

DS n° 8

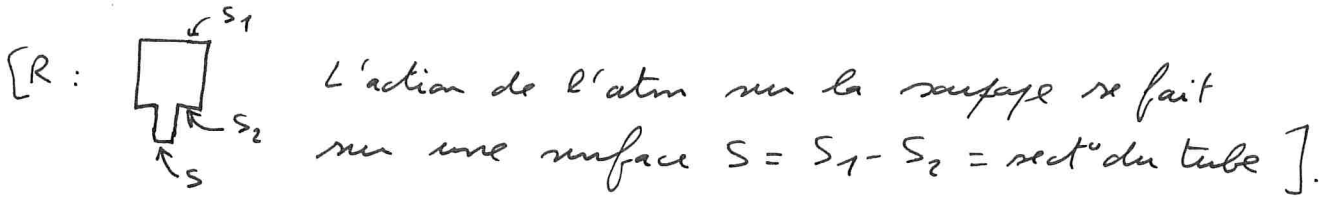
I. Autocuiseur

1. $u(m) = \frac{P}{\sqrt{3}} \times \sqrt{2} = 0,8 \text{ g} : \quad m = 39,0 \text{ g} ; u(m) = 0,8 \text{ g}$

↑ lecture double (il faut tenir pour le 0)

2. Système: la soupape. Ref: tenetie considérée galiléen

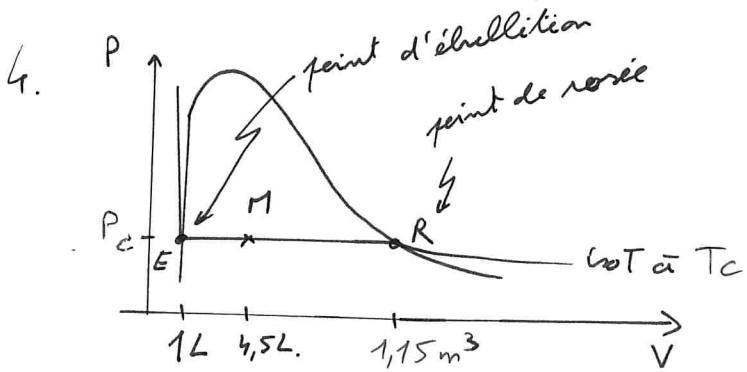
Forces: $m\vec{g}$, $\vec{F}_{atm} = p_{ext} \cdot S(-\vec{e}_z)$; $\vec{F}_{eau} = p_{int} \cdot S \cdot \vec{e}_z \quad \uparrow_0$



PFD à l'équilibre selon \vec{e}_z : $0 = -mg - p_{ext} S + p_{int} S$

D'où $p_{int} = p_{ext} + \frac{mg}{S} = 154,6 \text{ kPa} = 1,55 \text{ bar}$

3. Sur l'autocuiseur on peut lire $p_F = 55 \text{ kPa}$ et $p_S = 100 \text{ kPa}$
 $p_F =$ surpression en fonctionnement $\Rightarrow p_{int} = p_{ext} + p_F = 1,55 \text{ bar}$
 $p_S =$ ——— maximale (sécurité au cas où la soupape serait coincée).



• Au point E, l'eau est liquide: $V_E = V_e = 1,0 \text{ L}$

• Au point R, l'eau est

vapeur: $V_R = \frac{nRT_c}{P_c} = 1,15 \text{ m}^3$

R: sans surprise: $V_R \gg V_E$.

5. Le théorème des moments donne pour $V_a = 4,5 \text{ L}$:

$x_{v1} = \frac{(4,5 - 1) \cdot 10^{-3}}{1,15} = 0,3 \%$

$m_{v1} = x_{v1} \times m_e = 3 \text{ g}$

Presque toute l'eau est liquide. C'est cohérent avec l'hypothèse de l'énoncé.

6. Système : l'autocuiseur et l'eau liquide
(l'énoncé impose de négliger l'air et la vapeur d'eau)

l'i: $T_i = 20^\circ\text{C}$ l'f: $T_c = 112^\circ\text{C}$

Transformation: isochore.

