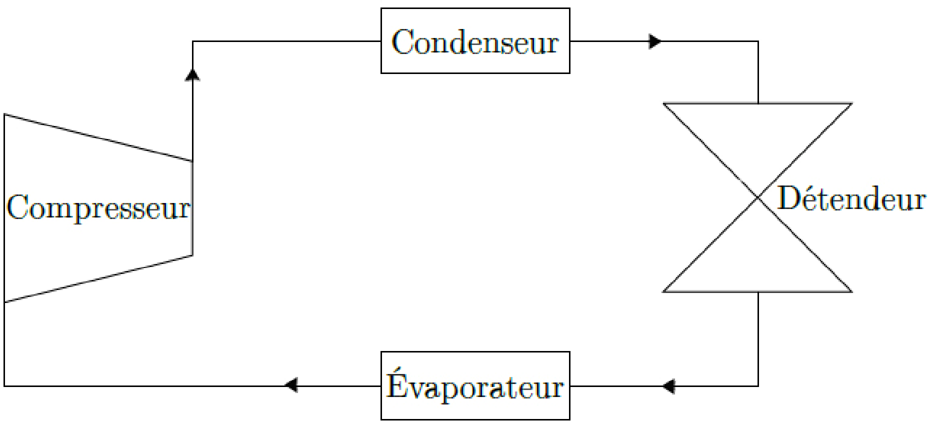
12. En déduire les valeurs numériques des enthalpies massiques de vaporisation $\Delta h_{vap}(T_1)$ et $\Delta h_{vap}(T_3)$ aux mêmes températures.

Pour la suite on prendra les valeurs :

$$\boldsymbol{\Delta h_{vap}(T_1) = 199\ kJ.kg^{-1}} \textbf{ et } \boldsymbol{\Delta h_{vap}(T_3) = 163\ kJ.kg^{-1}}.$$

13. En supposant, pour cette question uniquement, que la vapeur est assimilable à un gaz parfait, retrouver l'allure des isobares tracées dans la partie vapeur du diagramme entropique. Pour cela établir l'équation de la courbe $T(S)$ pour une isobare d'un gaz parfait.

Au sein de la machine frigorifique étudiée, le fréon traverse successivement les différents éléments de la machine selon la séquence suivante :



A l'entrée du compresseur le fluide est à l'état de vapeur saturante à la température $T_1 = -4°C$ et à la pression $p_1 = 2{,}5\ bar$ (état 1).

Dans le compresseur, il subit une compression supposée adiabatique et réversible qui l'amène dans l'état 2 à la pression $p_2 = 10{,}0\ bar$.

Dans le condenseur, au contact de la source chaude, le fréon subit ensuite un refroidissement isobare jusqu'à la température T_3 dans un premier temps puis il se liquéfie entièrement à température constante dans un second temps. À l'issue de cette liquéfaction, dans l'état 3, le fréon est à l'état de liquide saturant. À la sortie du condenseur, l'équilibre thermique avec la source chaude n'est pas établi car la température du fréon ($T_3 = 40°C$) diffère de celle de la source chaude ($T_C = 35°C$). Dans le condenseur le fréon n'échange par ailleurs aucun travail.

Dans le détendeur, il subit alors une détente dite de Joule-Thomson, isenthalpique et adiabatique, au cours de laquelle il n'échange aucun travail. Cette détente l'amène dans l'état 4, à la pression p_1 et à la température T_1. Il est alors diphasé avec un titre en vapeur noté x_{V4}.

Le fréon traverse enfin **l'évaporateur**, au contact de la source froide ($T_F = 3°C$), au sein duquel il subit une évaporation isotherme - isobare qui le ramène dans l'état initial 1.

14. Positionner les états 1, 2 et 3 sur le diagramme (T, s) fourni. Noter que l'état 4 ne peut pas être positionné à ce stade car la fraction massique x_{V4} n'est pas connue.

15. Par lecture graphique donner la valeur de la température T_2 à la sortie du compresseur.

16. Déterminer le transfert thermique massique reçu q_C par le fréon de la part de la source chaude lors de la traversée du condenseur en négligeant le transfert thermique lors du refroidissement qui précède le changement d'état.

