PCSI1. 23-24

$\boxed{\text{DS n°2}}$

1. L'objet à l'∞ donne une image en F_1' par L_1.
Or il faut que cette image intermédiaire soit en F_2 pour que l'image finale soit à l'∞ : $\boxed{F_1' = F_2}$

Schéma général : $A \xrightarrow{L_1} A_i \xrightarrow{L_2} A'$

A_∞ donne $A_i = F_1'$ et A'_∞ impose $A_i = F_2$.

D'où $\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F_1'} + \overline{F_1'F_2} + \overline{F_2O_2}$ avec $\overline{F_1'F_2} = 0$ et $\overline{F_2O_2} = f_2'$

Donc finalement : $\boxed{\overline{O_1O_2} = f_1' + f_2' = \frac{1}{4} - \frac{1}{25} = 0,21 \text{ m} = 21 \text{ cm}}$

La lunette est afocale afin que l'observation des objets lointains se fasse sans accommodation donc sans efforts musculaires de l'œil.

2. Cf. figure 1 pour la construction.

3. On voit que $\theta \simeq \tan\theta = \frac{A_iB_i}{f_1'}$ et $\theta' \simeq \tan\theta' = \frac{A_iB_i}{-f_2'}$

D'où $\frac{\theta'}{\theta} = \frac{f_1'}{-f_2'} = |\gamma_a|$: $\boxed{|\gamma_a| = \frac{f_1'}{-f_2'} = 6,25}$

4. On voit sur la figure n°1 que l'objet et l'image sont perçus, par l'observateur, au-dessus de l'axe. L'image est droite : $\underline{\underline{\gamma_a > 0}}$. $\boxed{\gamma_a = -\frac{f_1'}{f_2'}}$

5. C'est un monôme : $\frac{u(\gamma_a)}{\gamma_a} = \sqrt{\left(\frac{u(f_1')}{f_1'}\right)^2 + \left(\frac{u(f_2')}{f_2'}\right)^2} = 1,4\ \%$

donc $u(\gamma_a) = 0,0875 \simeq 0,09$. $\Rightarrow$ $\boxed{\gamma_a = 6,25\ ;\ u(\gamma_a) = 0,09}$

6. Si on retourne la lunette, le <u>système reste afocal</u> mais par retour inverse de la lumière le grandissement angulaire devient $\underline{\gamma_a' = \frac{1}{\gamma_a} = 0{,}16}$.
On voit les objets + petits.

7. $A_{PR} \xrightarrow{\text{lunette}} \infty$ donc A_{PR} est le foyer objet de la lunette. Comme elle est <u>afocale</u>, $\boxed{A_{PR} = \infty}$.

8. $A_{PP} \xrightarrow{L_1} A_i \xrightarrow{L_2} A'_{PP}$ avec $\overline{O_2 A'_{PP}} = -d_{PP}$.
On cherche $\overline{F_1 A_{PP}}$ donc on va utiliser la formule de Newton : $\overline{F_2' A'_{PP}} = \overline{F_2' O_2} + \overline{O_2 A'_{PP}} = -f_2' - d_{PP} = -21$ cm.

d'où $\overline{F_2 A_i} \cdot \overline{F_2' A'_{PP}} = -f_2'^2 \Rightarrow \overline{F_2 A_i} = \dfrac{-f_2'^2}{-f_2' - d_{PP}} = 0{,}76$ cm.

Or $F_2 = F_1'$ donc $\overline{F_1' A_i} = \dfrac{f_2'^2}{f_2' + d_{PP}}$

et $\overline{F_1 A_{PP}} \cdot \overline{F_1' A_i} = -f_1'^2$ donc $\boxed{\overline{F_1 A_{PP}} = \dfrac{-f_1'^2}{f_2'^2}(f_2' + d_{PP}) = -820 \text{ cm} = -8{,}2 \text{ m}.}$

A travers la lunette, l'observateur peut voir (en accommodant) des objets jusqu'à une distance de 8,2 m.

