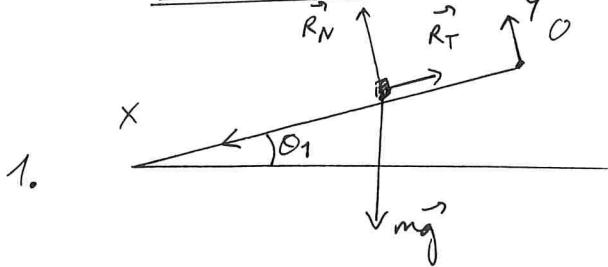


DS n° 5

I Descentes à ski



Syst: Molka

Ref: terrestre considérée galiléenne

Forces: $m\vec{g}$, \vec{R}_N et \vec{R}_T

PFD: $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{R}_T + \vec{R}_N$ - selon \vec{e}_y : $0 = -mg \cos \theta_1 + \|\vec{R}_N\|$
 avec $\vec{a} = \ddot{x} \vec{e}_x$ - selon \vec{e}_x : $m\ddot{x} = mg \sin \theta_1 - \|\vec{R}_T\|$
 car $\forall t, y=0$

On a: $\|\vec{R}_N\| = mg \cos \theta_1 > 0$ donc le contact se maintient.

et $m\ddot{x} = mg(\sin \theta_1 - \lambda_1 \cos \theta_1)$ car $\|\vec{R}_T\| = \lambda_1 \|\vec{R}_N\|$ en présence de glissement.

D'où $\frac{dv}{dt} = g(\sin \theta_1 - \lambda_1 \cos \theta_1)$ ($v = \dot{x}$)

2. On intègre: $v = g t (\sin \theta_1 - \lambda_1 \cos \theta_1) + C$

avec $v(0) = 0$ on a $C = 0 \Rightarrow$ $v(t) = g \cdot t (\sin \theta_1 - \lambda_1 \cos \theta_1)$

3. Pour avoir $v = \text{cte}$, il faut que $\sin \theta_1 = \lambda_1 \cos \theta_1$

donc Molka impose $\lambda_1 = \tan \theta_1$ pour maintenir sa vitesse constante

Initialement, Molka impose $\lambda_1 < \tan \theta_1$ et dès que la vitesse lui paraît suffisante elle ajuste λ_1 à la valeur $\lambda_1 = \tan \theta_1$ pour que sa vitesse n'évolue plus. Si elle veut s'arrêter elle augmente λ_1 et l'accélération devient négative: la vitesse diminue.

4. Il faut poursuivre la descente prudemment!

5. Système: Carla ou Clément Ref: l.c.g.

Faces: $m\vec{g}$, \vec{R}_N , \vec{R}_T , $\vec{F}_2 = -\alpha_2 \vec{v}$

Lorsque $\vec{v} = \vec{v}_{lim}$, $\vec{a} = \vec{0}$ donc le PFD donne:

$$\vec{0} = m\vec{g} + \vec{R}_N + \vec{R}_T + \vec{F}_2 \rightarrow \text{selon } \vec{e}_y: 0 = -mg \cos \theta_2 + \|\vec{R}_N\|$$

et selon \vec{e}_x : $0 = mg \sin \theta_2 - \frac{1}{2} mg \cos \theta_2 - \alpha_2 v_{lim}$

On en déduit:

$\alpha_2 = \frac{mg(\sin \theta_2 - \frac{1}{2} \cos \theta_2)}{v_{lim}} = 5,55 \text{ N.m}^{-1}\text{s}$ $= 7,77 \text{ kg.s}^{-1}$	pour Carla pour Clément.
---	---------------------------------------

6. Faces: $m\vec{g}$, \vec{R}_N , \vec{R}_T . avec $\|\vec{R}_T\| = \mu_2' \|\vec{R}_N\|$ car il y a PFD selon \vec{e}_x : $m\ddot{x} = mg(\sin \theta_2 - \mu_2' \cos \theta_2)$ gliss⁺ (et pas sur les rails!)