1^e principe de la thermodynamique: $\Delta(U + \mathcal{E}_m) = Q + W$

avec $\Delta\mathcal{E}_m = 0$, $W = 0$ car isochore

et $Q = P_{th} \cdot \Delta t$

De plus $\Delta U = \Delta U_{\text{auto}} + \Delta U_{\text{eau}}$ car U est extensive

$$\Delta U = (C_a + m_e c_e)(T_c - T_i) = 497,7 \text{ kJ}$$

D'où $\Delta t = \frac{\Delta U}{P_{th}} = 332 \text{ s}$ (5'32")

7. 2^e principe de la thermodynamique: $\Delta S = S_{\text{ich}} + S_{\text{cr}}$

avec $S_{\text{ich}} = \frac{Q}{T_p}$ et $\Delta S = \Delta S_{\text{auto}} + \Delta S_{\text{eau}}$ car S est extensive

$$= (C_a + m_e c_e) \ln \frac{T_c}{T_i} = 1477 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

D'où $S_{\text{cr}} = \Delta S - \frac{P_{th} \cdot \Delta t}{T_p} = 1477 - 1052 = 425 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} = S_{\text{cr}}$

$S_{\text{cr}} > 0$: c'est irréversible (inhomogénéité de T).

8. Syst: autocuiseur + eau

Bilan entre t et $t+dt$: $dU = P_{th} \cdot dt - P_f \cdot dt$

avec $dU = (C_a + m_e c_e) dT$

D'où $(C_a + m_e c_e) dT = P_{th} \cdot dt - h(T - T_{\text{ext}}) dt$

Sait $\frac{dT}{dt} + \frac{h}{C_a + m_e c_e} T = \frac{h}{C_a + m_e c_e} (T_{\text{ext}} + \frac{P_{th}}{h})$

Donc $\tau = \frac{C_a + m_e c_e}{h} = 902 \text{ s}$

9. Résolution classique: $T = A e^{-t/\tau} + T_{\infty}$

avec $T_{\infty} = T_{ext} + \frac{P_{ch}}{h} = 270^{\circ}C$.

et CI: $T(t=0) = A + T_{\infty} = T_{ext}$ d'où $A = T_{ext} - T_{\infty} = -\frac{P_{ch}}{h}$

$T = T_{ext} + \frac{P_{ch}}{h} (1 - e^{-t/\tau})$

10. A $t = \Delta t'$: $T = T_c = T_{ext} + \frac{P_{ch}}{h} (1 - e^{-\Delta t'/\tau})$

donc $\Delta t' = -\tau \times \ln\left(1 - \frac{(T_c - T_{ext})h}{P_{ch}}\right) = \tau \times \ln\left(\frac{P_{ch}}{P_{ch} - h(T_c - T_{ext})}\right)$
414 s = $\Delta t'$

$\Delta t' > \Delta t$ donc ce modèle est + proche de la réalité

11. Le 2^e principe donne: $S_{cr} = \Delta S - S_{ech}$

avec $\Delta S = (m_e c_e + C_a) \ln\left(\frac{T_c}{T_i}\right) = 1477 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$ (cf Q.7)

et $S_{ech} = \frac{Q_{atm}}{T_{ext}} + \frac{P_{ch} \cdot \Delta t'}{T_p}$ avec $Q_{atm} = \Delta U - P_{ch} \cdot \Delta t' = -123,3 \text{ kJ}$
 $= 892 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$

Donc $S_{cr} = 585 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1} > 0$ irréversible

L'entropie créée est supérieure car il faut chauffer plus longtemps.

12. Syst: autocuisson + eau + air ($n_{air} = \frac{P_{ext}(V_a - V_e)}{RT_i} = 0,144 \text{ mole}$)

éi: $T_i = 20^{\circ}C$ et l'eau est liquide

éf: $T_c = 112^{\circ}C$; $x_{vap} = 0,3\%$ ($n_v = 0,167 \text{ mole}$; $m_v = 3 \text{ g}$)

Transformation: isochore

1^{er} p: $\Delta U = P_{ch} \cdot \Delta t$ avec $\Delta U = \Delta U_{auto} + \Delta U_{air} + \Delta U_{eau}$ (U est extensive)

$\Delta U_{auto} = C_a(T_c - T_i) = 1132 \text{ kJ}$ $\Delta U_{air} = n_{air} \frac{R}{\gamma - 1} (T_c - T_i) = 275 \text{ J}$ les hypothèses étaient valables!