17. Déterminer l'entropie massique créée s_{cr}^{cond} lors de la traversée du condenseur.

18. Exprimer la variation d'enthalpie massique $\Delta_{34}h$ du fréon lors de la détente de Joule-Thomson (détendeur) en fonction de T_1, T_3, c_{liq}, $\Delta h_{vap}(T_1)$ et x_{V4}. En déduire une expression de la fraction massique x_{V4}.

19. Proposer, en expliquant la démarche utilisée, une estimation graphique de la capacité thermique massique c_{liq} du fréon à l'état liquide [on pourra faire des relevés graphiques autour du point A]. En déduire une estimation numérique de la valeur numérique de c_{liq} puis de x_{V4}.

Pour la suite on prendra la valeur : $x_{V4} = 32\%$ [cette valeur est obtenue en utilisant la valeur tabulée de c_{liq}].

20. Positionner l'état 4 sur le diagramme (T, s) de la figure annexe en justifiant le placement.

21. Déterminer par lecture graphique l'entropie massique créée $s_{cr}^{dét}$ lors de la détente de Joule-Thomson (détendeur).

22. Déterminer la chaleur massique reçue par le fréon de la part de la source froide q_F lors du passage dans l'évaporateur.

23. Déterminer l'entropie massique créée $s_{cr}^{évap}$ lors de la traversée de l'évaporateur.

24. En faisant le bilan d'énergie sur un cycle, déterminer le travail reçu w_u par le fréon de la part du compresseur.

25. En déduire l'efficacité réelle $e_{F,fréon}$ de la climatisation au fréon.

26. Exprimer puis calculer le débit massique $d_{fréon}$ de fréon nécessaire afin de prélever une puissance thermique $P_{th,F} = 2{,}5\ kW$ à la chambre froide (afin de compenser les pertes thermiques à travers les murs de celle-ci). On donne : $P_{th,F} = d_{fréon} \times q_F$.

27. Quel est alors la puissance du compresseur P_{comp} ? Comparer à la climatisation à air.

II. Effet de Foehn en montagne (d'après Centrales ATS 2022) :

Ce sujet propose d'étudier quelques phénomènes physiques rencontrés en montagne. Dans l'ensemble du problème, l'atmosphère est supposée au repos, elle est assimilée à un gaz parfait de masse molaire $M = 28{,}8\ g.mol^{-1}$ et de coefficient de Laplace $\gamma = 1{,}40$.

On note $R = 8{,}314\ J.K^{-1}.mol^{-1}$ la constante des gaz parfaits et $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$ l'accélération de la pesanteur supposée uniforme.

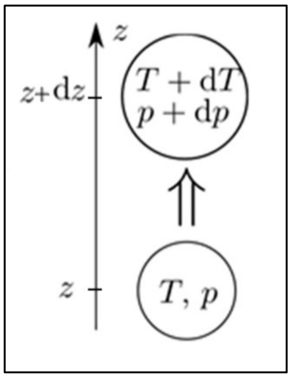
A. Etude de deux modèles d'atmosphère

On souhaite décrire l'évolution de la pression avec l'altitude dans l'atmosphère. Pour cela, on utilisera un axe (Oz) dirigé vers le haut et on notera $p_0 = 1{,}0\ bar$ la pression atmosphérique au niveau du sol et $p(z)$ la pression à l'altitude z.

1. Rappeler l'énoncé du principe fondamental de la statique des fluides.

2. Déterminer l'expression des variations de la pression $p(z)$ avec l'altitude dans le cadre du modèle de l'atmosphère isotherme à la température $T_0 = 293\ K$. Déterminer l'expression $p(z)$, introduire une hauteur caractéristique H_C et faire l'A.N.

On souhaite dans la suite développer un modèle qui intègre la variation de température avec l'altitude. On s'intéresse pour cela à la variation de température d'un volume d'air ascendant. On considère un volume d'air fermé V situé à l'altitude z. Ce volume est supposé initialement à l'équilibre mécanique et thermique avec le reste de l'atmosphère, et on note $\rho(z)$, $p(z)$ et $T(z)$ sa masse volumique, sa pression et sa température respectivement.