9. On peut utiliser les grandissements transversaux successifs : $h' = \gamma_2 \times h_i = \gamma_2 \cdot \gamma_1 \cdot h$.

avec $\gamma_1 = \dfrac{\overline{F_1' A_i}}{f_1}$ et $\gamma_2 = \dfrac{f_2'}{\overline{F_2 A_i}} = \dfrac{f_2'}{\overline{F_1' A_i}}$ puisque $F_2 = F_1'$

Finalement : $\boxed{h' = \dfrac{-f_2'}{f_1'} \cdot h = 24 \text{ cm}}$ et $\boxed{\gamma_t = -\dfrac{f_2'}{f_1'} = \dfrac{1}{\gamma_a}}$

Pour un <u>système afocal</u>, le grandissement transversal est indépendant de la position de l'objet et est l'inverse du grandissement angulaire.

10. La construction montre que le faisceau incident parallèle à l'axe optique est bien divergent à la sortie du doublet.

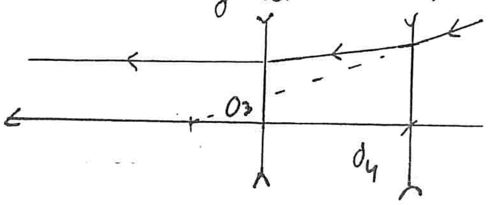
11. Appliquons la formule de Descartes $\left(\infty \xrightarrow{L_3} A_i = F_3' \xrightarrow{L_4} F'\right)$ pour L_4 : F' étant l'image de F_3'

$$\frac{1}{\overline{O_4F'}} - \frac{1}{\overline{O_4F_3'}} = \frac{1}{f_4'} \quad \text{avec} \quad \overline{O_4F_3'} = \overline{O_4O_3} + \overline{O_3F_3'} = -e + f_3'$$

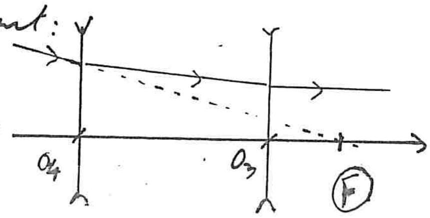
D'où $$\overline{O_4F'} = \frac{f_4' \cdot \overline{O_4F_3'}}{f_4' + \overline{O_4F_3'}} = \frac{f_4'(f_3'-e)}{f_3'+f_4'-e} = \boxed{-1,2\,a = \overline{O_4F'}}$$

C'est bien cohérent avec la construction précédente.

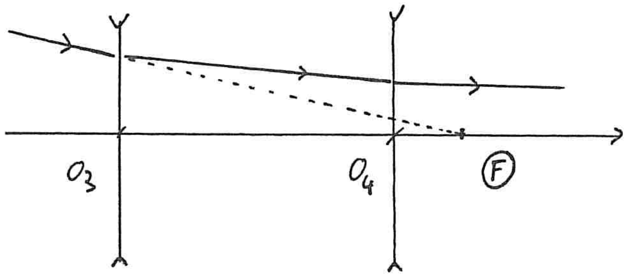
12. En changeant le sens de propagation on obtient:



On pivote autour de l'axe de symétrie ⇒



Comme le doublet est symétrique on peut échanger la numérotation des lentilles:



$\Rightarrow \boxed{\overline{O_4F} = 0,2\,a.}$

13. $$V = \frac{-1}{2a} + \frac{-1}{2a} - a\left(\frac{-1}{2a}\cdot\frac{-1}{2a}\right) = -\frac{5}{4a} = V_2 \text{ si } \boxed{a = \frac{-5}{4V_2} = 5\text{ cm}}$$

On obtient alors $f_3' = f_4' = -10$ cm qui est une valeur de distance focale image facilement réalisable ($V_3 = -10\,\delta$).

Figure annexe n°1 :