notons: $a = g(\sin \theta_2 - \mu_2' \cos \theta_2) = -5,6 \text{ m.s}^{-2}$

On a: $\ddot{x} = a$ donc $\dot{x} = at' + v_{lim}$ (car à $t=0$ $v = v_{lim}$)

et enfin $x = \frac{1}{2} a t'^2 + v_{lim} \cdot t'$ ($x=0$ à l'instant de la chute) $t'=0$

L'instant d'arrêt: $t_f' = \frac{v_{lim}}{-a} > 0$ car $a < 0$

et $x_f = \frac{1}{2} a \frac{v_{lim}^2}{a^2} - \frac{v_{lim}^2}{a} = -\frac{v_{lim}^2}{2a}$

D'où $x_f = \frac{-v_{lim}^2}{2g(\sin \theta_2 - \mu_2' \cos \theta_2)} = 8,4 \text{ m}$

R: la distance d'arrêt est indépendante de m et donc identique pour Carla et Clément: je n'ai pas eu le temps de la mesurer lors de l'expérience en conditions réelles... il faudra recommencer l'expérience....

R: on peut également répondre à la question avec le TEL.

7. Le TEM entre le début et la fin de la chute s'écrit:

$$\Delta E_m = W(\vec{R}_N) + W(\vec{R}_T) \quad \text{avec } W(\vec{R}_N) = 0$$

$$\text{avec } E_m = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - mgx \sin \theta_2$$

car $E_{pp} = -mgx \sin \theta_2$ avec origine en $x=0$

$$\text{Finalement: } \underbrace{(0 - mgx_f \sin \theta_2)}_{E_m(\text{finale})} - \underbrace{\left(\frac{1}{2} m v_{\text{lim}}^2 - 0\right)}_{E_m(\text{init.})} = W(\vec{R}_T)$$

D' où $W(\vec{R}_T) = -\frac{1}{2} m v_{\text{lim}}^2 - mgx_f \sin \theta_2 = -3,2 \text{ kJ pour Carla}$
 $= -4,5 \text{ kJ pour Clément}$

Cela fait bcp d'énergie à dissiper en chaleur contre le sol (ou en rupture de ski!) ($W(\vec{R}_T) < 0$: c'est cohérent!)

R: Il est également possible de calculer direct⁺

$$W(\vec{R}_T) = \int_0^{x_f} \vec{R}_T \cdot d\vec{OM} = \int_0^{x_f} -\|\vec{R}_T\| dx = -\|\vec{R}_T\| \cdot x_f$$

$$W(\vec{R}_T) = -\frac{1}{2} m g \cos \theta_2 \times x_f \quad (\hat{m} \text{ AN qui au dessus!})$$

8. Système: Roman Réf: t, c, g Forces: $m\vec{g}, \vec{F}_3, \vec{R}_N$

$$\text{PFD: } m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - \beta v^2 \cdot \vec{e}_v + \vec{R}_N$$

Selon \vec{e}_x lorsque $\vec{v} = \vec{v}_{\text{lim}}$: $0 = mg \sin \theta_3 - \beta v_{\text{lim}}^2$

($\vec{e}_{v_{\text{lim}}} = \vec{e}_x$). donc

$$\beta = \frac{mg \sin \theta_3}{v_{\text{lim}}^2} = 0,37 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^2$$

$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$

9. $E_c = \frac{1}{2} m v_{\text{lim}}^2 = 32,7 \text{ kJ}$!

En cas de chute, les dégâts peuvent être considérables!

