

DEVOIR SURVEILLE N°9

PHYSIQUE

I. Production hydroélectrique d'un barrage (d'après Banque PT 2024) :

Des barrages hydroélectriques ont été édifiés sur de nombreux cours d'eau dans le monde pour récupérer l'énergie renouvelable des eaux qui regagnent les mers et les océans. Ces centrales hydroélectriques fournissent actuellement 15 % de la production mondiale d'électricité, ce qui correspond à une puissance d'environ 1,4 TW.

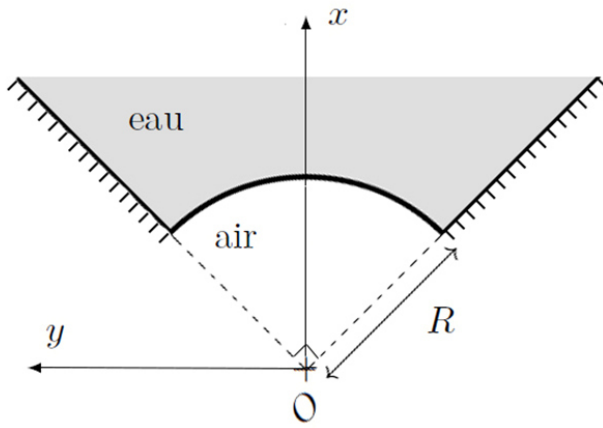
Le barrage le plus haut du monde est le barrage de Jinping I, qui est construit sur la rivière Yalong dans la province du Sichuan en Chine.



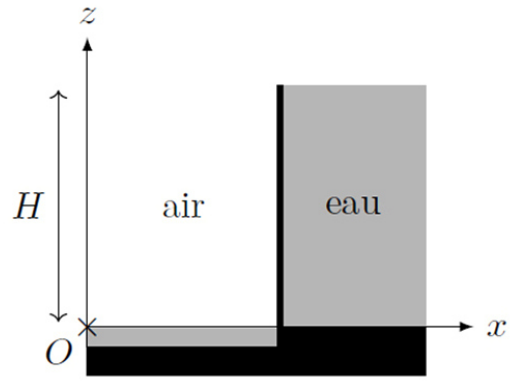
Il s'agit d'un barrage-voute en béton de hauteur $H = 305 \text{ m}$ de haut constitué d'un arc-de-cercle de 568 m de long. Au niveau du barrage, le débit volumique de la rivière Yalong est en moyenne de $d = 2 \times 10^{10} \text{ m}^3 \cdot \text{an}^{-1}$.

Nous allons estimer la résultante des forces de pression qui s'exercent sur un tel ouvrage lorsque son réservoir d'eau est rempli, et la puissance hydroélectrique qu'il est capable de récupérer.

On modélise le barrage-voute par un quart de cylindre d'axe (Oz) vertical ascendant, de rayon $R = 360 \text{ m}$ et de hauteur $H = 305 \text{ m}$, comme représenté sur la figure ci-après. On suppose que son réservoir rempli d'eau peut se vider dans un cours d'eau situé en contrebas à l'altitude $z = 0$. La pression de l'air est supposée uniforme dans tout l'espace et égale à la pression atmosphérique $p_0 = 1 \text{ bar}$.



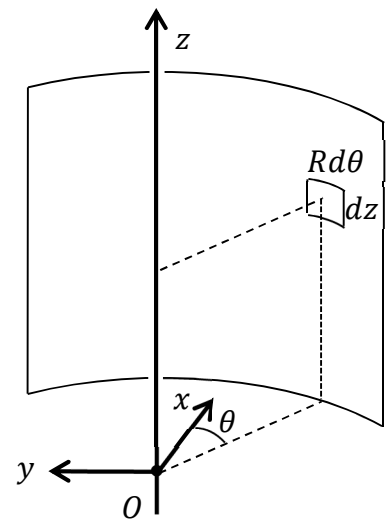
Barrage-voute en vue de dessus



Barrage-voute en vue de coupe

1. À l'aide d'arguments de symétrie, déterminer la direction et le sens de la résultante horizontale $\vec{F} = \vec{F}_{air} + \vec{F}_{eau}$ des forces de pression qui s'exercent sur le barrage.
2. Exprimer la résultante \vec{F}_{air} des forces de pression exercées par l'air sur le barrage en fonction de R , H et p_0 . [on pourra – ou pas – s'inspirer des hémisphères de Magdebourg en rédigeant correctement et en réalisant un schéma].
3. En supposant que l'eau est un fluide incompressible de masse volumique ρ_e , établir l'expression de la pression $p(z)$ dans l'eau. [bien vérifier la formule obtenue].
4. Exprimer la force élémentaire $d\vec{F}_{eau}$ exercée par l'eau sur un élément de surface du barrage en coordonnées cylindriques $dS = R d\theta dz$. Déterminer l'expression de la projection de cette force élémentaire sur la direction définie à la question 1.
5. En déduire, par intégration, la résultante \vec{F}_{eau} des forces de pression exercées par l'eau sur le barrage en fonction de R , H , p_0 , g et ρ_e .
6. En déduire que la norme de la résultante des forces de pression qui s'exercent sur le barrage s'exprime :

$$F = \frac{R\rho_e g H^2}{\sqrt{2}}$$



et calculer numériquement la norme de cette résultante pour le barrage de Jinping I.

