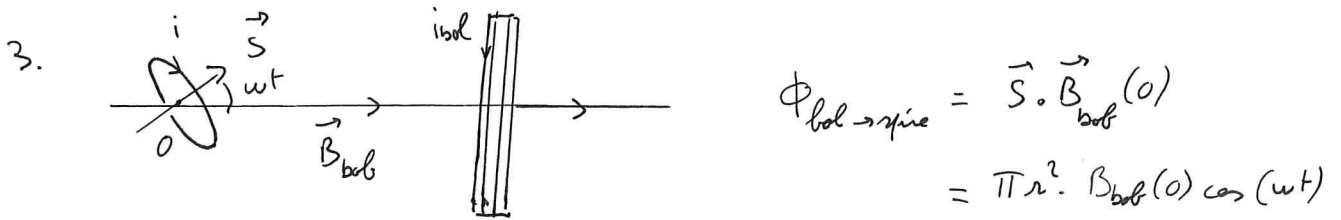
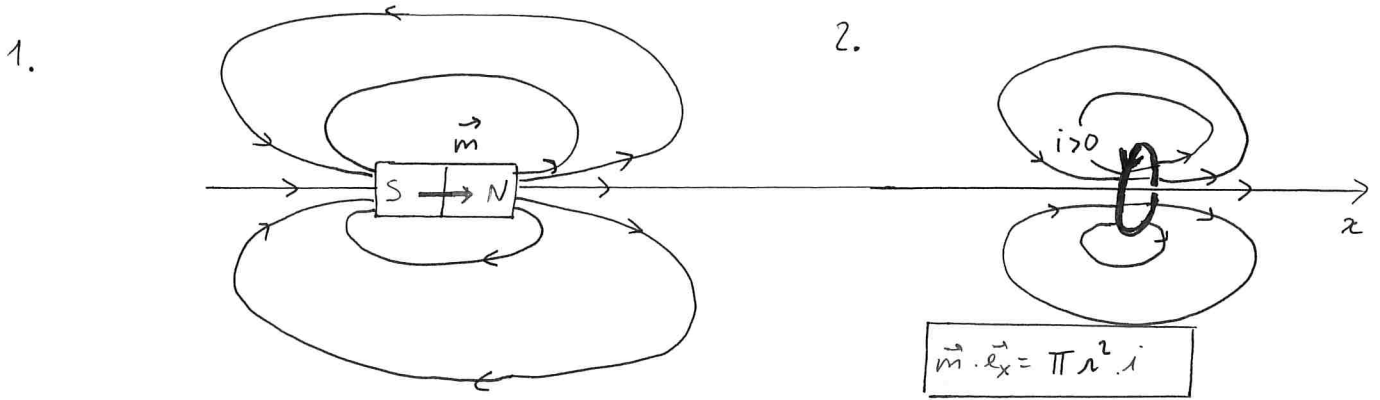


DS n° 7.

I Principe de fonctionnement d'un alternateur



avec  $B_{bob}(0) = \mu_0 \frac{N i_{bob}}{2} \frac{a^2}{(a^2 + d^2)^{3/2}} = \alpha i_{bob}$

D' où  $\Phi_{bob \rightarrow spire} = \pi r^2 \cdot \alpha \cdot i_{bob} \cos \omega t$

4. Lorsque 2 circuits sont couplés par mutuelle inductance,

$\Phi_{1 \rightarrow 2} = M_{12} i_1$  et  $\Phi_{2 \rightarrow 1} = M_{21} i_2$

Le Th. de Neumann affirme que  $M_{12} = M_{21}$ .