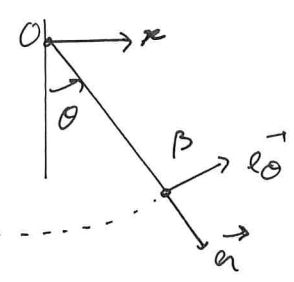
10. Syst: Boucquet Ref t.c.g. Forces: $m\vec{g}$, \vec{R}_N

TEM sur la trajectoire circulaire: $\Delta \mathcal{E}_m = W_{AB}(\vec{R}_N)$

Or $\vec{R}_N \perp d\vec{OM}$ donc $W(\vec{R}_N) = 0$

et $\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} m v^2 - \underbrace{mgR \cos \theta}$

\mathcal{E}_{pp} avec origine en $O = \frac{\pi}{2}$



Entre A et B: $\frac{1}{2} m v_B^2 - mgR \cos \theta = \frac{1}{2} m v_0^2 - mgR$

D'où $v_B^2 = v_0^2 - 2gR(1 - \cos \theta)$ (H)

11. PFD sur la trajectoire circulaire: $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{R}_N$

donc $-mR\dot{\theta}^2 = mg \cos \theta - \|\vec{R}_N\|$

$\Rightarrow \|\vec{R}_N\| = mg \cos \theta + mR \left(\frac{v}{R}\right)^2 = mg \cos \theta + m \left(\frac{v_0^2}{R} - 2g(1 - \cos \theta)\right)$

Au final $\vec{R}_N = m \left(\frac{v_0^2}{R} + g(3 \cos \theta - 2) \right) (-\vec{e}_r)$ (H)

12. Pour arriver en C il faut que $v^2(\theta_c) > 0$
et que $\|\vec{R}_N(\theta_c)\| > 0$

donc il faut: $v_0^2 - 2gR(1 - \cos \theta_c) = v_0^2 - gR > 0$ (1)

et $\frac{v_0^2}{R} + g(3 \cos \theta_c - 2) = \frac{v_0^2}{R} - \frac{g}{2} > 0$ (2)

(1) est plus contraignante et impose: $v_0 > \sqrt{gR}$ (H)

AN: il faut $v_0 > 7,7 \text{ m s}^{-1}$ (27,6 km/h).

13. Au delà de C, l' \mathcal{E}_m se conserve car il n'y a pas de forces non conservatives: $\mathcal{E}_m(S) = \mathcal{E}_m(C)$

↳ la vitesse horizontale reste constante (PFD selon \vec{e}_x)

Donc en S: $\mathcal{E}_m(S) = mgH + \frac{1}{2} m v_x^2 = \mathcal{E}_m(C) = \frac{1}{2} m v_c^2$

en prenant la nouvelle origine de \mathcal{E}_{pp} en C.

Or $\vec{V}_c = \sqrt{v_0^2 - gR} \vec{e}_\theta$ (d'après la Q. 9)

donc $v_x = \vec{V}_c \cdot \vec{e}_x = \sqrt{v_0^2 - gR} \cos \theta_c = \frac{1}{2} \sqrt{v_0^2 - gR}$

$mgh + \frac{1}{2} m \times \frac{1}{4} (v_0^2 - gR) = \frac{1}{2} m (v_0^2 - gR)$

Finalement:

$H = \frac{1}{2g} (v_0^2 - gR) \times \frac{3}{4}$

$H = \frac{3v_0^2}{8g} - \frac{3}{8} R$
 $= 1,6 \text{ m.}$

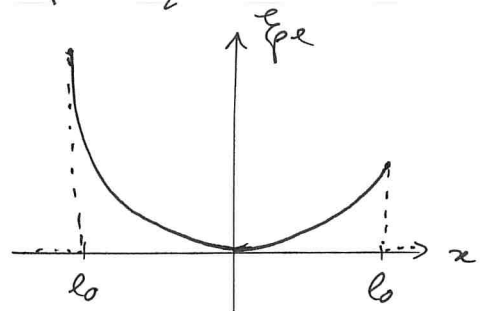
14. La Raquette!

