Correction entrainement 3 et 4

Réponses

- .1 a) .... $\boxed{\arctan\left(\frac{AB}{OA}\right)}$
- .1 b)... $\boxed{\arctan\left(\frac{AB}{OA}\right) \times \frac{180}{\pi}}$
- .1 c) .... $\boxed{0{,}52^\circ}$
- .1 d) .... $\boxed{0{,}53^\circ}$
- .1 e) .... (b)
- .1 f) .... (a)
- .2 a) .... $\boxed{\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}}$
- .2 b) .... $\boxed{-2}$
- .3 a) .... $\boxed{40\,\text{cm}}$
- .3 b) .... $\boxed{-10\,\text{cm}}$
- .3 c) .... $\boxed{-50\,\text{cm}}$
- .3 d) .... $\boxed{20\,\text{cm}}$
- .4 a) .... $\boxed{\frac{A_1B_1}{f'_1}}$
- .4 b) .... $\boxed{\frac{A_1B_1}{f'_2}}$
- .4 c) .... $\boxed{\frac{f'_1}{f'_2}}$
- .4 d) .... $\boxed{4}$
- .5 .... (b)
- .6 a) .... Correct
- .6 b) .... Incorrect
- .6 c) .... Incorrect
- .6 d) .... Correct
- .7 a) .... $\boxed{5{,}0\,\text{cm}}$
- .7 b) .... $\boxed{+20\,\delta}$
- .8 .... (b)
- .9 a) .... $\boxed{0{,}22\,\text{m}}$
- .9 b) .... (a)
- .10 a) .... $\boxed{\frac{\overline{OA} \times \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}}}$
- .10 b) .... $\boxed{\frac{\overline{OA'} \times f'}{f' - \overline{OA'}}}$
- .10 c) .... $\boxed{\frac{\overline{OA} \times \overline{OA'}}{\overline{OA} - \overline{OA'}}}$
- .10 d) .... après
- .11 a) .... $\boxed{\frac{-f'^2}{\overline{F'A'}}}$
- .11 b) .... $\boxed{\overline{FA} - f'}$
- .11 c) .... réel
- .12 a) .... (b)
- .12 b) .... (b)
- .13 a) ...... $\boxed{\overline{OA} = -5{,}02\,\text{cm}}$
- .13 b) .... $\boxed{10{,}8\,\text{m} \times 7{,}2\,\text{m}}$
- .14 a) .... (a)
- .14 b) .... (b)
- .15 a) .... $\boxed{\overline{OA'} = -15\,\text{cm}}$
- .15 b) .... virtuelle
- .15 c) .... $\boxed{5{,}0\,\text{cm}}$
- .15 d) .... droite
- .16 a) .... $\boxed{\frac{D^2 - d^2}{4D}}$
- .16 b) .... $\boxed{\frac{15D}{64}}$
- .16 c) .... $\boxed{0}$

Entrainement 4 :

.1 a) Dans le triangle rectangle OAB, on a $\tan(\alpha) = \frac{AB}{OA}$. Comme l'angle α est entre $-\pi/2$ et $\pi/2$, on a $\alpha = \arctan\left(\frac{AB}{OA}\right)$ pour un objet lointain.

.1 b) On effectue une conversion radian-degré du résultat précédent : $\alpha = \arctan\left(\frac{AB}{OA}\right) \times \frac{180}{\pi}$.

.1 c) Dans le triangle rectangle OAB, on a OA $\gg$ AB. Donc, on a $\alpha \approx \tan(\alpha) = \frac{3{,}5 \cdot 10^3\,\text{km}}{384\,400\,\text{km}} \times \frac{180}{\pi} = 0{,}52^\circ$.

d) Dans le triangle rectangle OAB, on a OA $\gg$ AB. Donc, on a

$$\alpha \approx \tan(\alpha) = \frac{1{,}4 \cdot 10^6\,\text{km}}{150\,600 \cdot 10^3\,\text{km}} \times \frac{180}{\pi} = 0{,}53^\circ.$$

e) Même si les valeurs ne sont pas strictement égales, elles sont proches d'un point de vue physique, l'écart tif entre elles valant $\frac{\alpha_S - \alpha_L}{\alpha_L} = 1{,}9\,\%$.