On suppose que le volume d'air s'élève brutalement d'une très petite hauteur dz et on note dp et dT les variations de pression et de température qui en découlent.

On suppose que la transformation subie par le volume V d'air est adiabatique et réversible.

3. Comment justifier l'hypothèse d'adiabaticité de la transformation subie par le volume d'air au cours de son ascension ?

4. Montrer que dans ces conditions, le gradient de température $a = dT/dz$ se met sous la forme :

$$a = \frac{dT}{dz} = -\frac{\gamma - 1}{\gamma}\frac{Mg}{R}$$

et déterminer la valeur numérique du gradient a en $K.km^{-1}$ (dénommé gradient adiabatique sec) donnant la variation de température par kilomètre d'altitude lorsqu'une masse d'air s'élève de façon adiabatique et réversible.

5. Etablir, dans ces conditions, l'expression la pression $p(z)$ de l'atmosphère.

6. Calculer l'écart relatif entre les deux modèles pour une altitude $z = 6000\ m$.

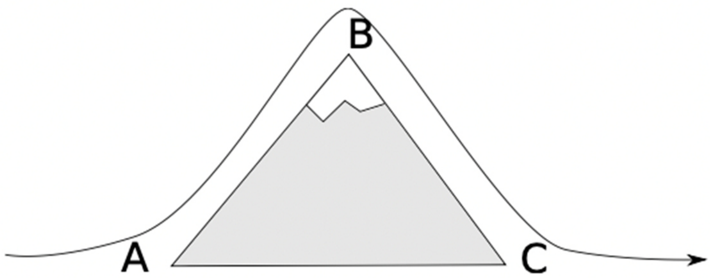
B. Effet de foehn

Lorsqu'un courant aérien rencontre un relief large, il s'élève, se détend et se refroidit. Puis, en redescendant sur l'autre versant, il est comprimé et se réchauffe. Dans certaines conditions qui brisent la symétrie (formation de nuages ou précipitations sur un des versants seulement), l'air redescendant peut parvenir dans la vallée avec une température significativement plus élevée qu'elle ne l'était dans la vallée de l'autre versant : ce vent chaud et sec est appelé foehn. Il est très courant dans les vallées alpines, ainsi que dans d'autres régions du monde où il est nommé différemment.

On conserve pour l'étude de cet effet, le modèle de l'atmosphère à gradient de température qui donne la relation :

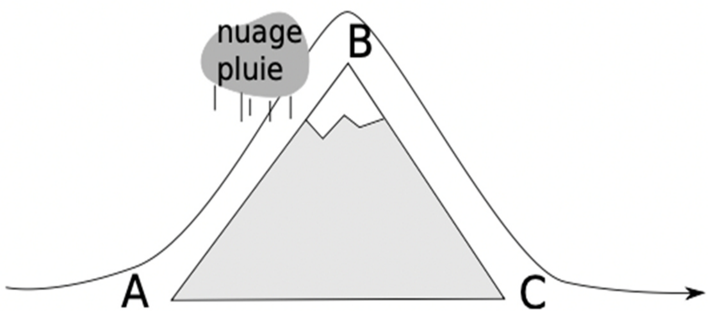
$$T(z) = T_0 + az$$

On considère dans un premier temps une **atmosphère sèche**. À cause du vent, une parcelle d'air s'élève le long d'une montagne dont le sommet culmine à une altitude $h = 2500\ m$. Au cours de son ascension, l'air sec est supposé subir une détente adiabatique et réversible. Au pied de la montagne en amont du vent (point A), la température est supposée égale à $T_A = 20°C$.



7. Exprimer puis calculer la température T_B au point B puis au point C. Commenter.

On considère désormais une **atmosphère humide** en conservant le modèle du gradient de température ($dT/dz\ = a$). La température de l'air diminue au cours de son ascension et une partie de la vapeur d'eau qu'il contient se liquéfie. Elle est évacuée de la masse d'air sous la forme de pluie. L'air entame ensuite sa descente vers la vallée sur l'autre versant de la montagne jusqu'au point C.



