

DS n°6.

I Bourriquet l'explorateur :

1. Système: astre      Ref: héliocentrique considéré galiléen  
Forces:  $\vec{F} = -g \frac{M_S m}{r^2} \vec{e}_r$        $O = \text{centre du Soleil.}$

TMC / O fixe:  $\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \vec{0}$  car  $\vec{OM} \wedge \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L}_O = c\vec{e}$

Or  $\vec{L}_O = \vec{OM} \wedge m\vec{v}$  donc  $\vec{OM}$  est constamment dans le plan perpendiculaire à  $\vec{L}_O$  passant par  $O$ .

$\Rightarrow$  la trajectoire est plane.

2. Dans le système cylindrique ( $Oz \parallel \vec{L}_O$ ), on peut écrire:

$$\vec{L}_O = m r \dot{\theta} \vec{e}_z = m r^2 \dot{\theta} \vec{e}_z$$

$\vec{L}_O = c\vec{e}_z$  donc  $\boxed{r^2 \dot{\theta} = c}$

3.  $r^2 \dot{\theta} = c$  implique que si  $r = ct$  (cercle) alors  $\dot{\theta} = c$

D'où  $2\pi r_T = T_T \cdot v_T$  :  $\boxed{v_T = \frac{2\pi r_T}{T_T} = 29,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}}$

4. Syst: Terre

PFD:  $-M_T r_T \dot{\theta}_T^2 = -g \frac{M_S M_T}{r_T^2}$  d'où  $\dot{\theta}_T^2 = \frac{g M_S}{r_T^3}$  et  $v_T^2 = \frac{g M_S}{r_T}$

On en déduit que:  $T_T = \frac{2\pi}{\dot{\theta}_T} = \frac{2\pi}{\sqrt{g M_S}} \cdot r_T^{3/2}$

C'est la 3<sup>e</sup> loi de Kepler:

$$\boxed{\frac{T_T^2}{r_T^3} = \frac{4\pi^2}{g M_S}}$$

$$\boxed{g M_S = \frac{4\pi^2}{T_T^2} \cdot r_T^3 = v_T^2 r_T = 1,33 \cdot 10^{20} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}}$$

5. Pour justifier que la trajectoire est une ellipse, il suffit de montrer que son énergie mécanique est négative: on introduit  $\mathcal{E}_p = -\frac{GM_S m}{r}$  (origine à l' $\infty$ ) associée à  $\vec{F}$ .

$\Delta \mathcal{E}_m = 0$  d'après le TEM (pas de forces non conservatives).

Donc  $\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} m \alpha^2 v_T^2 - \frac{GM_S m}{r_T}$  or  $\frac{GM_S}{r_T} = v_T^2$

$$\boxed{\mathcal{E}_m = m v_T^2 \left( \frac{\alpha^2}{2} - 1 \right) < 0} \quad \text{car } \frac{\alpha^2}{2} = 0,845 < 1.$$

6. - le point de départ est le périhélie car la vitesse est orthoradiale et l' $\mathcal{E}_m$  supérieure à celle de la trajectoire initiale (donc  $a > r_T$ ):  $\boxed{r_p = r_T}$

- Le demi-grand axe est donné par la formule de l' $\mathcal{E}_m$ :  $\mathcal{E}_m = -\frac{GM_S m}{2a} = m v_T^2 \left( \frac{\alpha^2}{2} - 1 \right)$

D'où, avec  $v_T^2 = \frac{GM_S}{r_T} \Rightarrow -\frac{1}{2a} = \frac{1}{r_T} \left( \frac{\alpha^2}{2} - 1 \right)$

$$\Rightarrow a = \frac{r_T}{2 \left( \frac{\alpha^2}{2} - 1 \right)} = \frac{r_T}{-\alpha^2 + 2} = a = 3,23 r_T$$

- On déduit  $r_A$  de:  $2a = r_p + r_A \Rightarrow r_A = \frac{2r_T}{2 - \alpha^2} - r_T$

$$\text{donc } r_A = r_T \left( \frac{2}{2 - \alpha^2} - 1 \right) = \boxed{r_T \left( \frac{\alpha^2}{2 - \alpha^2} \right) = r_A = 5,45 r_A}$$

-  $r_A > r_T$  donc l'orbite de Bourriquet coupe celle de Jupiter:

Bourriquet est un grand exoplaneur!