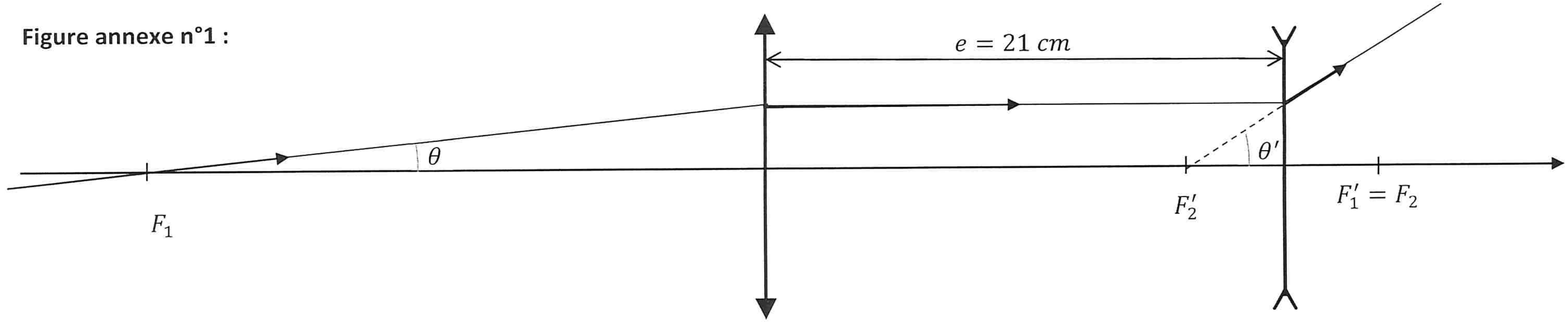
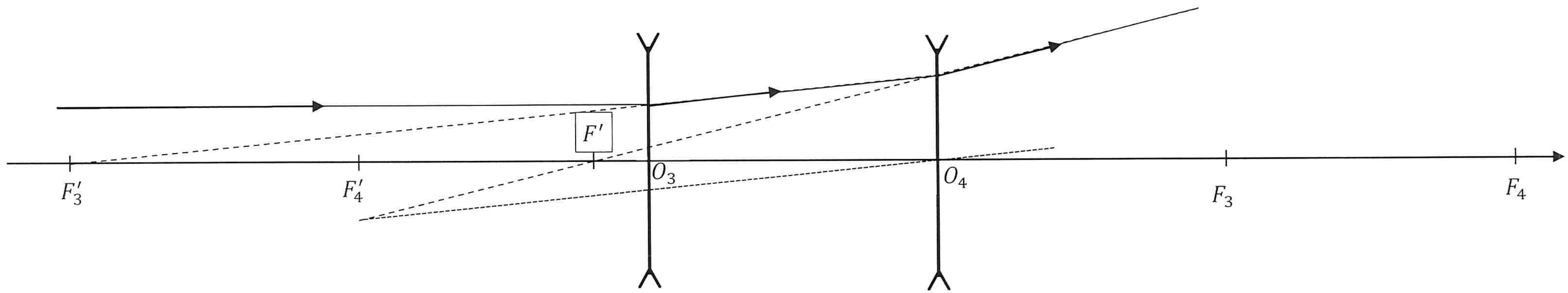
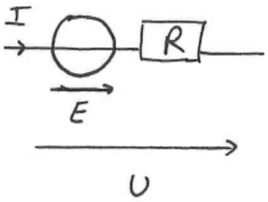


Figure annexe n°2 :

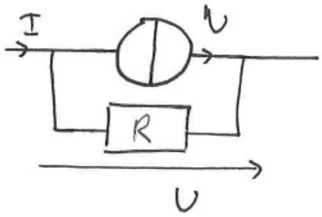


II Circuit en stationnaire.

1. Les 2 modèles de générateurs réels sont équivalents. En effet, ces 2 dipôles ont la même caractéristique si $E = R\eta$.



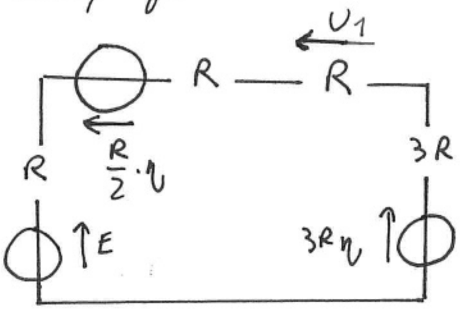
$U = E - RI$;



$I = \eta - \frac{U}{R}$

$U = E - RI$ donne $I = \frac{E}{R} - \frac{U}{R}$ qui vaut $I = \eta - \frac{U}{R}$ si $E = R\eta$.

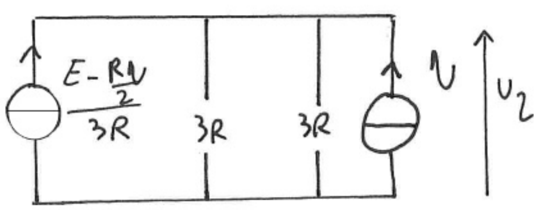
2. On simplifie le circuit autour de R avec des équiv. Th-N :



- on regroupe ensuite les génés et on applique un diviseur de tension (ou Pouillet suivi de $U = RI$)