Les diamètres angulaires de la Lune et du Soleil pour un observateur situé sur Terre sont proches.

1-f-La Lune et le Soleil ont la même taille apparente sur le ciel. Si la Lune, plus proche de la Terre, se place entre la Terre et le Soleil, celle-ci va dissimuler complètement le Soleil : on parle d'éclipse solaire. Les diamètres apparents n'ont rien à voir avec l'alternance des saisons, liée à l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre, ni avec
l'effet de marée, lié à l'attraction gravitationnelle de la Lune et du Soleil sur les océans et la croûte terrestre.

.2 a) Par application du théorème de Thalès, on a $\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$.

....

.2 b) Par lecture graphique, on constate que $\overline{OA'} = 8$ unités horizontales et $\overline{OA} = -4$ unités horizontales. après la relation déterminée dans la question précédente, on a $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{8 \text{ carreaux}}{-4 \text{ carreaux}} = -2$.

....

.3 a) Le sens positif est le sens de propagation de la lumière. Le point F'_1 est après O_1 donc $\overline{O_1F'_1} = 40\,\text{cm}$.

....

.3 b) Le point F_2 est en avant de O_2 donc $\overline{O_2F_2} = -10\,\text{cm}$.

....

.3 c) Le point O_1 est en avant de O_2 donc $\overline{O_2O_1} = -50\,\text{cm}$.

....

.3 d) Le point A_1 est en avant de F'_2 donc $\overline{A_1F'_2} = 20\,\text{cm}$.

....

.4 a) Dans le triangle rectangle $O_1A_1B_1$, on a $\tan(\alpha) = \frac{A_1B_1}{O_1F'_1}$. Comme l'objet est très éloigné, l'angle α est tit ; comme il est exprimé en radians, on peut effectuer l'approximation $\alpha \approx \tan(\alpha)$.

....

.4 b) Dans le triangle rectangle $O_2A_1B_1$, on a $\tan(\alpha') = \frac{A_1B_1}{O_2F'_2}$. Comme l'objet est très éloigné, l'angle α' est tit ; comme il est exprimé en radians, on peut effectuer l'approximation $\alpha' \approx \tan(\alpha')$.

....

.4 c) En utilisant les deux expressions trouvées pour α et α', on trouve

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \times \frac{f'_1}{A_1B_1} = \frac{f'_1}{f'_2}.$$

....

.4 d) Graphiquement, on lit $f'_1 = 16$ carreaux et $f'_2 = 4$ carreaux. Donc, on a $G = \frac{f'_1}{f'_2} = 4$. Un objet lointain servé à travers cette lunette apparaîtra sous un diamètre 4 fois plus important qu'à l'œil nu.

Entrainement 3

5 Pour se placer dans les conditions de Gauss (stigmatisme approché et aplanétisme), les rayons lumineux issus d'un objet doivent passer près du centre optique et être peu inclinés par rapport à l'axe optique principal.

....

6 a) Ce schéma est correct car un rayon parallèle au rayon incident passant par le centre optique de la lentille sans être dévié couperait le rayon émergent dans le plan focal image de la lentille convergente.

....

6 b) Ce schéma est incorrect car le foyer image F' d'une lentille convergente est situé au delà de la lentille et non en avant (par rapport au sens de propagation de la lumière). Ce schéma serait correct si la lentille était divergente.

....

6 c) Ce schéma est incorrect car un rayon lumineux qui ressort d'une lentille parallèle à l'axe optique principal, a une direction incidente passant par le foyer objet F. Ce qui n'est pas le cas ici puisque le rayon incident passe par le foyer image F'.

....

6 d) Ce schéma est correct car un rayon incident dont la direction passe par le foyer objet F ressort parallèle à l'axe optique de la lentille.