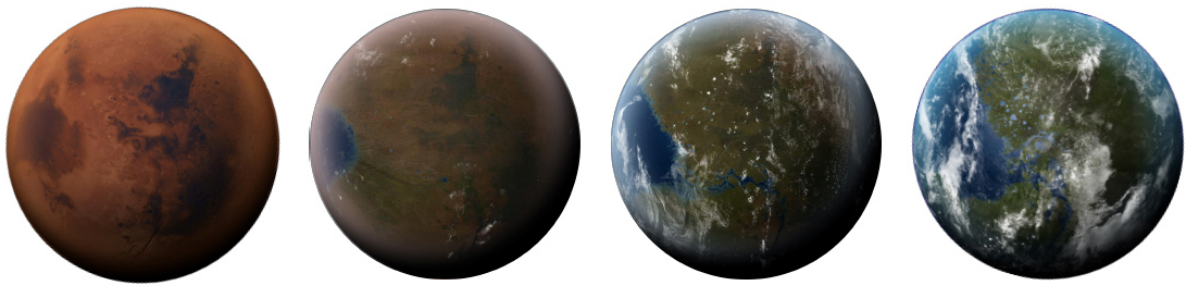
En pratique, le maintien de la structure en béton des barrages-voutes est assuré par un report des forces de pression vers ses appuis latéraux.

7. À partir des données de l'énoncé, estimer numériquement la puissance hydroélectrique moyenne que peut récupérer le barrage de Jinping I. Comparer l'ordre de grandeur de cette puissance à celle générée par une centrale nucléaire.

II. Terraformation de Mars (d'après Centrale-Supélec PC 2024) :

Parue entre 1994 et 2000, la Trilogie de Mars de l'américain Kim Stanley Robinson relate la colonisation et la terraformation de la planète Mars.

La terraformation consiste à modifier la géologie et le climat d'une planète pour la rendre habitable par les humains ou toute forme de vie terrestre. Les modifications profondes à apporter à la planète sont complexes et demandent énormément de ressources. Sur Mars, les faibles température et pression empêchent la vie à la surface. Avant de développer un écosystème, il faut d'abord apporter une atmosphère à même de réchauffer la planète et de supporter la vie. Bien que considérée comme un vieux rêve de science-fiction, la faisabilité de la terraformation soulève de nombreuses questions de physique, ce problème en abordant quelques-unes.



Vue d'artiste des phases hypothétiques de la terraformation de Mars (source Wikipédia)

Il y a quatre milliards d'années, Mars avait un environnement identique à celui de la Terre : une atmosphère dense était présente et permettait de conserver chaleur et humidité, ce qui participait à rendre cette planète habitable.

Aujourd'hui, Mars n'a quasiment plus d'atmosphère. Elle est devenue une planète froide et désertique. Son atmosphère actuelle est principalement composée (en pourcentages molaires) de dioxyde de carbone (96 %), d'argon (environ 2 %) et de diazote (2 %). Elle comporte également des traces de dioxygène, d'eau et de méthane.

La pression moyenne ambiante est environ 170 fois moins importante que sur Terre. À une altitude de référence, au niveau du sol martien, la pression moyenne et la température moyenne sont respectivement de $p_0 = 600 \text{ Pa}$ et $T_0 = 210 \text{ K}$. La masse totale de l'atmosphère martienne est estimée à $m_{atm} = 25 \times 10^{12} \text{ tonnes}$, soit environ 200 fois moins que l'atmosphère terrestre.

A. Le modèle de l'atmosphère isotherme

1. Sachant que l'accélération de la pesanteur au niveau du sol sur Mars est $g_0 = 3,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, déterminer la masse M_m de Mars. Utiliser les données en fin d'énoncé pour l'A.N.
2. Déterminer l'altitude pour laquelle l'accélération de la pesanteur g n'est plus que 99% de celle au niveau du sol.

Pour la suite on considère que l'accélération de la pesanteur est uniforme et égale à g_0 .