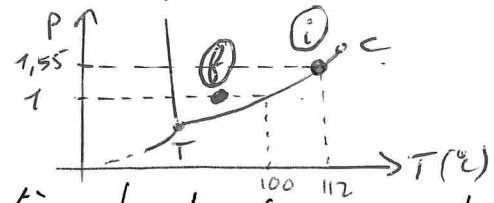
$\Delta U_{eau} = \Delta U_1 + \Delta U_2$ avec $\Delta U_1 = m_e c_{liq} (T_c - T_i) = 384,6 \text{ kJ}$

$\Delta U_2 = \Delta H_{vap} - \Delta(pV) = x_v \cdot m_e \cdot \Delta h_{vap} - p_c(V_a - V_e) = 6,1 \text{ kJ} \Rightarrow \Delta t = 336 \text{ s}$

13. On lit pour $T = 112^\circ\text{C}$ un facteur de vitesse : 2,5.
 La durée de cuisson est donc $\Delta t_c = 8 \text{ minutes}$.

14. La vapeur d'eau qui s'échappe est à $T_c = 112^\circ\text{C}$ et elle se refroidit (détente brusque + contact avec atmosphère) à $T < 100^\circ\text{C}$; $P_{\text{eau, vap}} = 1 \text{ bar}$ (équilibre mécanique avec l'atm)

Donc $P_{\text{eau, vap}} > P_{\text{sat}}(T_{\text{sat}} < 100^\circ\text{C})$:
 l'eau se liquéfie \Rightarrow gouttelettes!



15. Sur une durée dt , pour le système {autocuiseur + eau}, le 1^{er} principe pour une transformation isobare ($p = p_c$):

$$dH = P'_{\text{ch}} dt - P'_f dt \quad \text{avec} \quad dH = dH_{\text{auto}} + dH_{\text{eau}}$$

$$- dH_{\text{auto}} = 0 \quad \text{car} \quad T_{\text{autocuiseur}} = T_c = T_c$$

$$- dH_{\text{eau}} = d_{\text{vap}} \cdot dt \times \Delta h_{\text{vap}} \quad (d_{\text{vap}} \cdot dt = \text{masse d'eau qui se vaporise sur } dt)$$

$$\text{D'où} \quad d_{\text{vap}} = \frac{P'_{\text{ch}} - P'_f}{\Delta h_{\text{vap}}} = 1,12 \cdot 10^{-4} \text{ kg s}^{-1} = 112 \text{ mg} \cdot \text{s}^{-1} = d_{\text{vap}}$$

16. Le 2^{ème} principe pour la même transformation:

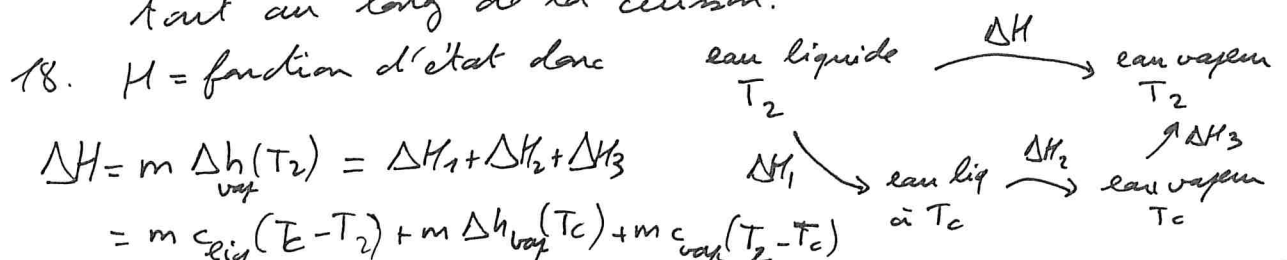
$$dS_{\text{cr}} = dS - dS_{\text{éch}} = dS_{\text{auto}} + dS_{\text{eau}} - \left(\frac{P'_{\text{ch}} dt}{T_p} - \frac{P'_f dt}{T_{\text{ext}}} \right)$$