Donc ici :  $\Phi_{sp \rightarrow bob} = M i_s$  avec  $M = \frac{\Phi_{bob \rightarrow sp}}{i_{bob}}$

Finalament  $\Phi_{sp \rightarrow bob} = \pi r^2 \cdot \alpha \cdot i_s \cdot \cos(\omega t)$

5. Or la spire et l'aimant sont équivalents si  $\vec{m} \cdot \vec{e}_x = m = i \pi r^2$

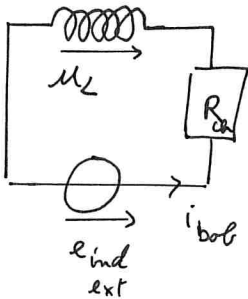
$\Phi_a \rightarrow bob = \alpha \cdot m \cdot \cos \omega t$

6. Loi de Faraday:  $\mathcal{E}_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi}{dt}$  en convention générateur.

$$\text{ici } \mathcal{E}_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi_{\text{prose}}}{dt} - \frac{d\Phi_{a \rightarrow \text{bob}}}{dt} \\ = -L \frac{di_{\text{bob}}}{dt} + \gamma_0 \frac{Na^2}{2(a^2+d^2)^{3/2}} m \cdot \omega \sin(\omega t).$$

R: il est fort probable que l'énoncé ne fasse allusion qu'à  $\mathcal{E}_{\text{ind ext}} = \alpha m \omega \sin(\omega t)$

7. Le circuit électrique est équivalent à :



La loi des mailles donne :

$$L \frac{di_{\text{bob}}}{dt} + R_{ch} i_{\text{bob}} = \alpha m \omega \sin(\omega t)$$

8. introduisons :  $i_{\text{bob}} = i_m e^{j\varphi} e^{j\omega t}$

avec  $\sin(\omega t) = \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$  on obtient l'équation  $\mathcal{E}$ :

$$L \frac{di_{\text{bob}}}{dt} + R_{ch} i_{\text{bob}} = \alpha m \omega e^{-j\frac{\pi}{2}} e^{j\omega t} \\ \underbrace{j\omega i_{\text{bob}} L}_{-j} + R_{ch} i_{\text{bob}} = \alpha m \omega e^{-j\frac{\pi}{2}} e^{j\omega t}$$

$$\Rightarrow i_{\text{bob}} = \left( \frac{-j \alpha m \omega}{R_{ch} + jL\omega} \right) \cdot e^{j\omega t}$$

D'où  $i_m = \frac{\alpha \omega m}{\sqrt{R_{ch}^2 + L^2 \omega^2}}$

et  $\varphi = -\frac{\pi}{2} - \arctan \frac{L\omega}{R_{ch}}$

9. Syst: Le rotor Ref: t.c. galiléen Forces:  $\vec{R}_{axe}$ ,  $M\vec{g}$ ,  $\vec{M}_{\text{tour}}$

$$\vec{\Gamma}_L = \vec{m} \wedge \vec{B}_{\text{bob}} = -m B_{\text{bob}} \sin(\omega t) \vec{e}_y \quad \text{avec } B_{\text{bob}} = \alpha i_{\text{bob}}$$

10. TMC /  $\omega_z$  fixe :

$$J_{\omega_z} \frac{d\omega}{dt} = \underbrace{M_{\omega_z}(\vec{R}_{acc})}_{\substack{0 \text{ car} \\ \text{liaison pivot} \\ \text{id\u00e9ale}}} + \underbrace{M_{\omega_z}(\vec{M}_g)}_{\substack{0 \text{ car} \\ \vec{M}_g \parallel \omega_z}} + M_{\omega_z}(\text{turb}) + \vec{\Gamma}_L \cdot \vec{e}_z$$

Pour avoir  $\omega = \text{cte}$  il faut:  $M_{\omega_z}(\text{turb}) = -\vec{\Gamma}_L \cdot \vec{e}_z$

donc  $M_{\omega_z}(\text{turb}) = m \alpha \text{ bob} \sin(\omega t)$

D'ai  $M_{\omega_z}(\text{turb}) = m \alpha \cdot \frac{m \alpha \omega}{\sqrt{R_{ch}^2 + L^2 \omega^2}} \cos(\omega t + \varphi) \cdot \sin(\omega t)$

or  $\cos(\omega t + \varphi) \sin(\omega t) = \frac{1}{2} (\sin(2\omega t + \varphi) - \sin(\varphi))$

avec  $\langle \sin(2\omega t + \varphi) \rangle = 0$

donc  $\langle M_{\omega_z}(\text{turb}) \rangle = \frac{-m^2 \alpha^2 \omega}{2 \sqrt{R_{ch}^2 + L^2 \omega^2}} \sin \varphi$

avec  $\sin\left(-\frac{\pi}{2} - \arctan \frac{L\omega}{R_{ch}}\right) = -\cos\left(\arctan \frac{L\omega}{R_{ch}}\right) = \frac{-1}{\sqrt{1 + \frac{L^2 \omega^2}{R_{ch}^2}}}$