15. Syst: le point M Ref: t.c.g Forces: \vec{F}_1 ou \vec{F}_2

Pour le ressort de gauche (k): $\begin{cases} \xi_{p1} = \frac{1}{2} k x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ \xi_{p1} = 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

Pour le ressort de droite (h): $\begin{cases} \xi_{p2} = 0 & \text{si } x < 0 \\ \xi_{p2} = \frac{1}{2} h x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

D'où $\begin{cases} \xi_{pe} = \frac{1}{2} k x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ \xi_{pe} = \frac{1}{2} h x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$



16. Pour étudier les osc.

autour de $x_{eq} = 0$, il n'est pas possible d'utiliser la dérivée seconde de ξ_{pe} car elle n'est pas définie en $x = 0$: $\xi_{pe}''(x=0^-) \neq \xi_{pe}''(x=0^+)$

profil non symétrique

On traite donc chaque demi-oscillation:

- pour $x \geq 0$: $\xi_{pe} = \frac{1}{2} h x^2 \rightarrow \omega_{02}^2 = \frac{h}{m} \Rightarrow T_{02} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{h}}$

- pour $x \leq 0$: $\xi_{pe} = \frac{1}{2} k x^2 \rightarrow \omega_{01}^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow T_{01} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

Or $T = \frac{T_{01}}{2} + \frac{T_{02}}{2} \Rightarrow T = \pi \left(\sqrt{\frac{m}{h}} + \sqrt{\frac{m}{k}} \right)$

17. Sans amortissement l' ξ_m se conserve. Or il faut $\xi_c(l_0) > 0$ avec $\xi_c(x=0) + \xi_p(x=0) = \xi_c(l_0) + \xi_p(l_0)$, on obtient: $\xi_c(0) \geq \frac{1}{2} h l_0^2$

18. Utilisons ξ_p pour étudier l'équilibre:

A l'équilibre $\frac{d\xi_p}{dx} = 0$.

$$\text{Or } \xi_p' = \gamma \cdot \frac{2xa^2}{(1-x^2/a^2)^2} = \frac{2xa^2\gamma}{(a^2-x^2)^2} : \boxed{x_{eq} = 0}$$

19. L'équilibre est stable si $\xi_p''(x_{eq}) > 0$.

$$\text{Or } \xi_p'' = \frac{2\gamma}{a^2} \cdot \frac{(1-\frac{x^2}{a^2})^2 + 2\frac{x}{a^2}(1-\frac{x^2}{a^2}) \cdot 2\frac{x}{a^2}}{(1-\frac{x^2}{a^2})^4} \quad \text{et} \quad \boxed{\xi_p''(x_{eq}=0) = \frac{2\gamma}{a^2} > 0}$$

$$\boxed{\text{L'équilibre est donc stable.}} \quad \left. \vphantom{\xi_p''(x)} \right\} \xi_p''(x) = \frac{2a^2\gamma}{(a^2-x^2)^2} \left(1 + \frac{4x^2}{(a^2-x^2)} \right)$$

20. Au 2^e ordre on peut écrire:

$$\begin{aligned} \xi_p(x) &\approx \xi_p(0) + x \xi_p'(0) + \frac{x^2}{2} \xi_p''(0) \quad (+o(x^2)) \\ &\approx \gamma + \gamma \left(\frac{x}{a}\right)^2 \quad (+o(x^2)) \end{aligned}$$

Le TEM, en l'absence de frot^t donne $\Delta E_m = 0$

$$\text{donc } E_m = \text{cte} \approx \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \gamma + \gamma x^2/a^2$$

$$\text{d'où } \frac{dE_m}{dt} = 0 = m \dot{x} \ddot{x} + 2\gamma x \dot{x}/a^2$$

Après simplification par \dot{x} , on obtient: $\ddot{x} + \frac{2\gamma}{m} \frac{x}{a^2} = 0$

C'est un osc. harmonique avec

$$\boxed{\omega_0^2 = \frac{2\gamma}{ma^2}} \quad (4)$$

$$\boxed{T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{ma^2}{2\gamma}}}$$

21. La bonne réponse est "ça dépend de la précision des mesures".

A l'œil, jusqu'à $\frac{x}{a} = 0,2$ les 2 courbes sont très proches donc l'approximation de ξ_p par une parabole est excellente.