On donne :

- l'enthalpie massique de vaporisation de l'eau supposée indépendante de la température :

$$\Delta h_{vap} = 2{,}3 \times 10^6\ J.kg^{-1}$$

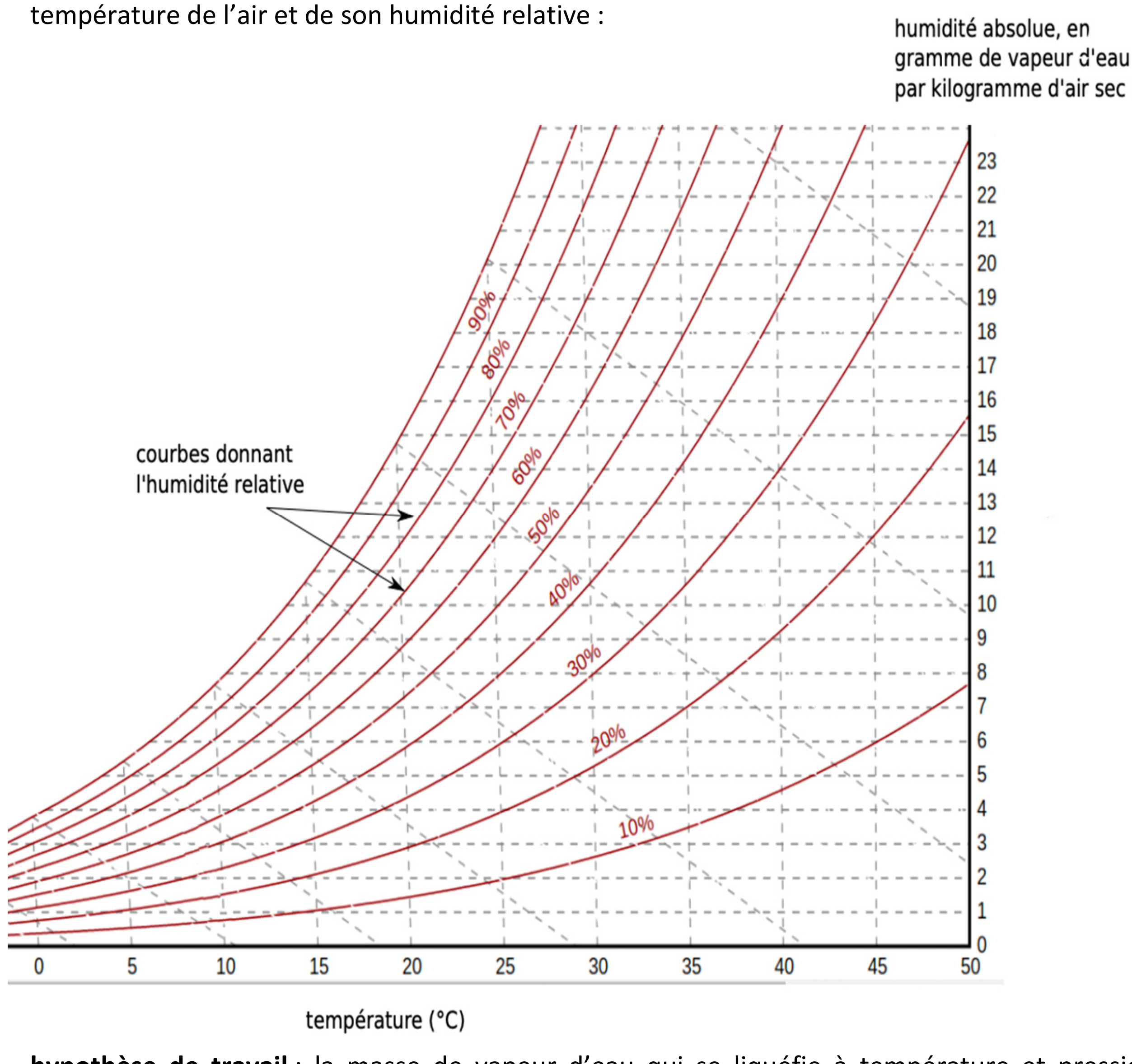
- la capacité thermique massique à pression constante de l'air dans les conditions considérées :