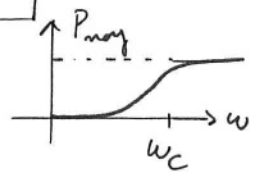
Enfinement:  $\langle M_{\omega_z}(\text{turb}) \rangle = + \frac{m^2 \alpha^2 \omega R_{ch}}{2 (R_{ch}^2 + L^2 \omega^2)} > 0$

11. Bilan \u00e9lectrique :  $R_{ind} \cdot i = R_{ch} \cdot i^2 + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} L i^2 \right)$

La puissance fournie par  $R_{ind}$  sert \u00e0 faire varier l'\u00c9nergie stock\u00e9e ds la bobine et le reste est dissip\u00e9 ds la charge.

12.  $P_{moy, ch} = \langle R_{ch} i^2 \rangle = R_{ch} \cdot \frac{\alpha^2 \omega^2 m^2}{R_{ch}^2 + L^2 \omega^2} \times \frac{1}{2}$   $\xrightarrow{BF} 0$   
 $\xrightarrow{HF} \frac{1}{2} \frac{m^2 \alpha^2}{L^2} R_{ch}$

C'est un passe haut: on a int\u00e9r\u00eat \u00e0 augmenter  $\omega$  jusqu'\u00e0 la pulsation de coupure:  $\omega_c = \frac{R_{ch}}{L}$ . Au del\u00e0 la puissance moyenne n'augmente plus.



13. Le TEC s'écrit:

$$\frac{d\mathcal{E}_c}{dt} = \sum P(\vec{F}) \quad \text{avec} \quad P(\vec{P}_{\text{aer}}) = P(\vec{M}_g) = 0$$

$$P(\vec{\Gamma}_L) = \Gamma_L \cdot \omega < 0$$

$$P(M_{\text{og}}(\text{turb})) = M_{\text{og}}(\text{turb}) \cdot \omega > 0$$

( $\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} J_{oz} \omega^2$ )  
 donc la puissance fournie par la turbine sert à compenser les frottements de Laplace lorsque le régime établi est en place et que  $\omega = \text{cte}$ .  
*en moyenne.*

$$P_{\text{moy}}(\text{turb}) = \frac{m^2 \alpha^2 \omega^2 Rch}{2(Rch + L\omega^2)} > 0$$

14. On constate que

$$\left. \begin{aligned} e_{\text{ind}} \cdot i_{\text{bob}} &= \alpha m \omega i_{\text{bob}} \sin(\omega t) \\ \text{et } P_L &= -m \alpha i_{\text{bob}} \sin(\omega t) \omega \end{aligned} \right\} \begin{aligned} P_f(e_{\text{ind}}) + P_f(P_L) &= 0 \\ \text{C'est un terme de couplage} \end{aligned}$$

D'où le bilan électromécanique:

$$P(M_{\text{og}}(\text{turb})) = \frac{d\mathcal{E}_c}{dt} + \frac{d\mathcal{E}_{\text{mag}}}{dt} + P(\text{charge})$$

En régime établi ( $\omega = \text{cte}$  donc  $\mathcal{E}_c = \text{cte}$ ):

la puissance fournie par la turbine est dissipée ds la charge électrique et une partie sert à faire varier l'énergie magnétique stockée ds L.

## II Effet dynamo:

5.

1.  $\Phi_{\text{flux} \rightarrow \text{disque}} = \pi a^2 B$  car le disque est orienté selon  $+\vec{e}_z$ .