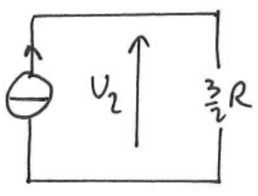
$$U_1 = \frac{R}{6R} \times \left(E - \frac{R}{2}\eta - 3R\eta\right) \Rightarrow \boxed{U_1 = \frac{1}{6}\left(E - \eta R \cdot \frac{7}{2}\right) = -0{,}67\,V}$$

3. On simplifie le circuit autour du géné. de courant :



- on regroupe les génés et les résistances
- on applique $U_2 = R_{équi}\,\eta_{équi}$

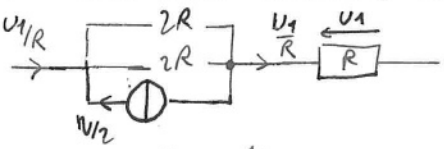
$\frac{E}{3R} + \frac{5}{6}\eta$



$$\Rightarrow U_2 = \frac{3}{2}R \times \left(\frac{E}{3R} + \frac{5}{6}\eta\right) : \boxed{U_2 = \frac{E}{2} + \frac{5}{4}\eta R = 10\,V}$$

4. La loi des noeuds en B donne : $\boxed{\frac{U_1}{R} + \eta = \frac{U_2}{3R}}$. AN OK.

5.



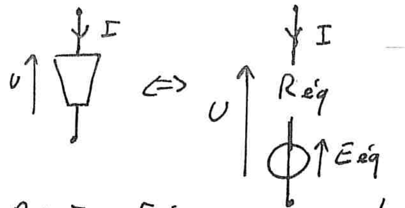
: le courant $\frac{U_1}{R} + \frac{\eta}{2}$ se partage entre les résistances 2R en dérivation : avec un diviseur de courant $I_{2R} = \left(\frac{U_1}{R} + \frac{\eta}{2}\right)\frac{1}{2}$. D'où

$$\boxed{P_J(2R) = 2R \cdot \left(\frac{U_1}{2R} + \frac{\eta}{4}\right)^2 = 44\ mW}$$

6. $P_f(\text{géné } R) = \frac{U_1}{R} \times \left(E - R \times \frac{U_1}{R}\right) = \frac{U_1(E-U_1)}{R} = \boxed{-0{,}36\ W = P_f(\text{géné } R)}$

Le générateur fonctionne en mode récepteur car $P_f < 0$.

7. La caractéristique de ce dipôle conduit à une puissance fournie positive lorsque $I<0$. Il peut donc fonctionner en générateur : c'est un $\boxed{\text{dipôle actif.}}$

8. On modélise le dipôle par : 

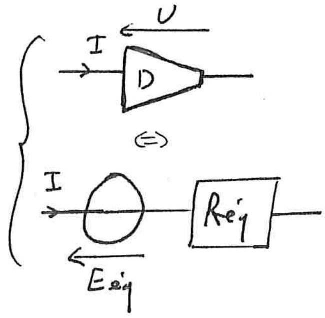
dont la caractéristique est : $U = R_{éq} I + E_{éq}$. qui peut s'écrire : $I = \frac{U}{R_{éq}} - \frac{E_{éq}}{R_{éq}}$

C'est bien une droite avec une pente $\frac{1}{R_{éq}}$ positive.

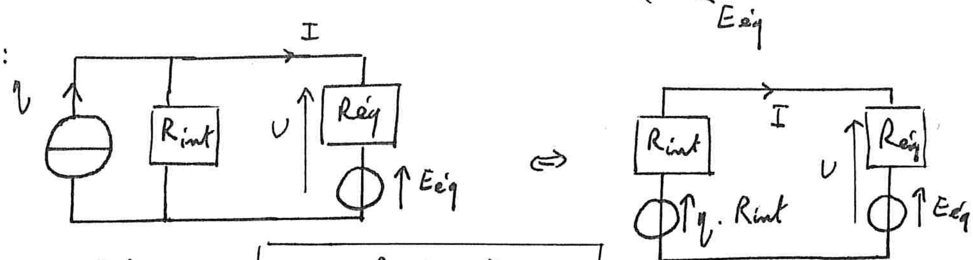
La pente de la droite est $\frac{\Delta I}{\Delta U} = \frac{0{,}025}{1{,}5} = 16{,}7 \cdot 10^{-3}\ \Omega^{-1}$.