7. On  $v_p = \alpha v_T$  et la constante des aires peut s'écrire:

$$C = r_p v_p = r_A v_A \quad \text{donc } v_A = \frac{r_p}{r_A} v_p = \frac{r_T (2 - \alpha^2)}{r_T \alpha} \cdot \alpha v_T$$

Au final  $\boxed{v_A = v_T \cdot \frac{(2 - \alpha^2)}{\alpha} = 0,24 v_T = 7,1 \text{ km.s}^{-1}}$

8.  $\Delta \mathcal{E}_m = \Delta \mathcal{E}$  car la variation de vitesse est supposée instantanée

$$d'au \quad \Delta E_m = \frac{1}{2} m (v_1^2 - v_A^2) = \frac{1}{2} m \cdot 8 \cdot v_A^2 = \Delta E_m$$

c'est le travail des moteurs qui modifie l'E<sub>m</sub> du vaisseau.

9. Montrons que la nouvelle énergie mécanique est positive : la trajectoire est alors une hyperbole

$$E_m' = E_m + 4m v_A^2 = \frac{1}{2} m v_T^2 (\alpha^2 - 2) + 4m v_T^2 \left(\frac{2-\alpha^2}{\alpha}\right)^2$$

cf. Q5.

$$= \frac{1}{2} m v_T^2 \left( \alpha^2 - 2 + \frac{8}{\alpha^2} (2-\alpha^2)^2 \right) \quad \text{l'AN montre que c'est positif.}$$

A l'infini :  $E_m = \frac{1}{2} m v_\infty^2$  donc

$$v_\infty^2 = v_T^2 \left( \alpha^2 - 2 + \frac{8}{\alpha^2} (2-\alpha^2)^2 \right)$$

$$v_\infty / v_T = 0,38$$

10. Non car c'est un lieu de travail!

11. Il y a conservation de E<sub>m</sub>' et c' avec  $c' = v_\infty' \cdot b = (R+h) \cdot \frac{v}{S}$   
(S = sommet de l'hyperbole)

$$\text{et } E_m' = \frac{1}{2} m v_\infty'^2 = \frac{1}{2} m v_S^2 - \frac{g M_{DECH} m}{(R+h)}$$

$$\text{Soit } v_\infty'^2 = v_S^2 - \frac{2g M_{DECH}}{v_\infty' b} \cdot v_S \quad (\text{eq. du 2nd degré})$$

La solution positive est :

$$v_S = \frac{g M_{DECH}}{v_\infty' b} + \sqrt{\frac{g^2 M_{DECH}^2}{v_\infty'^2 b^2} + v_\infty'^2}$$

Pour l'AN on remplace g par  $\frac{v_T^2 r_T}{M_S}$  ( $M_{DECH} = \frac{M_S}{3,3 \cdot 10^7}$ ) :

$$\frac{v_S}{v_T} = \frac{v_T}{v_\infty'} \cdot \frac{M_{DECH}}{M_S} \cdot \frac{r_T}{b} + \sqrt{\left( \frac{v_T}{v_\infty'} \cdot \frac{M_{DECH}}{M_S} \cdot \frac{r_T}{b} \right)^2 + \frac{v_\infty'^2}{v_T^2}} = 0,070$$

$$12. \quad h = \frac{v_\infty'}{v_S} \cdot b - R_{DECH} = 394 \text{ km}$$

pour passer de E<sub>m</sub> > 0 (hyperbole) à E<sub>m</sub> < 0 (cercle)

13. Il faut diminuer l'énergie mécanique donc freiner

jusqu'à la vitesse

$$v_{sat} = \sqrt{\frac{g M_{DECH}}{R+h}} = v_T \cdot \sqrt{\frac{M_{DECH}}{M_S} \cdot \frac{r_T}{R+h}} = 0,04 v_T$$

lors du passage en S.

$$v_{sat} = 1,27 \text{ km s}^{-1}$$

14. Le changement de direction de  $\vec{v}_0$  ne modifie pas sa norme donc l'É mécanique n'a pas varié au cours de cette mauvaise manoeuvre.