On néglige tout mouvement au sein de l'atmosphère martienne. On l'assimile à un gaz parfait de particules de masse molaire M_a . On note respectivement $p(M)$ et $\mu(M)$ la pression et la masse volumique au point M . La température de l'atmosphère, supposée uniforme, est notée T_0 . La pression au sol est notée p_0 .

3. Rappeler l'expression de l'équivalent volumique des forces de pression dans un fluide, puis établir l'équation locale de la statique des fluides pesants à l'aide de cet équivalent volumique.
4. Montrer que la loi de variation de la pression avec l'altitude z se met sous la forme $p(z) = C_0 \exp(-z/H)$ dans l'atmosphère martienne. Exprimer le facteur C_0 et la hauteur d'échelle H en fonction de p_0 , M_a , g_0 , R et T_0 .
5. Déterminer une valeur numérique pour M_a compte tenu de la composition de l'atmosphère martienne fournie dans l'introduction de cette partie. En déduire la valeur numérique de H .

B. Déduction de la masse de l'atmosphère martienne

6. Expliciter, grâce au modèle précédent, la loi de variation de la masse volumique $\mu(z)$ de l'atmosphère en fonction de z , H et $\mu_0 = \mu(z = 0)$. On précisera l'expression de μ_0 en fonction de p_0 , M_a , R et T_0 .
7. Dans l'expression précédente de $\mu(z)$, faire apparaître le facteur de Boltzmann et donner sa signification.

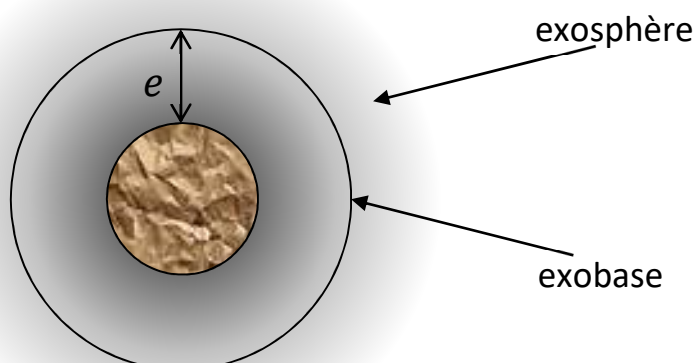
On peut montrer que l'expression de la masse totale de l'atmosphère martienne se met sous la forme suivante :

$$m_{atm} = \frac{4\pi p_0}{g_0} (2H^2 + 2HR_m + R_m^2)$$

8. En comparant les valeurs numériques de H et R_m , donner une expression approchée de m_{atm} , puis effectuer l'A.N. Le résultat est-il cohérent avec la valeur donnée dans l'introduction ?

C. Une estimation de l'épaisseur de l'atmosphère

La couche la plus externe de l'atmosphère d'un corps céleste est appelée exosphère. L'altitude minimale de l'exosphère, appelée exobase, peut être choisie comme définition de l'épaisseur de l'atmosphère : on la note e .



L'exosphère se définit comme la région de l'atmosphère où la densité de particules est assez faible pour que l'effet des collisions entre particules soit négligeable en comparaison de l'effet de leur

cinétique. En particulier, le libre parcours moyen des particules de l'atmosphère y est supérieur à la hauteur caractéristique H de l'atmosphère introduite précédemment.

L'expression du libre parcours moyen d'une particule de l'atmosphère est donnée par :

$$\ell(z) = \frac{M_a}{a^2 N_A \mu(z)}$$

où $a = 1 \text{ nm}$ est la taille typique des molécules formant le gaz et N_A la constante d'Avogadro et M_a la masse molaire de l'atmosphère martienne établie à la question 4.

9. Donner l'interprétation physique du libre parcours moyen. En proposer une estimation au niveau du sol martien, que l'on notera ℓ_0 . Comparer ce résultat avec celui obtenu grâce à la même formule à la surface de la Terre. Commenter.

10. Exprimer e en fonction de ℓ_0 et H en utilisant le modèle de l'atmosphère isotherme précédent. En déduire une estimation de l'épaisseur de l'atmosphère martienne. Confronter le résultat à la valeur fournie dans les données en fin d'énoncé.