$$c_p = 1{,}0\ kJ.K^{-1}.kg^{-1}$$

- la définition de l'humidité absolue :

  l'humidité absolue est le rapport m_{eau}/m_{air} de la masse de vapeur d'eau contenue dans le volume V d'atmosphère considéré sur la masse d'air de ce même volume. Dans le cas de l'atmosphère $m_{eau} \ll m_{air}$. Elle s'exprime en $g.kg^{-1}$.

- la définition de l'humidité relative H (ou hygrométrie) : cf. cours.
- le diagramme psychrométrique qui permet d'obtenir l'humidité absolue à partir de la température de l'air et de son humidité relative :



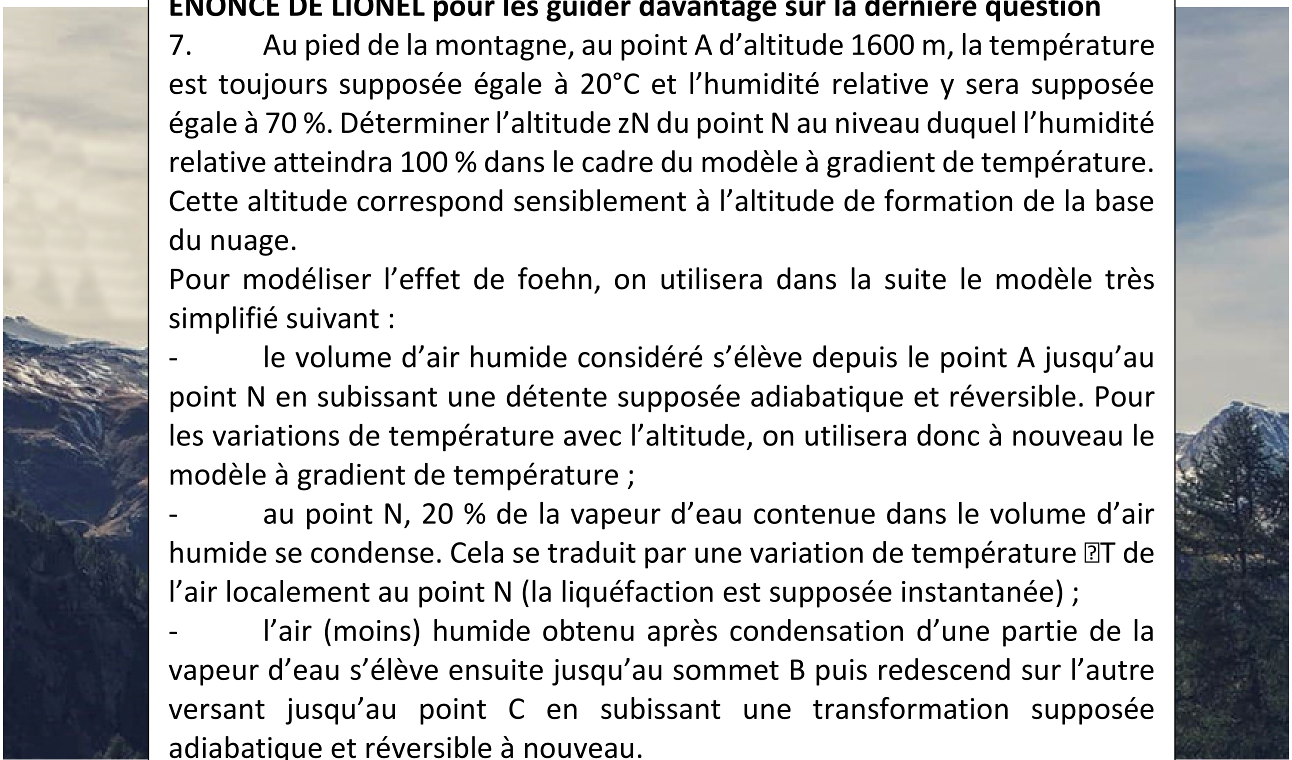
- **hypothèse de travail** : la masse de vapeur d'eau qui se liquéfie à température et pression constantes n'échange de chaleur qu'avec l'air au sein du volume V d'atmosphère considéré :

$$\Delta H_{eau} + \Delta H_{air} = 0$$

L'humidité relative de l'atmosphère au point A est égale à $H(A) = 70\%$ (avec $T_A = 20°C$).