Mais, selon la précision des mesures, il faut peut-être s'arrêter à $x = 0,1a$ ou peut-être peut-on aller jusqu'à $x = 0,3a$!

II Spectromètre de masse:

1. Syst: particule chargée Ref: tenetie considéré galiléen

Face: $m\vec{g}$ négligé et $q\vec{E}$

Pour un mouvement de E vers O il faut que $q\vec{E}$ soit selon $+x_y$

si $q > 0$, il faut \vec{E} selon $+x_y$. Or \vec{E} est orienté dans le sens des potentiels décroissants (des charges + vers les charges \ominus) donc $V_0 < V_E$ et $V_{EO} = V_E - V_0 > 0$

Pour $q < 0$, c'est l'inverse: V_{EO} est donc du signe de q .

2. TEC entre E et O: $\Delta_{EO}^e \xi_c = W(q\vec{E}) = q\vec{E} \cdot \vec{EO}$

or $\vec{E} = \frac{V_{EO}}{\|\vec{EO}\|} \cdot \vec{x}_y$ donc $\Delta_{EO}^e \xi_c = qV_{EO} > 0$.

Initial^t $v_E = 0$ donc $\frac{1}{2} m v_0^2 = qV_{EO}$ $v_0 = \sqrt{\frac{2qV_{EO}}{m}}$

3. Face: $m\vec{g}$ négligé et $q\vec{v} \wedge \vec{B}$

TEC: $\Delta \xi_c = W(q\vec{v} \wedge \vec{B}) = 0$ car $(q\vec{v} \wedge \vec{B}) \perp \vec{v}$

donc, ds la zone de champ \vec{B} , $\xi_c = cte$ donc $P(q\vec{v} \wedge \vec{B}) = 0$

La vitesse des ions est alors de norme constante ($\|\vec{v}\| = cte$).

4. PFD sur une trajectoire circulaire: $-mR\dot{\theta}^2 \vec{e}_r = qR\dot{\theta} \vec{e}_\theta \wedge B\vec{e}_z$

En norme: $mR \left(\frac{v}{R}\right) = |q|vB$ d'où $R = \frac{m v_0}{|q|B}$

($v_0 = R\dot{\theta}$)

Si $q > 0$: en O $q\vec{v} \wedge \vec{B}$ est selon $+x_x$. Or l'accélération ($\vec{a} = \frac{q\vec{v} \wedge \vec{B}}{m}$)

est orienté vers l'intérieur de la concavité \Rightarrow déviation vers le détecteur 2.

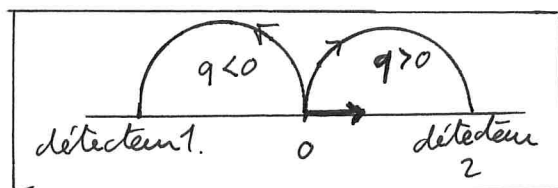
5. $\Sigma = \frac{\pi R}{v_0} = \pi \frac{m}{|q|B}$

6. $OP = 2R$ et $v_0 = \sqrt{\frac{2qV_{EO}}{m}}$

pour H^+ : $v_0(H^+) = 1,38 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$
 $OP(H^+) = 14,4 \text{ cm}$

pour D^+ :

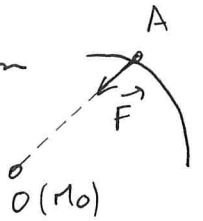
$v_0(D^+) = 0,98 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$
 $OP(D^+) = 20,4 \text{ cm}$.



III Trou noir:

1. Syst: m Ref: astrocyclotique considérée galiléenne

Force: $\vec{F} = -\frac{gM_0 m}{r^2} \vec{e}_r$ (cood. sphériques).



Le TMC en O fixe donne: $\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{OM} \wedge \vec{F} = \vec{0}$ car $\vec{OM} \parallel \vec{F}$

Donc $\boxed{\vec{L}_0 = cte}$.