$$\text{avec} \quad dS_{\text{auto}} = 0 \quad \text{et} \quad dS_{\text{eau}} = d_{\text{vap}} \cdot dt \times \frac{\Delta h_{\text{vap}}}{T_c}$$

$$\text{D'où} \quad S_{\text{cr}} = \frac{dS_{\text{cr}}}{dt} = d_{\text{vap}} \cdot \frac{\Delta h_{\text{vap}}}{T_c} - \frac{P'_{\text{ch}}}{T_p} + \frac{P'_f}{T_{\text{ext}}} = 0,83 \text{ J} \cdot \text{k}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$17. \Delta m_e = \Delta t \times d_{\text{vap}} = 67 \text{ g} \ll m_e = 1000 \text{ g}.$$

L'hypothèse est vérifiée. La plupart de l'eau reste liquide tout au long de la cuisson.



$$\Delta H = m \Delta h(T_2) = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3$$

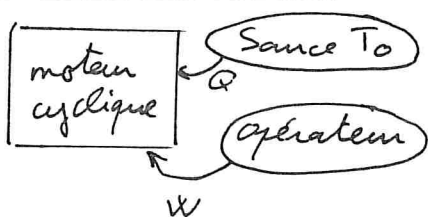
$$= m c_{\text{liq}} (T_2 - T_c) + m \Delta h_{\text{vap}}(T_c) + m c_{\text{vap}} (T_2 - T_c)$$

$$\Rightarrow \Delta h_{\text{vap}}(T_2) = \Delta h_{\text{vap}}(T_c) + (T_2 - T_c)(c_{\text{vap}} - c_{\text{liq}}) = 2,18 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

II Transport ferroviaire.

5

1. Moteur monotherme:



Syst: le moteur

1^{er} P sur un cycle: $\Delta U = Q + W = 0$

2^{er} P sur un cycle: $\Delta S = \frac{Q}{T_0} + S_{cr} = 0$

or $S_{cr} \geq 0$ donc $\frac{Q}{T_0} \leq 0$. Or $Q \leq 0$ impose $W \geq 0$: c'est un récepteur et non un moteur.

2. Moteur diatherme:

Syst: le moteur 1^{er} P sur un cycle: $\Delta U = Q_c + Q_f + W = 0$

2^{er} P sur un cycle: $\Delta S = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + S_{cr} = 0$

or $S_{cr} \geq 0$ donc $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{-W - Q_c}{T_f} \leq 0 \Leftrightarrow Q_c \geq \frac{W}{\frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_c}}$

Finalement: $\boxed{\eta = \frac{-W}{Q_c} \leq 1 - \frac{T_f}{T_c}}$

Le rendement maximal est obtenu pour un cycle réversible

3 L'identité thermodynamique s'écrit: $dS = \frac{dU}{T} + \frac{P}{T} dV$

or pour un GP: $pV = nRT$ et $dU = n \frac{R}{\gamma-1} dT$

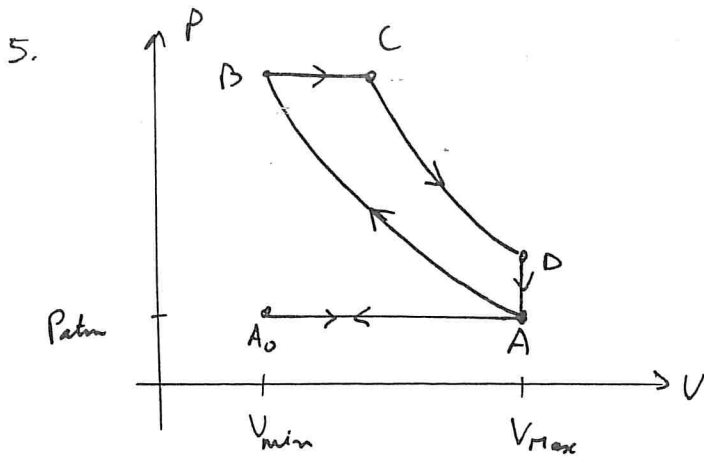
D'où: $dS = n \frac{R}{\gamma-1} \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V} = n \frac{R}{\gamma-1} \left(\frac{dT}{T} + (\gamma-1) \frac{dV}{V} \right)$