$E_m' = E_m$ , cercle donc le  $\frac{1}{2}$  grand axe n'a pas varié non plus:  $a' = R_{DEO_4} + h$   $r_s v_{sat} \sin(\frac{\pi}{2} - \beta) \vec{e}_y$

15.  $C = r_s v_{sat} \cos \beta$  (car  $C = \frac{\vec{L}_0 \cdot \vec{e}_y}{m} = \frac{(\vec{OM}_1 \wedge m \vec{v}') \cdot \vec{e}_y}{m}$ )

et  $E_m' = -\frac{GMm}{2r_s}$  ( $r_s = R_{DEO_4} + h$ )

En A et P:  $E_m = \underbrace{\frac{1}{2} m i^2}_{i=0 \text{ en A et P}} + \frac{1}{2} m (\dot{\theta})^2 - \frac{GMm}{r}$  ( $\dot{\theta} = \frac{C}{r^2}$ )

0' au :  $-\frac{GMm}{2r_s} = \frac{1}{2} m \frac{C^2}{r^2} - \frac{GMm}{r}$  en A et P

C'est une eq. du 2<sup>nd</sup> degré:  $r^2 - 2r r_s + r_s \frac{C^2}{GM} = 0$

$r'_{A/P} = r_s \pm \sqrt{r_s^2 - \frac{r_s C^2}{GM}} = r_s \pm r_s \sqrt{1 - \frac{r_s v_{sat}^2 \cos^2 \beta}{GM}}$

avec  $v_{sat}^2 = \frac{GM}{r_s} \Rightarrow r'_{A/P} = r_s \pm r_s \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = r_s (1 \pm \sin \beta)$

16. Bourriquet est sauvé si  $r'_p \geq R_{DEO_4}$ :

$(R_{DEO_4} + h)(1 - \sin \beta) \geq R_{DEO_4} \Rightarrow \sin \beta \leq \frac{h}{R_{DEO_4} + h}$

Il faut  $\beta \leq \arcsin\left(\frac{h}{R_{DEO_4} + h}\right) = \arcsin\left(\frac{394}{2394}\right) = 9,5^\circ \geq \beta$

La marge n'est pas grande!

## II Anémomètres mécaniques

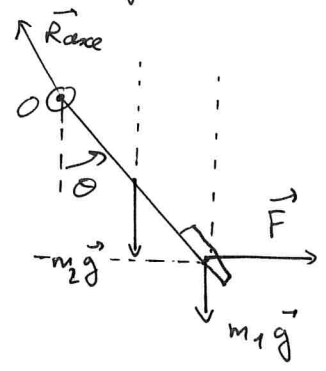
1.  $F = \gamma V^2$  donc  $[\gamma] = \frac{Face}{L^2 T^{-2}} = M \cdot L^{-1}$   $\gamma$  en  $kg \cdot m^{-1}$

2. Syst: plaque + tige      Réf: ténacité considérée galiléen

Forces:  $\vec{R}_{axe}$ ,  $m_1 \vec{g}$ ,  $m_2 \vec{g}$ ,  $\vec{F} = \gamma V \vec{V}$ .