Donc $\boxed{R_{éq} = \frac{1}{\text{pente}} = 60\ \Omega.}$

De plus $I = 0$ donne $U = \boxed{1{,}5\ V = E_{éq}}$:



9. Le circuit est :

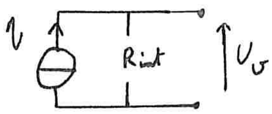
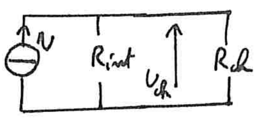


Avec Pouillet on obtient : $\boxed{I = \frac{\eta R_{int} - E_{éq}}{R_{int} + R_{éq}} = 18{,}8\ mA}$

et donc $\boxed{U = E_{éq} + R_{éq} \cdot I = 2{,}6\ V}$

10. $p(U_v) = 10^{-3} \times U_v + 5\ mV = 7{,}8\ mV$ et $p(U_{ch}) = 10^{-3} \cdot U_{ch} + 5\ mV = 7\ mV$

Or $u = \frac{p}{\sqrt{3}}$ donc $\boxed{u(U_v) = 4{,}5\ mV}$ et $\boxed{u(U_{ch}) = 4\ mV.}$

11.  : $U_v = R_{int} \times \eta$  : $U_{ch} = (R_{ch} // R_{int}) \cdot \eta$

$U_{ch} = \frac{R_{ch} \cdot R_{int}}{R_{ch} + R_{int}} \cdot \eta$

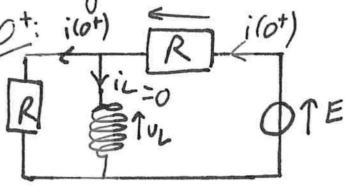
D'où $U_{ch} = U_v \cdot \frac{R_{ch}}{R_{ch} + R_{int}} \Rightarrow \boxed{R_{int} = R_{ch} \times \frac{U_v - U_{ch}}{U_{ch}} = 21{,}3\ \Omega}$

et $\boxed{\eta = \frac{U_v}{R_{int}} = \frac{U_v \cdot U_{ch}}{U_v - U_{ch}} \cdot \frac{1}{R_{ch}} = 132\ mA.}$

III Régime transitoire.

1. La grandeur continue est i_L. Or $i_L(t=0^-)=0$ donc $\underline{i_L(t=0^+)=0}$.

$\underline{t=0^+}$:

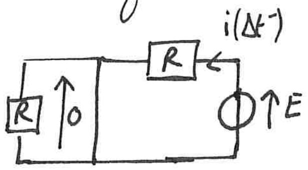


La loi des mailles donne : $E = \underbrace{R\,i(0^+)}_{u_L(0^+)} + R\,i(0^+)$

D'où $\boxed{i(0^+) = \dfrac{E}{2R}}$

2. Lorsque le régime stationnaire est atteint la bobine équivaut à un fil. Le circuit est donc équivalent en $t \to \Delta t$:

$\underline{t=\Delta t^-}$:



La loi des mailles donne : $E = R \cdot i(\Delta t^-) + 0$

$\boxed{i(\Delta t^-) = \dfrac{E}{R}}$

3. Mise en équation pour $t \in [0;\Delta t]$ $(u_E = +E)$:

loi des mailles : $E = R\,i + u_L$

loi des noeuds : $i = i_L + \dfrac{u_L}{R}$

caractéristique de L : $u_L = L\dfrac{di_L}{dt}$ (3)

$\Big\}$ $u_L = E - R\,i$ (1)

$i_L = i - \dfrac{u_L}{R} = i - \dfrac{E}{R} + i = 2i - \dfrac{E}{R}$ (2)

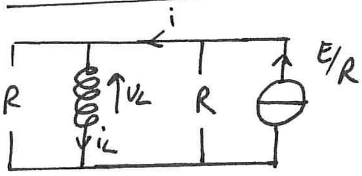
$E - R\,i = L\dfrac{d}{dt}\left(2i - E/R\right)$ ((1) et (2) ds (3)).

soit : $2L\dfrac{di}{dt} + R\,i = E \Rightarrow \boxed{\dfrac{di}{dt} + \dfrac{R}{2L}\,i = \dfrac{E}{2L}}$.

La forme canonique est $\dot{x} + \dfrac{x}{\tau} = \dfrac{x_\infty}{\tau}$ donc $\boxed{\tau = \dfrac{2L}{R}}$ $\left(i_\infty = \dfrac{E}{R}\right)$ (4)

$\underline{R}$: on ne peut pas utiliser de simplification du circuit :

$\underline{t \in]0;\Delta t[}$:



il ne faut pas regrouper les 2R sinon on perd la variable $\underline{i}$!.