Or $\vec{L}_0 = m \vec{OM} \wedge \vec{v}$: à chaque instant \vec{OM} est dans le plan perpendiculaire à \vec{L}_0 passant par O.

Comme la direction de \vec{L}_0 ne varie pas: \vec{OM} est constamment ds le m^{ême} plan \rightarrow la traj est plane.

2. En coordonnées cylindriques: $\vec{L}_0 = m r \vec{e}_r \wedge (r \dot{\theta} \vec{e}_\theta + \dot{z} \vec{e}_z)$
 $= m r^2 \dot{\theta} \vec{e}_z$.

$\vec{L}_0 = cte$ donc $\boxed{C = r^2 \dot{\theta} = cte}$

Comme C se conserve et ne dépend que des coordonnées et de leur dérivée première, c'est une intégrale première.

3. La force gravitationnelle est conservative: $\mathcal{E}_{pg} = -\frac{gM_0 m}{r}$

Donc le TEM donne $\mathcal{E}_m = cte$

$\boxed{\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{gM_0 m}{r}}$ et une deuxième intégrale première.

4. PFD sur un cercle: $m \vec{a} = -\frac{gM_0 m}{r^2} \vec{e}_r$ avec $\vec{a} = \begin{cases} -r \dot{\theta}^2 \\ r \ddot{\theta} \end{cases}$

Selon \vec{e}_r : $-m r \dot{\theta}^2 = -\frac{gM_0 m}{r^2}$

d'où $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{gM_0}{r^3}}$ et $\boxed{v = r \dot{\theta} = \sqrt{\frac{gM_0}{r}}}$

5 $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\sqrt{gM_0}} r^{3/2}$ d'où $\boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{gM_0}}$ C'est la 3^{ème} loi de Kepler.

6. $T_L = \sqrt{\frac{4\pi^2}{gM_T} d_{TL}^3} = 2,37 \cdot 10^6 s = \boxed{27 \text{ j} \cdot 9 \text{ h} = T_L}$ 9.

$$v_T = \sqrt{\frac{gM_S}{d_{TS}}} = \boxed{29,8 \text{ km s}^{-1} = v_T}$$

7. On démontre que : $\boxed{\mathcal{E}_m = -\frac{gM_0 \cdot m}{2a}}$ pour une ellipse.

En effet le TEM donne $\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) - \frac{gM_0 m}{r} = Cte$

or $\dot{\theta} = \frac{C}{r^2}$ et $\dot{r} = 0$ à l'apocentre et au péricentre.

Donc en r_A et r_p : $\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} m \frac{C^2}{r^2} - \frac{gM_0 m}{r}$

C'est une équation du 2nd degré donc $r_A + r_p = -\frac{gM_0 m}{\mathcal{E}_m}$

Or, dans une ellipse : $r_A + r_p = 2a$

D'où $\boxed{\mathcal{E}_m = -\frac{gM_0 m}{2a}}$

8. La généralisation à l'ellipse de la relation entre T et a devient : $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{gM_{TV}}$. D'où

$$\boxed{\begin{aligned} M_{TV} &= \frac{4\pi^2}{g \cdot T^2} \cdot \left(\frac{r_A + r_p}{2}\right)^3 \\ &= 8,2 \cdot 10^{36} \text{ kg} \\ &\approx 4 \text{ millions} \times M_S \end{aligned}}$$

9. $\mathcal{E}_m = -\frac{gM_{TV} m}{r_p + r_A} = \frac{1}{2} m v_A^2 - \frac{gM_{TV} m}{r_A}$

D'où $v_A^2 = 2gM_{TV} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_p + r_A} \right) \Rightarrow \boxed{v_A = 550 \text{ km s}^{-1}}$

Enfin $C = r_A v_A = r_p v_p$ donc $\boxed{v_p = v_A \cdot \frac{r_A}{r_p} = 8,3 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}}$

$v_p \approx 3\% \times c < \frac{c}{10}$ donc la relativité restreinte n'est pas nécessaire pour une première approche.