TMC  $Oz$  fixe à l'équilibre:

$$\frac{dL_{Oz}}{dt} = 0 = \mathcal{M}_{Oz}(\vec{R}_{axe}) + \mathcal{M}_{Oz}(m_1 \vec{g}) + \mathcal{M}_{Oz}(m_2 \vec{g}) + \mathcal{M}_{Oz}(\vec{F})$$



or  $\mathcal{M}_{Oz}(\vec{R}_{axe}) = 0$  car  $\vec{R}_{axe}$  coupe  $Oz$  (liaison pivot idéale)  
 $\mathcal{M}_{Oz}(m_1 \vec{g}) = -m g L \sin \theta$  ;  $\mathcal{M}_{Oz}(m_2 \vec{g}) = -m g \frac{L}{2} \sin \theta$   
 $\mathcal{M}_{Oz}(\vec{F}) = +\gamma V^2 L \cos \theta$

Donc  $0 = -\frac{3}{2} m g L \sin \theta_{eq} + \gamma V^2 L \cos \theta_{eq}$  (1)

Finalemment  $\tan \theta_{eq} = \frac{2 \gamma V^2}{3 g m}$

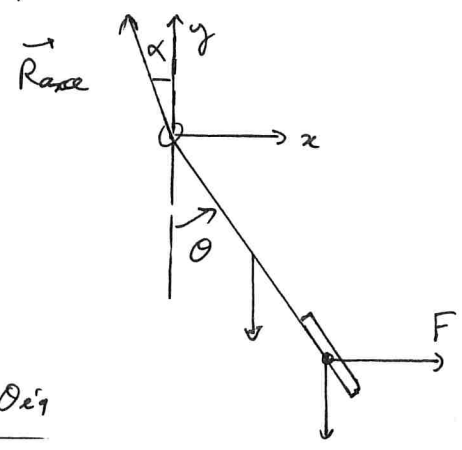
On a donc:

$V = \sqrt{\frac{3}{2} m g \cdot \frac{\tan \theta_{eq}}{\gamma}} = 2,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

3. cf annexe.

4. Le PFD à l'équilibre donne:  $\sum \vec{F} = \vec{0}$  donc

$$\begin{aligned} \vec{R}_{axe} &= -2 m g \vec{y} - \gamma V^2 \vec{x} \\ &= \begin{pmatrix} -\gamma V^2 \\ -2 m g \end{pmatrix} \end{aligned}$$



$$\tan \alpha = \frac{|R_x|}{R_y} = \frac{\gamma V^2}{2 m g} = \frac{\frac{3}{2} m g \tan \theta_{eq}}{2 m g}$$

$\tan \alpha = \frac{3}{4} \cdot \tan \theta_{eq}$   
 $\alpha = 6^\circ$

On remarque que  $\vec{R}_{axe}$  n'est pas colinéaire à la tige  $\alpha \neq \theta_{eq}$

5. Au cours du mouvement, le TMC / O<sub>3</sub> fixe donne:

$$J_{O_3} \ddot{\theta} = - \frac{3}{2} m L \sin(\theta_{eq} + \epsilon) + \gamma V^2 L \cos(\theta_{eq} + \epsilon)$$

or  $\ddot{\theta} = \ddot{\epsilon}$  et les DL<sub>1</sub>(θ<sub>eq</sub>) donnent:

$$J_{O_3} \ddot{\epsilon} = - \frac{3}{2} m g L (\sin \theta_{eq} + \cos \theta_{eq} \cdot \epsilon) + \gamma V^2 L (\cos \theta_{eq} - \epsilon \sin \theta_{eq})$$

après simplification en utilisant l'expression (1) (Q 2)

il reste :  $J_{O_3} \ddot{\epsilon} + \epsilon (\gamma V^2 L \sin \theta_{eq} + \frac{3}{2} m g L \cos \theta_{eq}) = 0$

6. Question supprimée

$$\boxed{\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} J_{O_3} \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} J_{O_3} \dot{\epsilon}^2} \quad \text{car } \dot{\theta} = \dot{\epsilon}$$

$$\mathcal{E}_{pp} = -mgL \cos \theta - mg \frac{L}{2} \cos \theta + C$$

si  $\mathcal{E}_{pp}(\theta=0) = 0$  alors  $C = \frac{3}{2} mgL \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{pp} = \frac{3}{2} mgL (1 - \cos \theta)}$