En posant  $\Phi_{\text{flux} \rightarrow \text{disque}} = \mathcal{M} i$  on en déduit:  $B = \frac{\mathcal{M} i}{\pi a^2}$

2. Déterminons la force de Laplace subie par le disque:

$$\vec{F}_L = i AB \vec{e}_x \wedge B \vec{e}_y = -i a B \vec{e}_z = \vec{F}_L$$

3. Son moment par rapport à  $O_z$  se calcule de plusieurs façons en tenant compte du point d'application au milieu du segment  $[AB]$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{O_z}(\vec{F}_L) &= (\vec{AK} \wedge \vec{F}_L) \cdot \vec{e}_z = \frac{a}{2} \vec{e}_x \wedge (-i a B \vec{e}_y) \cdot \vec{e}_z \\ &= -i \frac{a^2 B}{2} \end{aligned}$$

ou  $\mathcal{M}_{O_z}(\vec{F}_L) = \|\vec{F}_L\| \cdot \frac{a}{2} \times \varepsilon$  avec  $\varepsilon = -1$  si  $i > 0$   
et  $\varepsilon = 1$  si  $i < 0$   
donc  $\varepsilon |i| = -i$

$$\begin{aligned} &= \varepsilon |i| \frac{a^2 B}{2} \\ &= -i \frac{a^2 B}{2} \end{aligned}$$

ou tout est algébrique: on peut raisonner avec  $i > 0$  et le résultat reste valable si  $i < 0$ :  $\mathcal{M}_{O_z} = -i a B \cdot \frac{a}{2}$

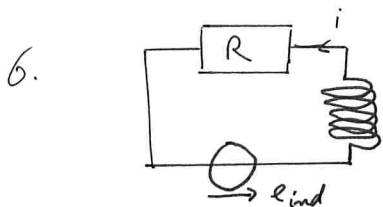
Dans tous les cas:  $\mathcal{M}_{O_z}(\vec{F}_L) = -i \frac{a^2 B}{2}$

4. La puissance fournie par  $\vec{F}_L$  est  $P(\vec{F}_L) = \mathcal{M}_{O_z}(\vec{F}_L) \times \Omega$

$$\text{d'où } P_f(\vec{F}_L) = -i \frac{a^2 B}{2} \Omega.$$

5. Puisque  $P_f(e_{\text{ind}}) + P_f(\vec{F}_L) = 0$  avec  $P_f(e_{\text{ind}}) = e_{\text{ind}} \cdot i$

on en déduit  $e_{\text{ind}} = \frac{a^2 B}{2} \Omega.$



la des mailles:  $L \frac{di}{dt} + R i = \frac{a^2 B}{2} \Omega.$

avec  $B = \frac{\mathcal{M} i}{\pi a^2}$  on obtient  $L \frac{di}{dt} = \left( \frac{\mathcal{M} \Omega}{2\pi} - R \right) i$

7. La solution de cette équation est de la forme:

$$i = A e^{\alpha t} \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{M\Omega}{2\pi} - R \quad (\text{si } \Omega = \text{cte})$$

c'est une exponentielle croissante si  $\alpha > 0$ .

L'effet dynamo s'amorce si  $\boxed{\Omega > \frac{2\pi R}{M}}$ .

Il faut que le disque tourne assez vite.

8. Système: le disque Ref: t.c. galiléen

Forces:  $\vec{\Pi}_g$ ,  $\vec{R}_{axe}$ ,  $\vec{F}_L$  et  $\vec{\Gamma}_m$  (couple)

TMC /oz fixe:  $J_{oz} \dot{\Omega} = M_{oz}(\vec{F}_L) + \Gamma_m$  car  $M_{oz}(\vec{R}_{axe}) = M_{oz}(\vec{r}_g) = 0$

D'ai:  $J_{oz} \dot{\Omega} = \Gamma_m - i \frac{a^2 B}{2}$

En remplaçant B par  $\frac{Mi}{\pi a^2}$ :  $\boxed{J_{oz} \dot{\Omega} = \Gamma_m - \frac{Mi^2}{2\pi}}$