D. L'échappement de l'atmosphère martienne vers l'espace

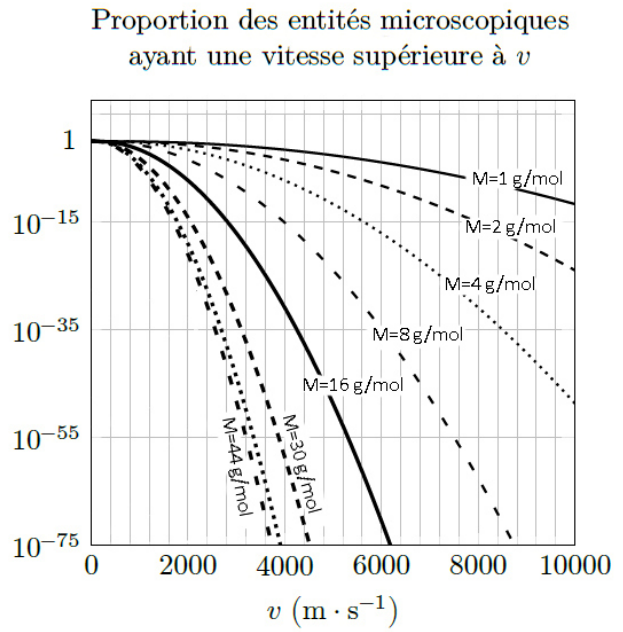
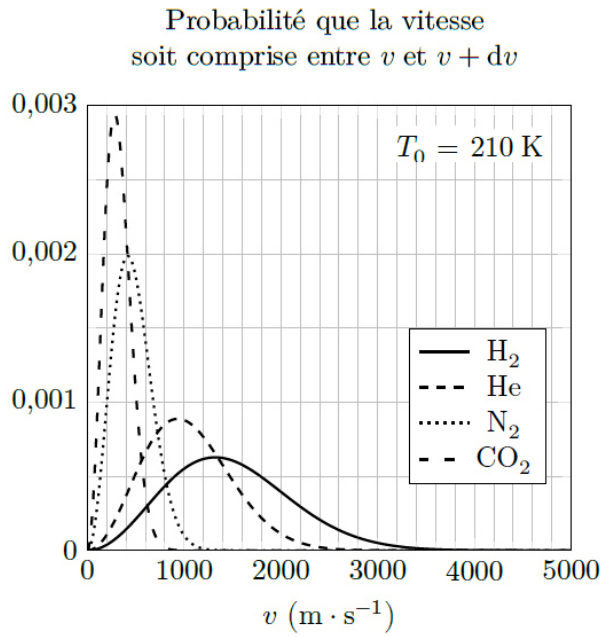
Les mécanismes ayant conduit l'atmosphère martienne à être ce qu'elle est aujourd'hui ne sont pas bien connus. Plusieurs hypothèses ont été proposées pour expliquer la perte de la majeure partie de l'atmosphère, il y a environ 4 milliards d'années. En particulier, Mars aurait perdu son bouclier magnétique permettant alors au vent solaire de balayer une grande partie de son atmosphère. De plus, d'importantes éruptions volcaniques ou des impacts de météorites auraient éjecté les gaz atmosphériques vers l'espace.

Aujourd'hui encore, d'autres processus continuent de faire évoluer la composition de l'atmosphère martienne. En 2013, la NASA a envoyé la sonde MAVEN qui est toujours en activité autour de Mars. Sa principale mission est de mesurer quantitativement le taux de perte des composés atmosphériques qui s'échappent dans le milieu interplanétaire afin de pouvoir extrapoler les taux d'échappement tout au long de l'histoire de la planète. En novembre 2015, l'équipe scientifique de MAVEN a rendu publics des résultats montrant que les gaz atmosphériques s'évaporaient dans l'espace au rythme de $d_{perte} = 100 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$ environ.

L'un des mécanismes d'échappement est celui dit de Jeans. Certaines molécules en provenance des couches atmosphériques inférieures de Mars peuvent subir des réactions chimiques les transformant en atomes neutres (N, H, O, etc.). Lorsque ces réactions se produisent près de l'exobase, certains des atomes sont expulsés vers l'exosphère. En effet, dans cette région, la densité est suffisante pour que des réactions se produisent, mais elle est suffisamment faible pour que l'énergie acquise par les particules ne soit pas dissipée dans de nouvelles collisions (thermalisation). Ainsi, si ces atomes ont une énergie cinétique suffisante à l'issue de la réaction chimique, ils s'échappent dans l'espace interplanétaire.

11. Déterminer la vitesse de libération v_{lib} pour une particule à la base de l'exosphère de Mars. L'A.N. donne $v_{lib} = 4,9 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

12. À l'aide des graphes ci-dessous, indiquer quel est le principal élément chimique qui subit l'échappement de Jeans et justifier la composition de l'atmosphère martienne actuelle.