4. Résolution : $i(t) = \dfrac{E}{R} + A\,e^{-t/\tau}$ avec $i(0) = \dfrac{E}{2R} = \dfrac{E}{R} + A$

D'où $A = \dfrac{-E}{2R}$ et $\boxed{\forall t \in]0;\Delta t[: i(t) = \dfrac{E}{R} - \dfrac{E}{2R}e^{-t/\tau}}$

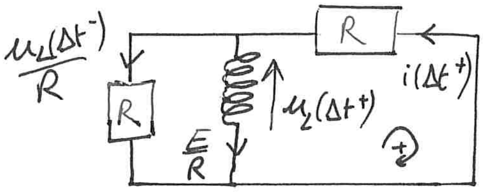
5. $i(t_1) = 0{,}99 \cdot \dfrac{E}{R} = \dfrac{E}{R} - \dfrac{E}{2R}e^{-t_1/\tau}$ donc $0{,}01 = \dfrac{1}{2}e^{-t_1/\tau}$

Finalement : $t_1 = \tau \cdot \ln\dfrac{1}{0{,}02} = \tau \ln 50 \simeq \boxed{4\tau = t_1}$

$\underline{R}$: l'évolution de i se fait entre $\dfrac{E}{2R}$ et $\dfrac{E}{R}$ donc à t_1, 98% de l'évolution est faite : $t_1 = t_{98}$.

6. Lors de la bascule de v_E à $t = \Delta t$ (passage de E à 0), i_L est continue : $i_L(\Delta t^-) = \frac{E}{R} = i_L(\Delta t^+)$.

A $t = \Delta t^+$ on a donc :



La loi des mailles donne :

$$u_L(\Delta t^+) + R\, i(\Delta t^+) = 0$$

La loi des noeuds donne :

$$i(\Delta t^+) = \frac{E}{R} + \frac{u_L(\Delta t^+)}{R} = \frac{E}{R} - i(\Delta t^+)$$

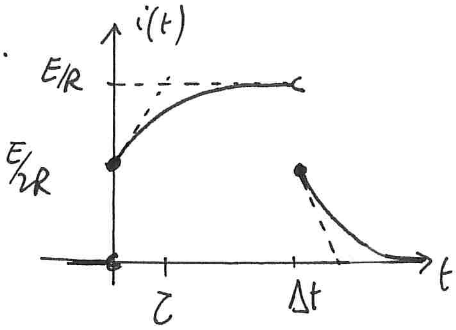
Soit $\boxed{i(\Delta t^+) = \frac{E}{2R}}$

L'équation différentielle est obtenue de la même manière mais $v_E = 0$: $\boxed{\frac{di}{dt} + \frac{R}{2L}\, i = 0}$ $\rightarrow \tau = \frac{2L}{R}$.

La solution est : $\forall t > \Delta t$: $i = A e^{-t'/\tau}$ $(t' = t - \Delta t)$

avec $i(t'=0) = \frac{E}{2R} = A$ d'où $\boxed{i(t > \Delta t) = \frac{E}{2R}\, e^{-t'/\tau}}$

7.



Il y a discontinuité de i en $t = 0$ et $t = \Delta t$.

8. $\mathcal{E}_r(L) = \frac{1}{2} L\, i_L^2(\infty) - \frac{1}{2} L\, i_L^2(0) = 0$

La bobine stocke puis restitue l'énergie dans les R. Au bilan son énergie stockée est revenue à la même valeur.

9. $\mathcal{E}_f(\text{géné}) = \int_0^{\Delta t} E \cdot i(t)\,dt + \int_{\Delta t}^{\infty} 0 \times i(t)\,dt = \frac{E^2}{R}\int_0^{\Delta t}\left(1 - \frac{e^{-t/\tau}}{2}\right)dt$

$$= \frac{E^2}{R}\Delta t - \frac{E^2}{2R}\left[\frac{e^{-t/\tau}}{-1/\tau}\right]_0^{\Delta t} = \frac{E^2}{R}\Delta t - \frac{E^2}{2R} \times \tau$$

$$\boxed{\mathcal{E}_f(\text{géné}) = \frac{E^2}{R}\Delta t - L E^2}$$

(H)