9. En régime stationnaire:  $\dot{\Omega} = 0$  donc  $\boxed{i^2 = \frac{2\pi \Gamma_m}{M}}$   
 et  $\frac{di}{dt} = 0$  donc  $\boxed{\Omega = \frac{2\pi R}{M}}$

10. Bilan électrique:  $\underbrace{L i \frac{di}{dt}}_{\frac{d\mathcal{E}_{mag}}{dt}} = \underbrace{\frac{M\Omega}{2\pi} i^2}_{P_f(\text{ind})} - \underbrace{R i^2}_{P_f}$

Bilan mécanique:  $\frac{d\mathcal{E}_c}{dt} = \underbrace{\Gamma_m \cdot \Omega}_{P_f(\text{mot})} - \underbrace{\frac{M i^2}{2\pi} \Omega}_{P_f(\vec{F}_L)}$

Faisons la somme en éliminant le terme de couplage:

$$P_f(\text{moteur}) = \frac{d\mathcal{E}_c}{dt} + \frac{d\mathcal{E}_{mag}}{dt} + P_f$$

La puissance fournie par le moteur sert à modifier l' $\mathcal{E}_c$  du disque, à modifier l' $\mathcal{E}$  magnétique de la bobine [ces 2 termes sont nuls en régime stationnaire] et le reste est dissipé en effet Joule.

11. En régime stationnaire :  $\mathcal{E} = c\dot{\phi}$   $\mathcal{E}_{\text{mag}} = c\dot{\phi}$  7.

donc  $P_f(\text{moteur}) = P_f$

Il faut donc une source d'énergie extérieure pour que la dynamo tourne.

Pour la Terre c'est l'énergie thermique dégagée par la solidification progressive du noyau liquide et par la radioactivité des roches qui produit des mouvements de convection du noyau liquide. C'est plus compliqué que la géométrie de Bullard (symétrie sphérique) mais ça fonctionne (a priori!).

12. L'équation  $i^2 = \frac{2\pi \Gamma_m}{r}$  donne 2 solutions :

$$i = \sqrt{\frac{2\pi \Gamma_m}{r}} \quad \text{et} \quad i = -\sqrt{\frac{2\pi \Gamma_m}{r}}.$$

Selon le sens de  $i$ , le sens de  $\vec{B}$  peut changer.

Les inversions inégulières du champ magnétique correspondent au changement de signe de  $i$ .

### III Epitaxie par jet moléculaire.

1. GP macroscopique :  $pV = nRT$

Le GP microscopique obéit à 3 hypothèses :

- molécules considérées ponctuelles
- pas d'interaction entre les molécules
- chaos moléculaire : répartition aléatoire des molécules et répartition moyenne homogène + isotropie des vitesses.

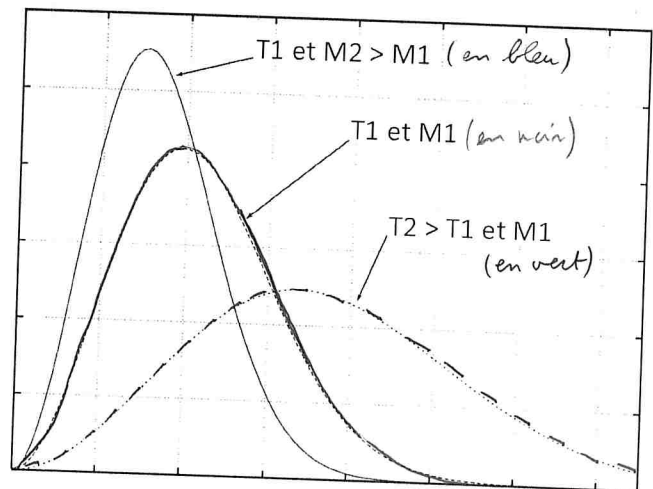
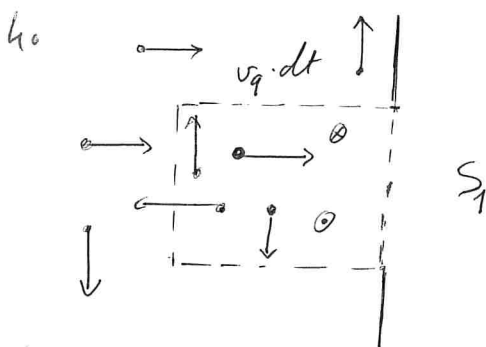
2.  $v_g = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$  ;  $\langle \mathcal{E}_{c, translation} \rangle = \frac{3}{2} k_B T$