Données utiles :

Rayon moyen de la planète Mars : $R_m = 3,39 \times 10^3 \text{ km}$

Accélération de la pesanteur à la surface de la planète Mars : $g_0 = 3,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Température à la surface de Mars : $T_0 = 210 \text{ K}$

Pression à la surface de Mars : $p_0 = 600 \text{ Pa}$

Altitude moyenne de l'exobase : $e = 220 \text{ km}$

Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

Constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

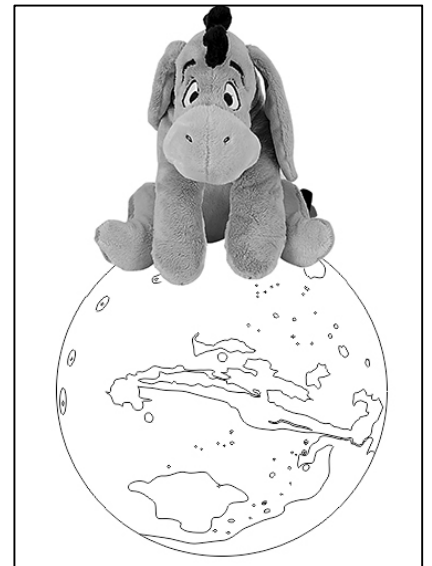
Masse molaire du carbone : $M(\text{C}) = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Masse molaire de l'azote $M(\text{N}) = 14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Masse molaire de l'oxygène $M(\text{O}) = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Masse molaire de l'argon $M(\text{Ar}) = 40 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

13. Ne devrait-on pas compléter la série d'image de la terraformation par une des images suivantes ?



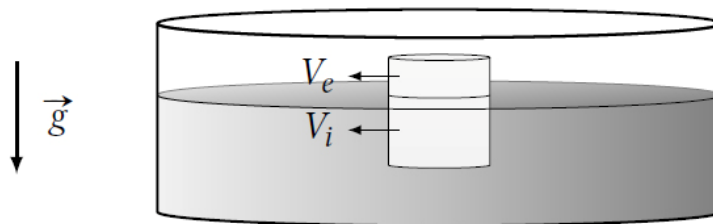
III. La fonte des inlandsis (d'après Agro-Véto 2024) :

Un inlandsis est un glacier de grande étendue qui se présente sous la forme d'une couche de glace dont l'épaisseur peut atteindre plusieurs milliers de mètres et qui recouvre le sol. Il n'existe sur Terre que deux inlandsis : celui du Groënland et celui de l'Antarctique. Ces deux inlandsis se prolongent vers la mer ou l'océan sous la forme de barrières de glace, dont se détachent les icebergs.

On propose d'abord d'estimer la hausse du niveau des océans sur Terre qui résulte de la fonte des icebergs puis de la fonte des inlandsis.

A. Hausse du niveau des océans due à la fonte des icebergs

Afin d'analyser l'éventuel impact de la fonte des icebergs sur l'élévation du niveau des océans, on propose d'étudier une situation modèle. On considère l'équilibre d'un glaçon, constitué d'eau pure, dans un récipient contenant de l'eau liquide.