IV Game of 7 - version 2.

10.

Par une arche de parabole: $\epsilon_m = cte = mgh + \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_{sd}^2$

avec $v_{sd}^2 = v_x^2 + v_z^2$ et $v_x = cte = v_0$

$$\text{D'au: } \boxed{\frac{1}{2} m v_z^2 = mgh.}$$

Le temps de parcours d'une parabole est (avec PFD :

$$\boxed{\Delta t_{\text{parabole}} = 2 \times \sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

$$z = h - \frac{1}{2} g t^2)$$

La longueur d'une parabole est: $\boxed{\Delta L = \Delta t_{\text{parabole}} \cdot v_0}$

Lors d'un choc, v_z^2 est multiplié par e^2 donc la hauteur suivante est $h' = e^2 \times h$ et la distance parcourue par la balle sur la parabole suivante est:

$$\Delta L' = v_0 \cdot 2 \sqrt{\frac{2h'}{g}} = e \cdot \Delta L.$$

D'au la suite suivante par n rebonds

$$\frac{1}{2} \text{ parabole initiale: } \Delta L_0 = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

$$\text{après 1 rebond: parabole: } \Delta L_1 = v_0 2 \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 2 \cdot v_0 \sqrt{\frac{2h_0 e^2}{g}} = 2e \Delta L_0$$

$$\text{après 2 rebonds: parabole: } \Delta L_2 = e \Delta L_1$$

⋮

$$\text{après } n-1 \text{ rebonds: parabole: } \Delta L_{n-1} = e \Delta L_{n-2} = e^{n-2} \cdot \Delta L_1 = 2e^{n-1} \Delta L_0$$

$$\text{après } n \text{ rebonds: } \frac{1}{2} \text{ parabole: } \Delta L_n = \frac{1}{2} e \Delta L_{n-1} = e^n \Delta L_0.$$

$$\text{D'au } L = v_0 \sqrt{\frac{2h_0}{g}} (1 + 2e + 2e^2 + \dots + 2e^{n-1} + e^n)$$

$$\boxed{L = v_0 \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \left(1 + e^n + 2e \frac{1 - e^{n-1}}{1 - e} \right)}$$

relation un peu compliquée!

$$n=1: L = v_0 \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \cdot (1 + e)$$

$$n=2: L = v_0 \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \cdot (1 + e^2 + 2e)$$

$$n=3: L = v_0 \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \cdot (1 + e^2 + 2e(1+e))$$

...

Amusez-vous bien avec une telle information!

Programme Python pour tracer les rebonds

```

from math import *
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

n,V,h,g,e = 7,1,1,10,0.8

L=V*sqrt(2*h/g)*(1+e**n+2*e*(1-e**(n-1))/(1-e))
# longueur de la table pour avoir n rebonds

t = np.linspace(0,L/V,1001)
x = V*t
z = h-1/2*g*t**2 #valable pour la première demi-parabole

# initialisation
tf = sqrt(2*h/g) #instant du premier choc
N_tf = int(tf*1000*V/L) # indice correspondant à t_choc
vz = g*tf #vz si la balle était lancée depuis z=0

for i in range(n):
    ti = tf # nouvelle origine des temps
    N_ti = int(ti*1000*V/L) # indice correspondant
    vz=vz*e # nouvelle vitesse verticale après le choc
    h = h*e**2 # nouvele hauteur max après le choc
    tf = tf + 2*sqrt(2*h/g) # date du choc suivant
    N_tf = int(tf*1000*V/L) # indice correspondant
    z[N_ti:N_tf+1]=-1/2*g*(t[N_ti:N_tf+1]-ti)**2+vz*(t[N_ti:N_tf+1]-ti)
    # on remplace les valeurs de z durant cette parabole.
plt.close()
plt.plot(x,z,'k-')
plt.plot([0,L],[0,0],'k-',lw=4)
plt.title('n='+str(n))
plt.xticks([])
plt.show()

```