or  $\langle \mathcal{E}_{c, trans} \rangle = \frac{1}{2} m v_g^2$  donc  $v_g^2 = \frac{3 k_B T}{m}$

de plus :  $m = \frac{M}{N_A}$  et  $R = k_B N_A$  d'où

$$v_g = \sqrt{\frac{3RT}{M_1}} = 655 \text{ m.s}^{-1}$$

3. Si  $M \nearrow$  alors  $v_g \searrow$   
 Si  $T \nearrow$  alors  $v_g \nearrow$



Il s'agit de compter le nombre de particules qui vont passer par  $S$  par unité de temps.

L'isotropie des vitesses est modélisée par 6 directions uniquement par les vitesses :  $\pm \vec{e}_x \pm \vec{e}_y \pm \vec{e}_z$ .

Les particules qui vont sortir sur la durée  $dt$  sont dans le cylindre de base  $S$  et de hauteur  $v_g dt$ .

$\frac{1}{6}$  d'entre-elles ont la bonne direction :  $dN = \frac{1}{6} n^* v_g dt S$

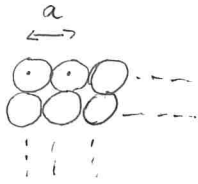
donc  $\phi_1 = \frac{dN}{dt} = \frac{1}{6} \frac{n}{V} N_A v_g S_1 = \frac{1}{6} \frac{p_1}{RT_1} N_A S_1 \sqrt{\frac{3RT_1}{M_1}}$  en utilisant  $pV = nRT_1$



Finalemment

$$\Phi_1 = \frac{1}{6} p_1 \cdot N_A \cdot \frac{S_1}{1} \cdot \sqrt{\frac{3}{R T_1 M_1}} = 6,6 \cdot 10^{15} \text{ atomes/s}$$

5.



$$N_2 = \frac{S_2}{a^2}$$

car chaque atome "occupe" une surface  $a^2$ .

6.

$$\Phi_2 = \Phi_1 \cdot \frac{S_2}{\pi d^2} \quad \text{car } \alpha = \theta = 0.$$

Donc

$$\Delta t_1 = \frac{N_2}{\Phi_2} = \frac{S_2 \cdot \pi d^2}{a^2 \times \Phi_1 \cdot S_2} = \pi \frac{d^2}{a^2} \times \frac{1}{\Phi_1} = 1,4 \text{ s} = \Delta t_1$$

7 si  $e = 1 \mu\text{m}$  alors il y a  $\frac{e}{a} = 3333$  couches d'atomes:

$$\Delta t_2 = \frac{e}{a} \Delta t_1 = 4652 \text{ s} = 1 \text{ h } 17 \text{ m } 30 \text{ s} \quad \text{: c'est long!}$$

#### IV Planche à voile :

1. Le modèle simple conduit à compter les molécules dans le cylindre de base  $S$  et de hauteur  $v_V \Delta t$ :

$$N = n^* v_V \Delta t S \quad (\text{toutes les particules ont ici la vitesse } \vec{v}_V).$$

avec  $\rho_a = n^* \times m$

d'où

$$N = \frac{\rho_a}{m} \times v_V \cdot \Delta t \cdot S$$

2. Pour une unique particule, la variation de q. de movt

est :  $\Delta \vec{p} = \vec{0} - m \vec{v}_V = -m \vec{v}_V$  car la particule cède

intégralement sa quantité de movt à la voile.