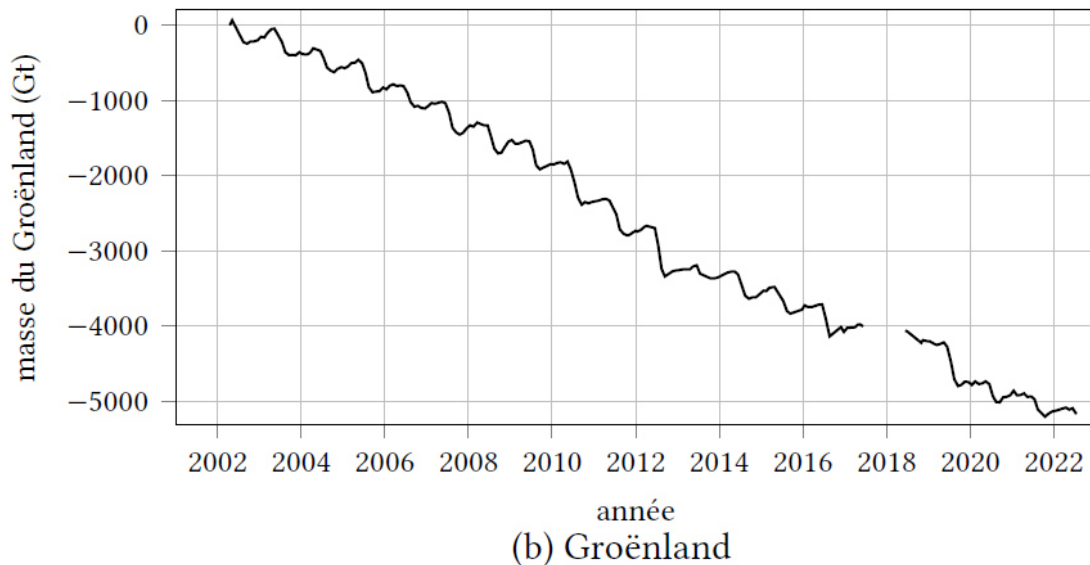
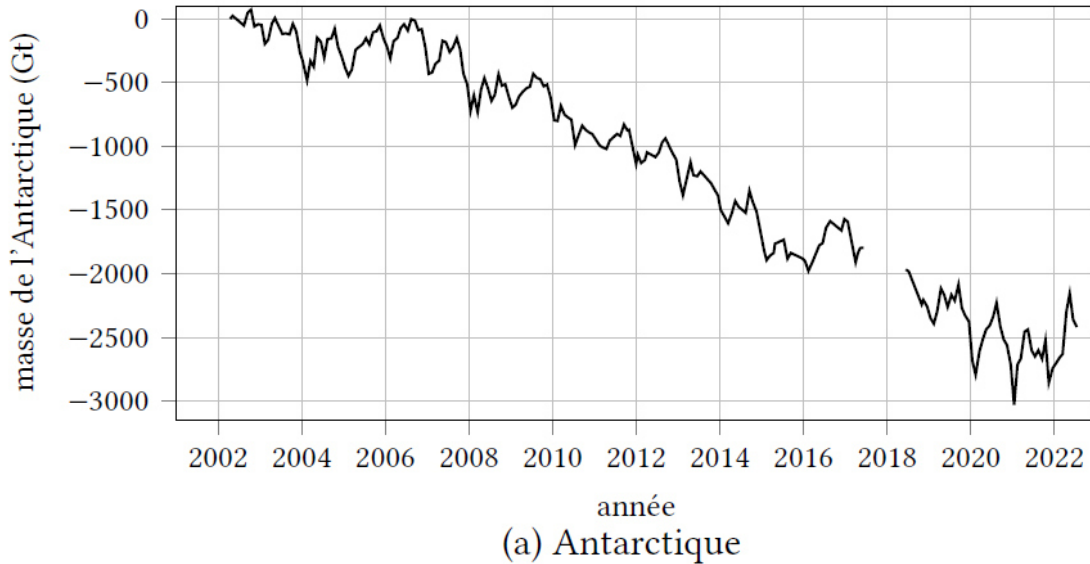
1. Rappeler l'énoncé du théorème d'Archimède.
2. Déterminer l'expression de la poussée d'Archimède $\vec{\pi}$ qui s'exerce sur le glaçon en fonction du volume immergé V_i , de la masse volumique ρ_e de l'eau liquide et de l'accélération de la pesanteur \vec{g} .
3. Exprimer le volume émergé V_e en fonction du volume immergé V_i et des masses volumiques de l'eau liquide ρ_e et de la glace ρ_{gl} . Faire l'A.N. du rapport V_e/V_i avec $\rho_e = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ et $\rho_{gl} = 920 \text{ kg.m}^{-3}$.

On repère le niveau de l'eau liquide dans le récipient juste après avoir déposé le glaçon et juste après la fonte de celui-ci.

4. Justifier que le niveau d'eau liquide dans le récipient ne varie pas après la fonte du glaçon.
5. Préciser si ce résultat se maintient dans le cas où le glaçon constitué d'eau pure flotte dans de l'eau salée, de masse volumique $\rho_{es} = 1035 \text{ kg.m}^{-3}$ supérieure à celle de l'eau pure (ρ_e).
6. Discuter succinctement sur l'éventuelle contribution de la fonte des icebergs à l'élévation du niveau des océans.

B. Hausse du niveau des océans due à la fonte des inlandsis

La fonte de la glace qui constitue les inlandsis contribue à l'élévation du niveau des océans. Les variations de l'épaisseur moyenne des inlandsis se déduisent des mesures de leur altitude de surface par des satellites dédiés. Les graphes ci-dessous représentent les variations estimées de la masse des inlandsis de l'Antarctique et du Groenland depuis 2002 (en Gigatonnes).



7. Les relevés précédents présentent des oscillations particulièrement visibles dans le cas du Groenland. Estimer grossièrement la période de ces oscillations et proposer une interprétation de leur origine.
8. Estimer la hausse du niveau des océans consécutive à la fonte des inlandsis du Groenland et de l'Antarctique pendant les vingt dernières années, en s'appuyant sur les données des graphes. On rappelle que la Terre, de rayon $R_T = 6400 \text{ km}$, est recouverte à 70% par les océans.
9. Quelle durée vous sépare de votre prochain séjour à la plage ? Pensez-vous y voir des icebergs ? Commencez-vous à sentir votre cerveau qui se ramollit ?