9.7 a) On ajoute un rayon incident issu de B parallèle à l'axe optique principal et émergeant en B'.

On trouve la position du foyer image principal F' à l'intersection entre l'axe optique principal et le rayon tracé.

En mesurant la distance $\overline{\mathrm{OF'}}$ sur le schéma et en tenant compte de l'échelle du document (8 carreaux sur le document correspondent à 10 cm en réalité), on trouve : $\overline{\mathrm{OF'}} = 5{,}0\,\mathrm{cm}$.

9.7 b) En utilisant la définition de la vergence, on a $V = \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{0{,}05\,\mathrm{m}} = +20\ \delta$.

9.8 Pour comparer les lentilles, il faut comparer soit leurs distances focales images f', soit leurs distances focales objets $f = -f'$, soit leurs vergences $V = \dfrac{1}{f'}$.

Remarquons que le lentille (d) est exclue d'office, car $f'_d = -8{,}0\,\mathrm{cm} < 0$ donc il s'agit d'une lentille divergente ($f' < 0$) et non convergente ($f' > 0$).

Calculons les vergences des trois lentilles qui sont encore à considérer. On a

- pour le lentille (a) : $V_a = +8{,}0\ \delta$;
- pour la lentille (b) : $V_b = \dfrac{1}{f'_b} = \dfrac{1}{0{,}080\,\mathrm{m}} = +12{,}5\ \delta$;
- et pour la lentille (c) : $V_c = \dfrac{1}{f'} = -\dfrac{1}{f} = -\dfrac{1}{-0{,}100\,\mathrm{m}} = +10{,}0\ \delta$.

On a $V_b > V_c > V_a$; donc, c'est la lentille (b) qui est la plus convergente.

9.9 a) On a $R = 2(n - n_{\mathrm{air}}) \times f' = 2(n - n_{\mathrm{air}})\dfrac{1}{V} = 2 \times (1{,}67 - 1) \times \dfrac{1}{6{,}0\,\mathrm{m}^{-1}} = 0{,}22\,\mathrm{m}$.

.9 b) La situation (c) est exclue d'office car l'équation n'est pas homogène (n et n_{air} sont sans dimension tandis que R est une longueur).

La situation (b) permet de déduire que $f' = \dfrac{R}{2}$, c'est-à-dire une distance finie à laquelle convergent les rayons.

La situation (a) conduit à $f' \longrightarrow +\infty$: les rayons convergent à l'infini donc ils ne sont pas déviés.

Une autre approche consiste à voir que si les indices de part et d'autre du dioptre sont identiques, il n'y a pas de déviation (loi de Snell-Descartes). Réponse : (a).

---

10 a) On déduit de la relation $\dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}}$ que $\overline{\mathrm{OA'}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA}} \times \overline{\mathrm{OF'}}}{\overline{\mathrm{OA}} + \overline{\mathrm{OF'}}}$.

---

10 b) On déduit de la relation $\dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}}$ que $\overline{\mathrm{OA}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA'}} \times \overline{\mathrm{OF'}}}{\overline{\mathrm{OF'}} - \overline{\mathrm{OA'}}}$. Ainsi, $\overline{\mathrm{OA}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA'}} \times f'}{f' - \overline{\mathrm{OA'}}}$.

---

10 c) On déduit de la relation $\dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}}$ que $f' = \overline{\mathrm{OF'}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA}} \times \overline{\mathrm{OA'}}}{\overline{\mathrm{OA}} - \overline{\mathrm{OA'}}}$.

10 d) On a montré que $\overline{\mathrm{OA'}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA}} \times \overline{\mathrm{OF'}}}{\overline{\mathrm{OA}} + \overline{\mathrm{OF'}}}$. Or, on a $\overline{\mathrm{OA}} = -15\,\mathrm{cm}$ et $\overline{\mathrm{OF'}} = 4{,}0\,\mathrm{cm}$.