8. Dans cette question on suppose que la vapeur d'eau s'est totalement liquéfiée en arrivant au point B. Estimer la valeur de la température T_B' au point B puis T_C' au point C. Commenter.

9. En considérant cette fois que la liquéfaction n'est que partielle, déterminer les températures T_B'' et T_C''. Détailler la démarche utilisée et expliciter toutes les hypothèses formulées.



ENONCE DE LIONEL pour les guider davantage sur la dernière question

7. Au pied de la montagne, au point A d'altitude 1600 m, la température est toujours supposée égale à 20°C et l'humidité relative y sera supposée égale à 70 %. Déterminer l'altitude zN du point N au niveau duquel l'humidité relative atteindra 100 % dans le cadre du modèle à gradient de température. Cette altitude correspond sensiblement à l'altitude de formation de la base du nuage.

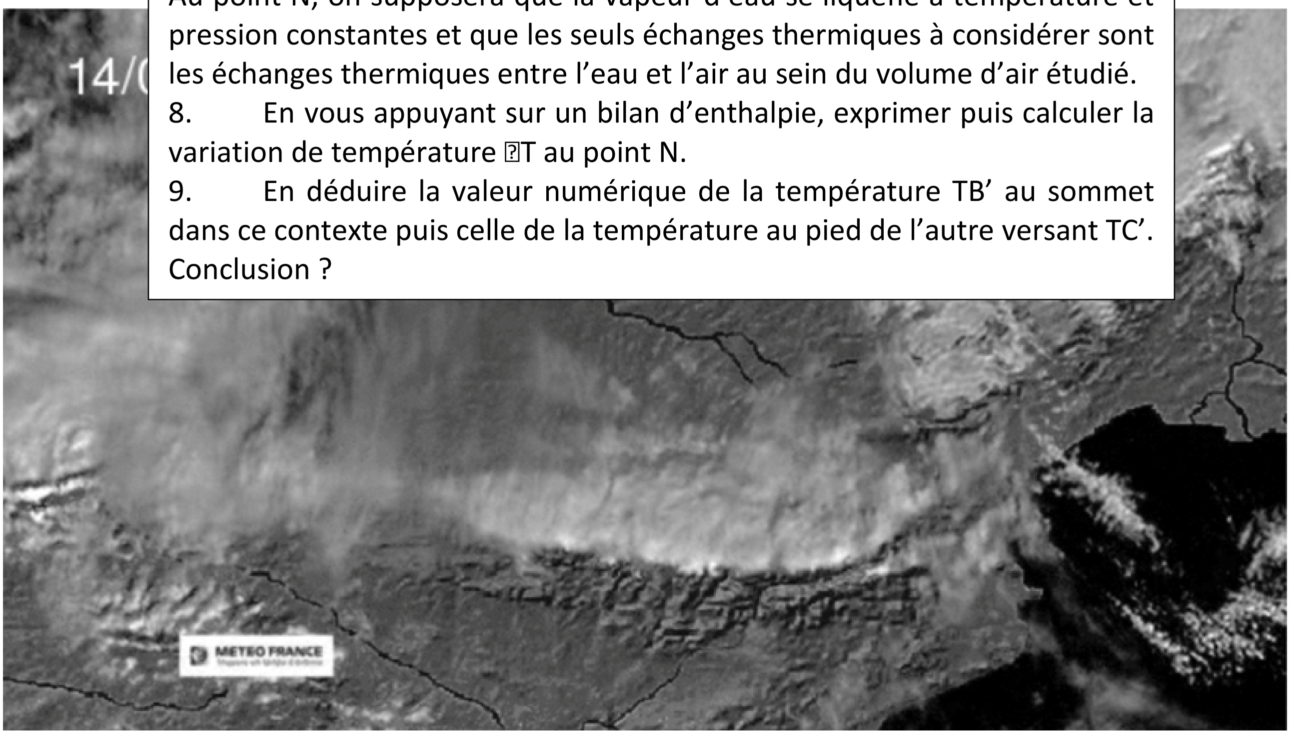
Pour modéliser l'effet de foehn, on utilisera dans la suite le modèle très simplifié suivant :