Par intégration entre l'état ① et l'état ②:

$$\boxed{\Delta S = n \frac{R}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_2 \cdot V_2^{\gamma-1}}{T_1 \cdot V_1^{\gamma-1}} \right)}$$

4. Pour un GP réalisant une évolution adiabatique réversible le 2^{er} P donne: $\Delta S = S_{ed} + S_{cr} = 0$

donc $\boxed{TV^{\gamma-1} = cte}$ (et $pV^\gamma = cte$ et $T^\gamma p^{1-\gamma} = cte$)



d'où
$$P_D = P_{atm} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^\gamma = 4,35 \text{ bar}$$

6. Evolution $A \rightarrow B = \text{isob}$
du GP donc

$$P_B V_B^\gamma = P_A V_A^\gamma$$

$$\Rightarrow \boxed{P_B = P_{atm} \cdot x} = 14,3 \text{ bar}$$

De m:

$$P_D = P_C \cdot \left(\frac{V_C}{V_A}\right)^\gamma = P_B \cdot y^{-\gamma}$$

7. On peut de nouveau utiliser Laplace et la conservation de la quantité de matière :

$$T_B \cdot V_{min}^{\gamma-1} = T_A \cdot V_{max}^{\gamma-1} \Rightarrow \boxed{T_B = T_A \cdot x^{\gamma-1} = 994 \text{ K}}$$

$$T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = \frac{P_C V_C}{P_A V_{max}} \cdot T_A \Rightarrow T_C = T_A \cdot \frac{P_B}{P_A} \cdot \frac{V_C}{V_{min}} : \boxed{T_C = T_A \cdot \frac{x^\gamma}{y} = 2841 \text{ K}}$$

$$T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = \frac{P_D V_{max}}{P_A V_{max}} \cdot T_A \Rightarrow T_D = T_A \cdot \frac{P_D}{P_A} : \boxed{T_D = T_A \cdot \left(\frac{2}{y}\right)^\gamma = 1304 \text{ K}}$$

8. Le rendement est défini par :

$$\boxed{\eta = \frac{-W}{Q_c}}$$

Or sur le cycle complet $\Delta U = 0 = Q_c + Q_f + W$

$$\text{Donc } \eta = \frac{Q_c + Q_f}{Q_c} = \boxed{1 + \frac{Q_f}{Q_c} = \eta}$$

$$Q_f = Q_{DA} = \Delta U_{DA} \text{ car } W_{DA} = 0 \text{ (isochore)}$$

$$= n \frac{R}{\gamma-1} (T_A - T_D)$$

$$Q_c = Q_{BC} = \Delta H_{BC} \text{ car l'évolution } B \rightarrow C \text{ est isobare}$$

$$= n R \frac{\gamma}{\gamma-1} (T_C - T_B)$$

$$D'au \quad \boxed{\eta = 1 + \frac{T_A - T_D}{\gamma(T_C - T_B)} = 1 + \frac{1 - (x/y)^\delta}{\gamma(x^\delta/y - x^{\delta-1})} = 61\%}$$

7.

Le rendement réel est inférieur au rendement du cycle étudié qui est idéalisé. En réalité la compression et la détente ne sont ni réversibles ni adiabatiques, et les phases d'admission et de détente ne se compensent pas exactement.

9. AN du résultat démontré à la question 2:

$$\boxed{\eta_{Max} = 1 - \frac{T_A}{T_C} = 89\%}$$

Le rendement maximal est obtenu par un cycle réversible (le cycle de Carnot). Le cycle étudié n'est pas réversible donc son rendement est inférieur à η_{max} .

10. Sur un cycle: $S_{cr} = \Delta S_{cycle} - S_{ech}$

avec $\Delta S_{cycle} = 0$ car $S =$ fonction d'état

$$\text{et } S_{ech} = \frac{Q_{BC}}{T_C} + \frac{Q_{DA}}{T_A} = n \frac{R\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{T_C - T_B}{T_C} \right) + n \frac{R}{\gamma-1} \left(\frac{T_A - T_D}{T_A} \right)$$

$$\text{De plus } \boxed{T_B = T_C \cdot \frac{y}{x}} \quad \text{et} \quad \boxed{T_D = T_A \left(\frac{x}{y} \right)^\delta}$$

$$\text{Finalement: } \boxed{S_{cr} = -nR \left[\frac{\gamma}{\gamma-1} \left(1 - \frac{y}{x} \right) + \frac{1}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{x}{y} \right)^\delta \right) \right]}$$

$$\text{avec } \boxed{n = \frac{P_A V_A}{R T_A} = 2,285 \text{ mole}} \quad \boxed{S_{cr} = 116 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}}$$

$S_{cr} > 0$: le cycle est bien irréversible lors des échanges thermiques avec les sources (inhomogénéité de T).