D'après le PFD :  $f_{\text{voile} \rightarrow \text{particule}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = -m \frac{v_V}{\Delta t}$

La force exercée sur la voile est alors

$$\vec{f} = m \frac{v_V}{\Delta t}$$

3. O'où

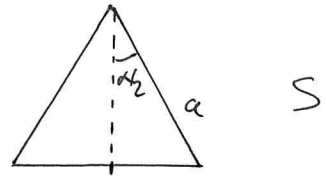
$$\vec{F} = N \cdot \vec{f} = \rho_a \cdot v_V^2 S \vec{e}_x$$

$$\text{(H)} \quad \text{MLT}^{-2} = \text{ML}^{-3} \cdot \text{LT}^{-2} \cdot \text{L}^2$$

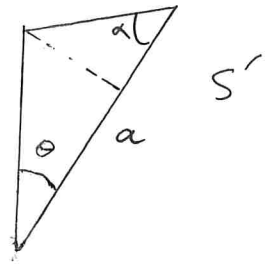
$$= 650 \text{ N.}$$

4. Surface d'un triangle isocèle!

$$S = a \cos \frac{\alpha}{2} \cdot a \sin \frac{\alpha}{2} = \boxed{\frac{1}{2} a^2 \sin \alpha = S}$$



$$S' = \frac{a^2}{\frac{2}{\tan \theta} + \frac{2}{\tan \alpha}}$$



5. Il faut que  $S' = \frac{S}{2}$  pour que les 2 faces soient égales

et que la planche avance en ligne droite :

$$\frac{\frac{a^2}{\frac{2}{\tan \theta} + \frac{2}{\tan \alpha}}}{\frac{2}{\tan \theta} + \frac{2}{\tan \alpha}} = \frac{1}{4} a^2 \sin \alpha \Rightarrow 2 = \sin \alpha \left( \frac{1}{\tan \theta} + \frac{1}{\tan \alpha} \right)$$

$$\frac{2}{\sin \alpha} = \frac{1}{\tan \theta} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\text{d'où } \tan \theta = \frac{1}{\frac{2}{\sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \boxed{\frac{\sin \alpha}{2 - \cos \alpha} = \tan \theta}$$

$$\Rightarrow \boxed{\theta = 30^\circ}$$

6. La vitesse du vent par rapport à la voile est :

$$\vec{v}_{\text{v,eff}} = \vec{v}_v - \vec{v}_p$$

7. Syst: la planche      Ref: terrestre considérée galiléenne

Forces:  $M\vec{g}$ ,  $\vec{R}_{\text{eau}}$ ,  $\vec{F}_{\text{fro}}$ ,  $\vec{F}_{\text{res}}$

PFD lors du mouvement uniforme:  $\vec{v}_p = \vec{v}_e$  :

$$\vec{0} = M\vec{g} + \vec{R}_{\text{eau}} + \vec{F}_{\text{fro}} + \vec{F}_{\text{res}}$$

$$\text{Selon } \vec{x}_y: \quad +\frac{1}{2} \rho_a C_V S v_{\text{v,eff}}^2 - \frac{1}{2} \rho_e C_P S_P v_p^2 = 0$$

$$\text{D'où } \rho_a C_V S (v_v - v_p)^2 = \rho_e C_P S_P v_p^2$$

$$\Rightarrow |v_v - v_p| = \sqrt{\tau} v_p \Rightarrow \begin{cases} \boxed{v_p = \frac{v_v}{1 + \sqrt{\tau}}} & \text{si } v_v > v_p \\ \boxed{v_p = \frac{v_v}{1 - \sqrt{\tau}}} & \text{si } v_v < v_p \end{cases}$$

8. Si  $\sqrt{\tau} > 1$  alors la 2<sup>nd</sup> solution est négative et donc incohérente

$$\text{Il ne reste que } \boxed{v_p = \frac{v_v}{1 + \sqrt{\tau}} < v_v}$$

Dans ce modèle la planche ne peut pas aller + vite que le vent.