IV. TIPE « Le son dans les mousses » :

Un groupe d'élèves de PCSI 1 a étudié la propagation du son dans une mousse.

Nous allons suivre leurs démarches et reprendre leurs résultats.

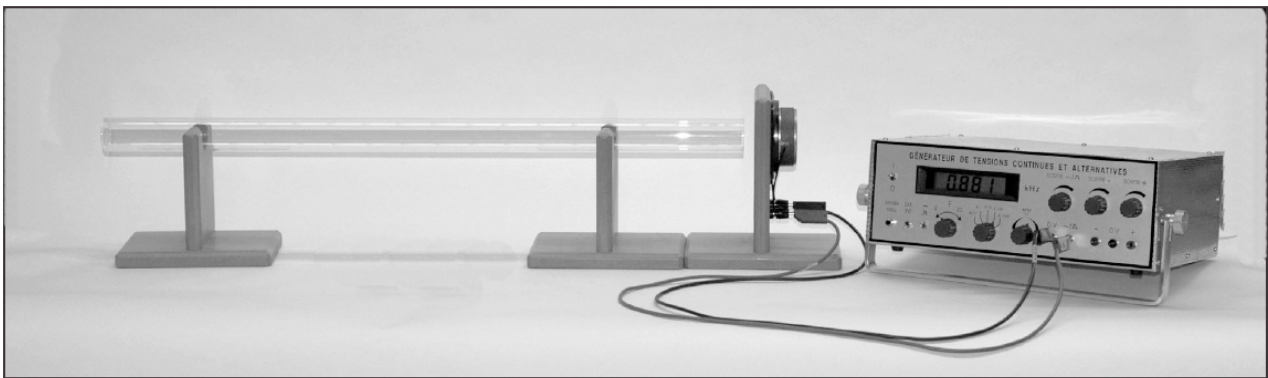
A. Test du dispositif par la mesure de la vitesse du son dans l'air

Pour évaluer la vitesse du son, on utilise un dispositif appelé : tube de Kundt, constitué d'un tube en verre de longueur $L = 75 \text{ cm}$ et de diamètre $D = 4 \text{ cm}$.

Un haut-parleur est positionné à proximité d'une des extrémités du tube et un micro peut être déplacé à l'intérieur de celui-ci.

Un GBF alimente le haut-parleur avec un signal sinusoïdal de fréquence f réglable.

Le signal capté par le micro est envoyé, après filtrage et amplification vers un oscilloscope.



Pour tester le dispositif, ils ont proposé un protocole permettant de déterminer la vitesse du son dans l'air dans un premier temps. Cette vitesse est connue dans les conditions de températures de l'expérience : $c_{air} = 343 \text{ m.s}^{-1}$.

Lorsque l'air est au repos dans le tube, la pression est uniforme ; elle est notée p_0 . L'onde sonore impose une surpression acoustique $p(x, t)$: la pression totale est alors $p_0 + p(x, t)$.

Le haut-parleur n'est pas plaqué à l'extrémité du tube et on considère donc que le tube est ouvert à ses deux extrémités : en $x = 0$ et en $x = L$: ces deux points sont des nœuds de surpression.

On souhaite déterminer les fréquences pour lesquelles les ondes stationnaires sinusoïdales se mettent en place dans le tube. On admet que la surpression peut se mettre sous la forme :

$$p(x, t) = p_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x + \varphi\right) \cos(2\pi f t)$$

1. Déterminer l'expression des longueurs d'onde λ_n des ondes stationnaires pouvant se développer dans le tube, compatibles avec les conditions aux limites. On introduira un nombre n dont on donnera l'ensemble de définition.
2. En déduire les fréquences f_n associées.
3. Pour les deux premiers modes propres, déterminer $p(x, t)$ et les tracer à l'instant $t = 0$.
4. Déterminer les abscisses x_k des ventres de surpression pour le mode n , donner l'ensemble de définition de k et exprimer la distance d entre deux maximums successifs.

En faisant varier la fréquence du GBF, ils ont constaté que l'intensité sonore perçue à l'extérieur du tube devient beaucoup plus forte lorsque qu'une onde stationnaire existe dans le tube.

Ils déplacent alors le micro au sein du tube et relèvent la distance entre deux maximums successifs.

Voici quelques relevés obtenus :

Fréquence	690 Hz	910 Hz	1140 Hz
Distance d entre deux maximums	25,1 cm	18,7 cm	15,1 cm

- Déterminer les valeurs de n correspondant aux modes propres observés.
- En déduire la vitesse du son obtenue pour chacune de ces trois mesures. Sont-elles compatibles ?

L'incertitude-type sur les mesures de distance est $u(d) = 0,5 \text{ cm}$ et sur le choix de la fréquence de résonance l'incertitude-type est évaluée à $u(f) = 5 \text{ Hz}$.