11. $P_{\text{méca}} = \frac{|W_{\text{cycle}}|}{\Delta t}$ avec $\Delta t = \text{durée d'un cycle}$.

Le moteur fait 4000 tr.min⁻¹ soit 2000 cycles.min⁻¹

Donc $\Delta t = 30 \text{ ms}$.

De plus : $W_{\text{cycle}} = -r_{\text{TR}} \times Q_{\text{BC}}$ (Δ il faut utiliser r_{R} et non r_{C})

avec $Q_{\text{BC}} = nR \frac{\gamma}{\gamma-1} (T_{\text{C}} - T_{\text{B}}) = 123 \text{ J}$. ($W = Q_{\text{C}} - Q_{\text{F}}$)

D'où $P_{\text{méca}} = 1,8 \text{ MW}$ (c'est un moteur très puissant!)

[par comparaison : $P_{\text{TGV}} \sim 10 \text{ MW}$].

12. Parcourir 100 km à 140 km.h⁻¹ demande une durée de 2571 s \rightarrow $(\frac{100}{140} \times 3600)$ soit 85700 cycles.

D'où $Q_{\text{ch,tot}} = Q_{\text{BC}} \times 85700 = 10,5 \text{ GJ}$.

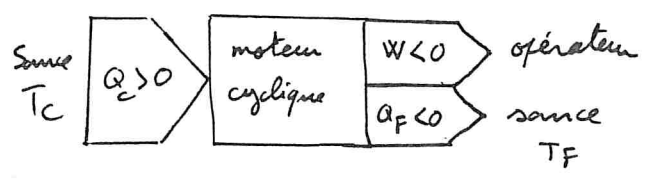
$m_{\text{gasoil}} = \frac{Q_{\text{ch,tot}}}{\Delta h_{\text{comb}}} = 225 \text{ kg}$ et $V_{\text{gasoil}} = \frac{m}{\rho} = 271 \text{ L}$ pour 100 km.

III Energie thermique des mers

1. Schéma d'un moteur dit thermique,

$$\boxed{W < 0}$$

$$\boxed{Q_c > 0 \text{ et } Q_f < 0}$$



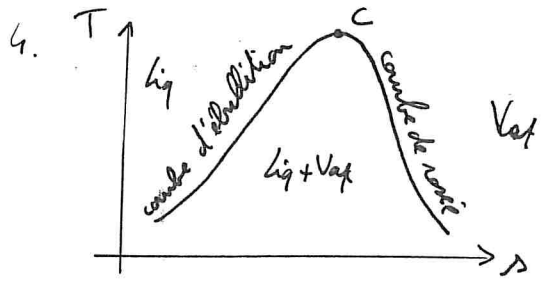
2. $\eta_{max} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$ (cf. démo ds II).

$$\boxed{= 7\%}$$

Le rendement maximal est très faible car T_f et T_c sont proches.

3. $T_{surf} = 26^\circ C$ et $T = 6^\circ C$ pour $z = 900 m$.

Il faut prélever l'eau à près d'un km de profondeur!



On lit $\boxed{T_c = 132^\circ C}$

5. Lors du palier de changement d'état on peut lire T_{vap} :

$$\boxed{T_{vap, BP} = 9^\circ C}$$

et $\boxed{T_{vap, HP} = 21,5^\circ C}$

- 6. - Le point 1' est sur la courbe d'ébullition (liquide saturant) et à la pression de 9 bar
- Le point 2 est de la vapeur saturante à 9 bar, donc c'est le point de la courbe de rosée à 9 bar.
- Le point 3 est à la verticale de 2 (car $\Delta s_{23} = 0$) et à la pression 6 bar.
- Le point 4 est sur la courbe d'ébullition à 6 bar
- On a bien $\Delta s_{41} = 0$ car (1) et (4) sont à la verticale l'un de l'autre.