7. Le travail élémentaire de  $\vec{F}$  s'écrit :  $\delta W = \mathcal{M}_{O_3}(\vec{F}) \cdot d\theta$

idem

donc  $\gamma V^2 L \cos \theta d\theta = - d\mathcal{E}_{p,v}$

soit  $\mathcal{E}_{p,v} = -\gamma V^2 L \sin \theta + C$

En prenant l'origine de  $\mathcal{E}_{p,v}$  en  $\theta=0$ , on a  $C=0$ .

$$\boxed{\mathcal{E}_{p,v} = -\gamma V^2 L \sin \theta}$$

8.  $\mathcal{E}_{pot} = \frac{3}{2} mgL (1 - \cos \theta) - \gamma V^2 L \sin \theta$

idem

$$\frac{d\mathcal{E}_{pot}}{d\theta} = \frac{3}{2} mgL \sin \theta - \gamma V^2 L \cos \theta \quad (\underline{R}: \mathcal{E}'_{pot} = 0 \text{ pour } \theta = \theta_{eq} \text{ auf!})$$

$$\frac{d^2\mathcal{E}_{pot}}{d\theta^2} = \frac{3}{2} mgL \cos \theta + \gamma V^2 L \sin \theta$$

TEM:  $\Delta \mathcal{E}_m = 0$  car il n'y a pas de forces non conservatives

donc  $\frac{d\mathcal{E}_m}{dt} = 0 = \frac{d\mathcal{E}_c}{dt} + \frac{d\mathcal{E}_{pot}}{dt}$

En écrivant  $\mathcal{E}_{pot}(\theta) = \mathcal{E}_{pot}(\theta_{eq}) + \frac{1}{2}(\theta - \theta_{eq})^2 \mathcal{E}''_{pot}(\theta_{eq}) + o((\theta - \theta_{eq})^2)$

on obtient:  $\frac{1}{2} J_{O_3} 2\dot{\theta} \ddot{\theta} + 0 + \frac{1}{2} 2(\theta - \theta_{eq}) \dot{\theta} \mathcal{E}''_{pot}(\theta_{eq}) = 0$

7. En simplifiant par  $\dot{\theta}$  et avec  $\varepsilon = \theta - \theta_{eq}$ ,  $\dot{\varepsilon} = \dot{\theta}$  et  $\ddot{\varepsilon} = \ddot{\theta}$ :

$$\boxed{J_{oz} \ddot{\varepsilon} + \varepsilon \varphi_p''(\theta_{eq}) = 0}$$

avec  $\varphi_p''(\theta_{eq}) = \frac{3}{2} mgL \cos \theta_{eq} + \gamma V^2 L \sin \theta_{eq}$  on retrouve l'éq. diff de la question 5.

6. C'est un OH avec 
$$\boxed{\omega_0^2 = \frac{\gamma V^2 L \sin \theta_{eq} + \frac{3}{2} mgL \cos \theta_{eq}}{J_{oz}}}$$
  

$$\omega_0 = 4,8 \text{ rad.s}^{-1}$$

7. L'éq diff devient: 
$$\ddot{\varepsilon} + \frac{\beta}{J_{oz}} \dot{\varepsilon} + \omega_0^2 \varepsilon = 0 \quad (\dot{\theta} = \dot{\varepsilon})$$
  
 Il faut un facteur de qualité égal à  $Q = 0,5$ .

On  $\frac{\omega_0}{\alpha} = \frac{\beta}{J_{oz}} \Rightarrow$  il faut 
$$\boxed{\beta = 2 \cdot J_{oz} \cdot \omega_0}$$

8. En régime établi,  $\varepsilon = \varepsilon_m \cos(\omega t + t)$ .

On passe en complexe: 
$$\underline{\varepsilon} = \varepsilon_m e^{i\varphi} e^{i\omega t}$$
  

$$\underline{\dot{\varepsilon}} = i\omega \underline{\varepsilon} \quad \underline{\ddot{\varepsilon}} = -\omega^2 \underline{\varepsilon}$$

L'équation devient: 
$$-\omega^2 \underline{\varepsilon} + i\omega \frac{\omega_0}{Q} \underline{\varepsilon} + \omega_0^2 \underline{\varepsilon} = a e^{i\omega t}$$