- En déduire l'incertitude-type sur la vitesse du son. Ces mesures sont-elles compatibles avec la valeur tabulée : $c_{\text{air}} = 343 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ à la température de l'expérience ?

B. Mesure de la vitesse du son dans une mousse

Les élèves ont ensuite rempli le tube de Kundt de mousse à raser et ont procédé à une seule mesure pour des raisons techniques : pour $f = 500 \text{ Hz}$ ils ont mesuré une distance entre deux maximums successifs égale à $d = 15,0 \text{ cm}$.

- En déduire la vitesse de propagation c_m du son dans la mousse étudiée.



Une analyse physique de la propagation du son (cf. 2^{ème} année) conduit à l'expression suivante de la célérité du son dans un milieu de masse volumique μ et de coefficient de compressibilité isentropique χ_s :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu \chi_s}}$$

Dans le cas de l'air dans les conditions de température et de pression de l'expérience, les valeurs tabulées sont : $\mu_{air} = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et $\chi_{S,air} = 7,07 \times 10^{-6} \text{ USI}$.

Pour l'eau dans les mêmes conditions, les valeurs sont : $\mu_{eau} = 998 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et $\chi_{S,eau} = 4,9 \times 10^{-10} \text{ USI}$.

9. Déterminer les valeurs numériques de la vitesse théorique du son dans l'air c_{air} puis dans l'eau c_{eau} .

La mousse peut être considérée comme un milieu continu, homogène, de masse volumique au repos μ_m et de compressibilité isentropique $\chi_{S,m}$.

La mousse étudiée est composée principalement d'eau et d'air. On note x_e la fraction volumique d'eau dans la mousse.

10. Exprimer la masse volumique μ_m de la mousse en fonction des masses volumiques μ_{air} et μ_{eau} ainsi que de x_e . Proposer une simplification de cette expression en tenant compte des ordres de grandeurs des termes en présence.

11. De même, exprimer $\chi_{S,m}$ en fonction de $\chi_{S,air}$ et de $\chi_{S,eau}$ et simplifier. En déduire l'expression de c_m en fonction de μ_{eau} , $\chi_{S,air}$ et de x_e .

12. Déduire de la mesure de la vitesse du son c_m réalisée dans ma mousse sa fraction volumique en eau x_e .

RAPPELS SUR LES INCERTITUDES

Incertitude-type de type B (mesure unique) :

- On détermine le **demi-intervalle** acceptable pour la mesure, noté **a** :
 - pour une lecture sur une **échelle graduée** (règle, thermomètre gradué, palmer...) :

$$a = 1/2 \text{ graduation}$$
 - pour un **appareil de mesure** à affichage digital (voltmètre, thermomètre électronique, ...) :
 a est appelé **précision** et est donné par la **notice**
 - pour un **composant** (résistances, condensateurs, bobines, ...) :
 a est appelé **tolérance** et est donné par le **fabricant**
 - pour une **évaluation directe par l'utilisateur** entre x_1 et x_2 :

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{et le demi-intervalle } a = \frac{x_2 - x_1}{2}$$

- L'incertitude-type de la mesure est donnée par :

$$u_B = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad \text{à multiplier par } \sqrt{2} \text{ en cas de mesure double}$$

Comparaison d'une mesure : x_1 ; $u(x_1)$

avec une valeur de référence x_{ref}	avec une autre mesure : x_2 ; $u(x_2)$
On détermine l' écart normalisé ou z-score :	
$z = \frac{ x_1 - x_{ref} }{u(x_1)}$	$z = \frac{ x_1 - x_2 }{\sqrt{u(x_1)^2 + u(x_2)^2}}$
Si $z < 2$, on considère qu'il y a compatibilité Si $z \geq 2$, on considère qu'il y a incompatibilité et il faut chercher la cause.	

Propagation des incertitudes dans les calculs

Une seule variable : $Y = f(X)$

Relation affine : si $Y = aX + b$ alors $u(Y) = |a| u(X)$

Relation de puissance : si $Y = aX^n$ alors $\frac{u(Y)}{Y} = |n| \frac{u(X)}{X}$

Deux variables : $Y = f(X_1, X_2)$

Combinaison linéaire : si $Y = aX_1 + bX_2$ alors $u(Y) = \sqrt{(a u(X_1))^2 + (b u(X_2))^2}$

Monôme : si $Y = X_1^a X_2^b$ alors $\frac{u(Y)}{Y} = \sqrt{\left(\frac{a u(X_1)}{X_1}\right)^2 + \left(\frac{b u(X_2)}{X_2}\right)^2}$