- le volume d'air humide considéré s'élève depuis le point A jusqu'au point N en subissant une détente supposée adiabatique et réversible. Pour les variations de température avec l'altitude, on utilisera donc à nouveau le modèle à gradient de température ;
- au point N, 20 % de la vapeur d'eau contenue dans le volume d'air humide se condense. Cela se traduit par une variation de température ⍰T de l'air localement au point N (la liquéfaction est supposée instantanée) ;
- l'air (moins) humide obtenu après condensation d'une partie de la vapeur d'eau s'élève ensuite jusqu'au sommet B puis redescend sur l'autre versant jusqu'au point C en subissant une transformation supposée adiabatique et réversible à nouveau.

Au point N, on supposera que la vapeur d'eau se liquéfie à température et pression constantes et que les seuls échanges thermiques à considérer sont les échanges thermiques entre l'eau et l'air au sein du volume d'air étudié.

8. En vous appuyant sur un bilan d'enthalpie, exprimer puis calculer la variation de température ⍰T au point N.

9. En déduire la valeur numérique de la température TB' au sommet dans ce contexte puis celle de la température au pied de l'autre versant TC'. Conclusion ?



III. Et si on jouait du piano… :

Lors du repas chez M. Vincent, Pacôme, Louise, Maëlys et Antoine ont joué du piano…

Essayons de voir ce qu'il s'est passé sur les cordes du piano.

Au repos, la corde est rectiligne et parallèle à l'axe horizontal Ox et on étudie ses mouvements autour de sa position d'équilibre.

On note $z(x,t)$ le déplacement du point de la corde à l'abscisse x et à l'instant t.

L'axe Oz est l'axe vertical ascendant.

1. Ecrire la forme générale d'une onde se propageant sur une corde dans le sens des x croissants.

2. Si l'onde est sinusoïdale (toujours progressive), écrire son expression générale en fonction de λ et c. Quelle est la relation entre la longueur d'onde λ et la fréquence f de l'onde ?

La corde de longueur L étant fixée à ses deux extrémités, il apparait une onde stationnaire sinusoïdale sur la corde.

3. En partant de l'expression générale d'une onde stationnaire sinusoïdale et en imposant le respect des conditions aux limites établir l'expression des longueurs d'onde possibles.

4. Définir un mode propre et établir les fréquences f_n des modes propres. Faire l'A.N. pour la longueur d'onde et la fréquence du fondamental pour $L = 0{,}50\ m$ et $c = 340\ m.s^{-1}$.

L'appui sur la touche, provoque le choc d'un marteau sur la corde.

Lors du choc, le marteau de largeur $b = 2\ cm$, donne une forme initiale compliquée à la corde qui peut s'écrire sous la forme :

$$z(x, t = 0) = z_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \times \sin\left(2\pi \frac{x}{\lambda_n}\right)\right)$$

L'expression des amplitudes a_n des différentes harmoniques n'est pas donnée ici mais les termes a_n dépendent du rapport b/L.

5. Etablir l'expression de $z(x,t)$ de l'onde stationnaire.

6. Ecrire le code Python qui permet de tracer $z(x, t = 0)$ en prenant en compte les 100 premiers modes de cette corde en supposant que la liste A donnée contienne les valeurs des a_n pour $n \in [\![1,100]\!]$. On prendra $z_0 = 1$ et on donne la liste A ci-dessous (inutile de la recopier dans le code) :

$$A = [0.197, 0.187, 0.172, 0.151, 0.127, 0.101, 0.074, 0.047, 0.022, 0, \dots]$$

Diagramme T-s pour le fluide R134a