D'où 
$$\boxed{\underline{\varepsilon} = \frac{a e^{i\omega t}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega \frac{\omega_0}{Q}}}$$

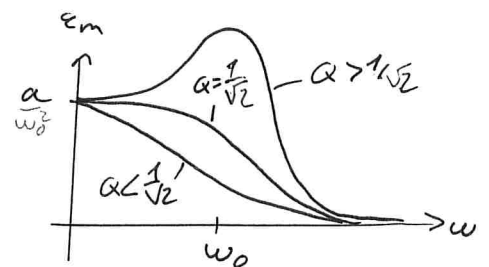
$$\boxed{\varepsilon_m = |\underline{\varepsilon}| = \frac{a}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2 \omega_0^2}{Q^2}}}$$

9. Il s'agit d'un filtre passe-bas du 2<sup>e</sup> ordre car 
$$\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_m} \xrightarrow{\text{BF}} \frac{a/\omega_0^2}{a/\omega_0^2}$$
  

$$\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_m} \xrightarrow{\text{MF}} 0$$

Il y a plusieurs allures possibles

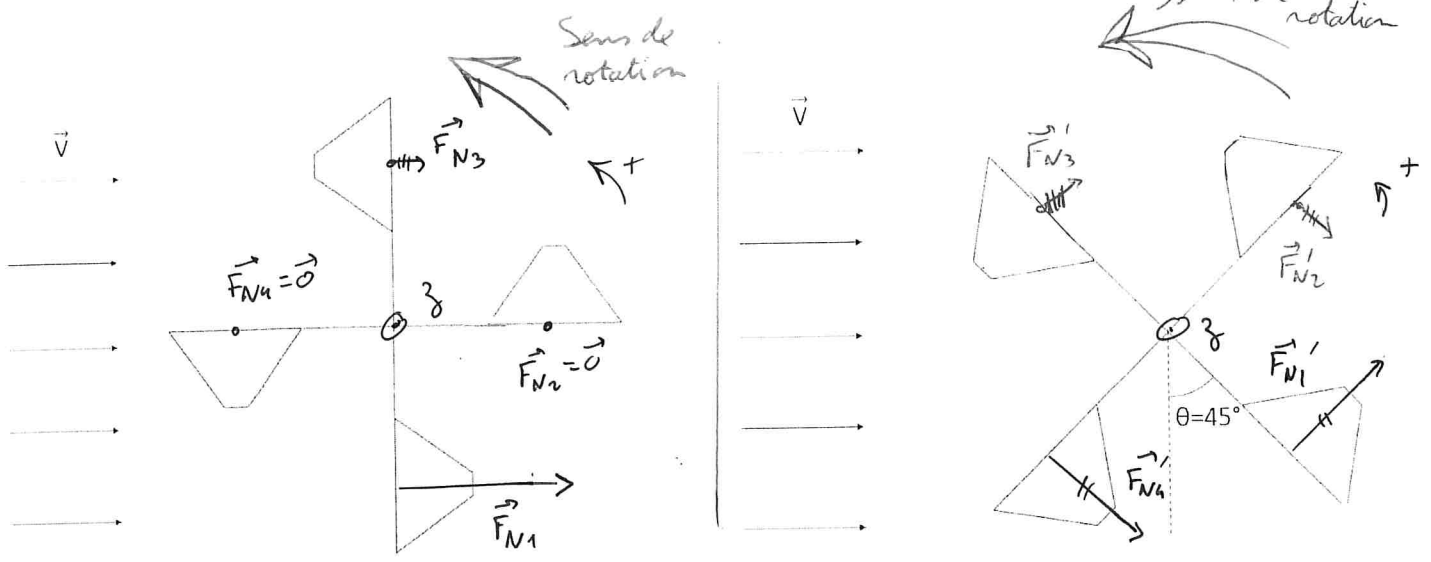
Si on veut amortir les oscillations de pulsation  $\omega$ , il faut  $\omega_0 \ll \omega$ .



Or  $\omega_0 = 4,8 \text{ rad.s}^{-1}$  n'est pas petit devant  $\omega$ .

