

Essayer et commenter le programme suivant :

```

from numpy import *
from matplotlib.pyplot import *

axis([0,5,-2,6])
grid()
xlabel('axe des abscisses')
title('Kandinsky')

x1=array([1,2,4])
y1=array([1,4,3])
plot(x1,y1,linestyle='None',marker='o',color='r')

x2=array([1,3])
y2=array([5,1])
plot(x2,y2,linestyle='-',marker='',color='b', linewidth=3)

x3=array([2,4,3,2])
y3=array([-1,-1,0,-1])
plot(x3,y3,'g-*')

show()

```

On peut se contenter de spécifier la plage des abscisses par `xlim(0,5)`, la plage des ordonnées par `ylim(-2,6)`. Un repère orthonormé est obtenu grâce à `axis('equal')`.

D'autres options possibles pour la couleur, le style du trait ou le *marker* :

g	vert
r	rouge
k	noir
b	bleu
c	cyan
m	magenta
y	jaune

-	trait continu
--	tirets
-.	points-tirets
:	pointillés
None	pas de trait

.	point
,	pixel
+	+
x	x
*	étoile
None	pas de marque

Exercice 1 *Les racines énièmes*

Faire un programme demandant à l'utilisateur un entier $n \geq 1$ et affichant les images dans le plan d'Argand-Cauchy des racines n -ièmes de l'unité.

Exercice 2 *La suite de Syracuse*

Faire un programme demandant à l'utilisateur un entier de départ u_0 et affichant l'ensemble du vol de la suite de Syracuse jusqu'au premier retour à 1.

Rappel : la suite est définie par $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \begin{cases} \frac{u_n}{2} & \text{si } u_n \text{ est pair} \\ 3u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ est impair} \end{cases}$.

Exercice 3 *Les courbes de fonctions*

Faire un programme affichant en bleu la courbe de la fonction cosinus et en vert la courbe de la fonction sinus sur $[0, 2\pi]$.

Commenter le programme suivant qui est la manière classique de tracer des courbes avec Python. En particulier, quelle est la nature de X, Y1, Y2 ?

```
from numpy import *
from matplotlib.pyplot import *

X=linspace(0,2*pi,200)

Y1=cos(X)
plot(X,Y1,color='b',label='cos(x)')

Y2=sin(X)
plot(X,Y2,color='g',label='sin(x)')

legend()
show()
```

Exercice 4 Les courbes de fonctions

1. Représenter les courbes des fonctions ch et sh.
2. Représenter les courbes des fonctions $x \mapsto x^n$ pour $n \in \llbracket 1, 10 \rrbracket$.

Exercice 5 Le mouvement Brownien

On cherche à modéliser le mouvement aléatoire d'une particule en suspension dans un fluide, appelé *mouvement brownien*. La modélisation proposée est la suivante :

- Étape 0 : On suppose que la particule a pour coordonnées $(0, 0)$ au départ.
- De l'étape n à l'étape $n + 1$, la particule parcourt un segment de longueur 1, dans une direction formant un angle aléatoire θ_n (compris entre 0 et 2π) avec l'axe (Ox) .
- Le nombre d'étapes (donc de segments parcourus par la particule) sera un entier N saisi au clavier par l'utilisateur.

Dans un deuxième temps, on pourra également modéliser la longueur du parcours par un réel au hasard choisi entre 0 et 1.

NB : on pourra utiliser la fonction `random` fournissant un réel au hasard entre 0 et 1. Cette fonction se trouve dans le module `random`.

Exercice 6 Sommes de Weyl

Étant donnée une suite réelle (u_n) , on considère la ligne polygonale $\mathcal{L}(u)$ dont les sommets successifs sont

les points $z_N = \sum_{n=0}^N e^{2i\pi u_n}$. On remarque que chaque côté de $\mathcal{L}(u)$ est un segment de longueur 1.

D'après le critère de Weyl, si la suite (u_n) est équirépartie modulo 1, on a $z_N = o(N)$, donc la ligne $\mathcal{L}(u)$ ne s'éloigne pas trop vite de l'origine.

Faire un programme dessinant $\mathcal{L}(u)$.

On le testera pour :

- $u_n = n\alpha$ dans les cas $\alpha \in \left\{ \frac{3}{11}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5} \right\}$;
- $u_n = \alpha n \sqrt{n}$ dans les cas $\alpha \in \{1, \sqrt{2}, \sqrt{7}\}$.

Si on note p_n le n -ième nombre premier, on a $p_n \sim n \ln n$ (HADAMARD-LA VALLÉE POUSSIN, 1896). Représenter les lignes $\mathcal{L}(\sqrt{2}n \ln n)$, $\mathcal{L}(\sqrt{2} \lfloor n \ln n \rfloor)$, $\mathcal{L}(\sqrt{2}p_n)$, $\mathcal{L}(\sqrt{2} \text{randint}(1, n))$.

NB : la fonction \ln est obtenue par `log` dans `numpy` : attention ! La partie entière est obtenue par `floor`. On peut obtenir un entier au hasard entre a et b (compris) par `randint(a, b)`. Cette fonction se trouve dans le module `random`.