7. On lit les valeurs demandées et le théorème des moments donne $x_{V3} = \frac{[43]}{[4R]} = 0,97$.

Point i	T_i (°C)	p_i (bar)	x_{Vi}	h_i (kJ.kg ⁻¹)	s_i (J.K ⁻¹ .kg ⁻¹)
1	12	9	0	240	1150
1'	21,5	9	0	300	1350
2	21,5	9	1	1470	5350
3	9	6	0,97	1425	5350
4	9	6	0	240	1150

10. $\Delta_{11'} h = c_{liq} (T_{1'} - T_1)$ donc $c_{liq} = \frac{h_{1'} - h_1}{T_{1'} - T_1} = 6,3 \text{ kJ.k}^{-1}.\text{kg}^{-1}$

R: la valeur tabulée est $4,7 \text{ kJ.k}^{-1}.\text{kg}^{-1}$. Il est difficile de faire mieux vu la précision des mesures réalisées!

8. L'enthalpie massique de vaporisation correspond à l'évolution



donc $\Delta h_{\text{vap}} = h_{\text{vap}} - h_{\text{liq}} \Rightarrow \Delta h_{\text{vap, HP}} = h_2 - h_{1'} = 1170 \text{ kJ.kg}^{-1}$

R: on peut également utiliser $\Delta s_{\text{vap}} = s_{\text{vap}} - s_{\text{liq}} = \frac{\Delta h_{\text{vap}}}{T_{\text{vap}}}$
 $\Rightarrow \Delta h_{\text{vap, HP}} = T_{\text{vap, HP}} \times (s_2 - s_{1'}) = 1180 \text{ kJ.kg}^{-1}$: cohérent !)

9. On ajoute le point de rosée \bar{a} BP, noté R sur le diagramme:

$$T_R = 9^\circ\text{C} ; p_R = 6 \text{ bar} ; x_{VR} = 1 ; h_R = 1460 \text{ kJ.kg}^{-1} \text{ et } s_R = 5500 \text{ J.kg}^{-1}$$

D'où $\Delta h_{\text{vap, BP}} = h_R - h_4 = 1220 \text{ kJ.kg}^{-1}$ ($T_{\text{vap, BP}} \times (s_R - s_4) = 1227 \text{ kJ.kg}^{-1}$)
 cohérent!

11. L'utilisation de l'ammoniac est intéressante car les pressions lors des chg^t d'état à T_{chaud} et T_{froid} ne sont ni trop fortes ni trop faibles. Pour l'eau: $p_{\text{sat}}(20^\circ\text{C}) \approx 0,03 \text{ bar}$: c'est trop faible pour faire tourner une turbine.

Par contre il faut éviter toute fuite car l'ammoniac est toxique (pour les humains et les poissons et la nature...)

12. L'évolution 1 → 2 est isobare et $w = 0$.

Le 1^{er} Principe donne : $q_E = \frac{\Delta h}{12} = 1230 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$
($m_{\text{opt}} = 1 \text{ kg}$ de fluide)

13. De m̄ : $q_C = \frac{\Delta h}{34} = -1185 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

14. Sur un cycle : $\Delta u = 0 = q_C + q_E + w_{\text{cycle}}$

donc $w_{\text{cycle}} = -q_C - q_E = -45 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} < 0$: normal pour un moteur.

15. $P = d_{\text{mas}} \cdot |w_{\text{cycle}}| = 18 \text{ kW}$ C'est très faible!

16. $r = \frac{-w_{\text{cycle}}}{q_E} = 3,7\%$ C'est ridicule!

Ce projet me semble fou ! Créer une installation qui pompe de l'eau à 1 km de profondeur (et donc perturbe l'écosystème marin) pour faire tourner une centrale de 16 kW avec de l'ammoniac (avec un risque de forte pollution en cas de fuite). Il faut mieux installer une éolienne et souffler dessus ! Si l'ingénieur qui s'en occupe avait commencé par calculer le rendement attendu il aurait stoppé immédiatement ce projet qui ne semble pas réaliste.