Il faut alors prendre  $Q \ll 1$  pour amortir fortement les fluctuations du vent. [On pourrait également augmenter  $J_{oz}$  ( $L$  grand) donc  $\omega_0$ .]

10.



$$\|\vec{F}_{N1}\| > \|\vec{F}'_{N1}\| = \|\vec{F}'_{N4}\| > \|\vec{F}_{N3}\| = \|\vec{F}'_{N2}\| = \|\vec{F}'_{N3}\| > \|\vec{F}_{N4}\| = \|\vec{F}_{N2}\| = 0.$$

11. Pour les couples, pour tout  $\theta$ ,  $\vec{F}_T$  coupe l'axe donc son moment est nul  $\Rightarrow$  pas d'effet sur la rotation.

12. pour  $\theta = 0$  le moment total  $/Oz$  est positif.  
 pour  $\theta = 45^\circ$ , — — — — —  $/Oz$  est égal + positif.

On extrapole un peu par conclure que  $\forall \theta, \mathcal{M}_{Oz}(\vec{F}_{vent}) > 0$   
 donc l'anémomètre se met bien en rotation  $/Oz$   
 avec  $\dot{\theta} > 0$  (le moment des autres forces - poids et  $\vec{R}_{axe}$  - est nul).

13. "couple de force" = ensemble de forces de résultante nulle appliquées sur un m système.

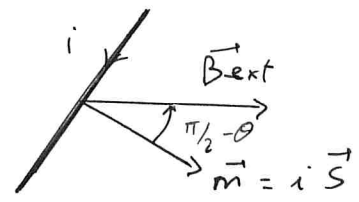
ici  $\sum \vec{F}_N \neq \vec{0}$  donc ce n'est pas un couple.

14. Pour  $v < v_0$ , l'anémomètre ne se met pas en mouvement malgré un moment du vent non nul.  
 Il y a donc un autre moment qui agit : c'est visiblement un frot + solide sur l'axe. (d'où le seuil de mise en rotation : il faut que  $\mathcal{M}_{Oz}(\vec{F}_{vent}) > \Gamma_0$  de frot + solide.)



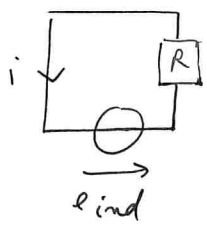
15.  $\phi = \vec{B}_0 \cdot \vec{S} = \boxed{B_{ext} \cdot S \cdot \sin \theta = \phi}$

La direction de  $\vec{S}$  est donnée par la main droite.



16. Schema électrique:

Pouillet donne:  $i = \frac{e_{ind}}{R}$



$\dot{\theta} = \omega = 2\pi f$

avec  $e_{ind} = -\dot{\phi}$  d'après la loi de Faraday  
 $= -B_{ext} \cdot S \cos \theta \dot{\theta}$  ( $\phi = \phi_{ext} + \phi_{propre} \approx \phi_{ext}$ )

D'où  $\boxed{i = -\frac{B_{ext} S \cos \theta \dot{\theta}}{R} = -\frac{B_{ext} S \cdot 2\pi f \cos(2\pi f t)}{R}}$

17.  $P_j(R) = R i^2$  donc  $\langle P_j(R) \rangle = \frac{B_{ext}^2 \cdot S^2 \cdot 4\pi^2 f^2}{R} \langle \cos^2(2\pi f t) \rangle$   
 $\langle \cos^2 \rangle = \frac{1}{2}$  donc  $\boxed{\langle P_j(R) \rangle = \frac{2B_{ext}^2 S^2 \pi^2 f^2}{R}}$

18. Lors du passage à une bobine de N spires:  $\boxed{S' = NS}$  et  $\boxed{R' = NR}$   
 donc au final  $\boxed{\langle P_j(R) \rangle}$  est prop. à N: on a intérêt à augmenter N pour augmenter la sensibilité.

19.  $\boxed{\vec{m} = i \vec{S}}$  et  $\vec{\Gamma}_L = \vec{m} \wedge \vec{B} = m B_{ext} \sin(\frac{\pi}{2} - \theta) \vec{e}_y = \boxed{m B_{ext} \cos \theta \vec{e}_y = \vec{\Gamma}_L}$

20.  $\vec{\Gamma}_L = -\frac{B_{ext}^2 S^2 \cos^2 \theta}{R} \dot{\theta} \vec{e}_y$  car  $m = i S = -\frac{B_{ext} \cdot S^2 \cos \theta \dot{\theta}}{R}$   
 Donc  $\boxed{P(\vec{\Gamma}_L) = \vec{\Gamma}_L \cdot \dot{\theta} \vec{e}_y = -\frac{B_{ext}^2 S^2 \cos^2 \theta}{R} \dot{\theta}^2 < 0}$

C'est un couple résistant car sa puissance est négative ( $\forall \dot{\theta}$ ).

21. Pour que la spine ne perturbe pas le mouvement initial de l'anémomètre, il faut que  $\|\vec{\Gamma}_L\| \ll \mathcal{M}(\text{vent}) \cdot \vec{e}_y$ .  
 Si  $N \nearrow$ ,  $\|\vec{\Gamma}_L\| \nearrow$  et la condition risque de ne plus être remplie. Il faut un compromis entre sensibilité (Q.20) et freinage dû aux forces de Laplace.

```

# DS 06 23-24 Python.py

from math import *
import numpy as np
import numpy.random as rd

## Rappels sur quelques fonctions
# rd.uniform(-1,1,N) : renvoie un tableau numpy de dimension 1 de N
valeurs uniformément réparties dans l'intervalle : [-1, 1]

# np.average(T) : renvoie la moyenne des valeurs du tableau de dimension 1
# np.std(T,ddof=1) : renvoie l'écart-type des valeurs du tableau de dimension 1

0 = 8      # en degrés
u_0 = 0.5  # en degrés
g = 9.8    # en m/s²
m = 0.030  # en kg
mu = 0.012 # en USI
u_mu = 0.001 # en USI

N = 10000

mu_simul = mu + u_mu*sqrt(3)*rd.uniform(-1,1,N)

0_simul = 0 + u_0*sqrt(3)*rd.uniform(-1,1,N)

V_simul = np.sqrt(3*m*g*np.tan(0_simul*pi/180)/2/mu_simul)

V_moy = np.average(V_simul)

u_V = np.std(V_simul, ddof = 1)

print("la vitesse moyenne est : ", V_moy)
print("l'incertitude-type sur V est : ", u_V)

>>> (executing file "DS 06 23-24 Python.py")
la vitesse moyenne est : 2.27884253686146
l'incertitude-type sur V est : 0.1191101456212406

```

### III Rails de Laplace: Conedion non rédigée!

1. On oriente le circuit avec  $i$  choisi ici pour que  $\vec{S}$  soit selon  $\vec{e}_z$ .

$$\Phi = \Phi_0 + ax B_0$$

2.  $\mathcal{E}_{\text{ind}} = -\dot{\Phi}$  d'après Faraday :  $\mathcal{E}_{\text{ind}} = -B_0 a \dot{x}$ . Loi des mailles :  $i = \frac{-B_0 a \dot{x}}{R}$

3. PFD avec  $\vec{F}_L = i a \vec{e}_y \wedge \vec{B} = i a B_0 \vec{e}_x$  :  $m \ddot{x} = -kx + i a B_0$

$$\ddot{x} + \frac{a^2 B_0^2}{mR} \dot{x} + \frac{k}{m} x = 0$$

5. forme canonique :  $\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad Q = \frac{R \sqrt{km}}{a^2 B_0^2}$  (H)

6.  $x = x_0 e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \left( \cos(\Omega t) + \frac{\omega_0}{2Q \Omega} \sin(2\Omega t) \right)$  avec  $\Omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$

7. Long : l'induction s'oppose aux causes...  $\Rightarrow \vec{F}_i$  freine le barreau dont le mouvement est la cause de variation de  $\Phi$ .