L'application numérique donne $\overline{\mathrm{OA'}} = \dfrac{-15\,\mathrm{cm} \times 4{,}0\,\mathrm{cm}}{-15\,\mathrm{cm} + 4{,}0\,\mathrm{cm}} = 5{,}5\,\mathrm{cm}$.

Comme $\overline{\mathrm{OA'}} > 0$, l'image $\overline{\mathrm{A'B'}}$ se situe après la lentille.

.11 a) On déduit de la relation $\overline{\mathrm{F'A'}} \times \overline{\mathrm{FA}} = -f'^2$ que $\overline{\mathrm{FA}} = \dfrac{-f'^2}{\overline{\mathrm{F'A'}}}$.

11 c) On a montré d'une part que $\overline{FA} = \dfrac{-f'^2}{\overline{F'A'}}$ et d'autre part que $\overline{OA} = \overline{OF} + \overline{FA}$.

Les applications numériques donnent

$$\overline{FA} = \frac{-(12{,}0\,\mathrm{cm})^2}{5{,}0\,\mathrm{mm}} = \frac{-(0{,}120\,\mathrm{m})^2}{5{,}0\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}} = -2{,}88\,\mathrm{m} \qquad \text{et} \qquad \overline{OA} = -0{,}12\,\mathrm{m} + (-2{,}88\,\mathrm{m}) = -3{,}00\,\mathrm{m}.$$

L'objet se trouve à 3 m en avant de la lentille, il s'agit donc d'un objet réel.

---

12 a) Par définition du grandissement, l'image est agrandie car $|\gamma| > 1$.

---

12 b) L'image est renversée car $\gamma < 0$.

---

13 a) On a $\overline{OA'} = 15\,\mathrm{m}$ et $f' = 5{,}00\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}$. D'après la relation de conjugaison de Descartes, on a

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}.$$

On en déduit que $\overline{OA} = \dfrac{\overline{OA'} \times \overline{OF'}}{\overline{OF'} - \overline{OA'}}$. Donc, on a $\overline{OA} = \dfrac{15{,}0\,\mathrm{m} \times 5{,}00\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}}{5{,}02\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} - 15\,\mathrm{m}} = -5{,}02\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} = -5{,}02\,\mathrm{cm}$.

13 b) Le grandissement γ vaut

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{15\,\mathrm{m}}{-0{,}050\,2\,\mathrm{m}} = -299.$$

Ainsi, la largeur de l'image sur l'écran vaut $299 \times 36\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} = 10{,}8\,\mathrm{m}$. De plus, la hauteur de l'image sur l'écran vaut $299 \times 24\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} = 7{,}18\,\mathrm{m}$.

Finalement, les dimensions de l'image sur l'écran sont : $10{,}8\,\mathrm{m} \times 7{,}2\,\mathrm{m}$.

---

14 a) On sait que $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{\overline{OF'}}$. Ici, on a $\overline{OA} \longrightarrow -\infty$ donc $\dfrac{1}{\overline{OA}} \longrightarrow 0^-$. Finalement, on a $\overline{OA'} \longrightarrow \overline{OF'}$.

---

14 b) On sait que $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{\overline{OF'}}$. Ici, on souhaite que $\overline{OA'} \longrightarrow +\infty$; donc on souhaite que $\dfrac{1}{\overline{OA'}} \longrightarrow 0^+$ et donc que $\overline{OA} \longrightarrow -\overline{OF'} = \overline{OF}$.

15 a) On a $\overline{OA'} = \dfrac{\overline{OA} \times \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}}$. Or, on a $\overline{OA} = -6{,}0\,\mathrm{cm}$ et $\overline{OF'} = 10{,}0\,\mathrm{cm}$. Donc, on a

$$\overline{OA'} = \frac{-6{,}0\,\mathrm{cm} \times 10\,\mathrm{cm}}{-6{,}0\,\mathrm{cm} + 10\,\mathrm{cm}} = -15\,\mathrm{cm}.$$

---

15 b) L'image se situe en avant de la lentille. On l'observera directement à travers la lentille, en regardant dans la direction de l'objet.

---

15 c) Sa taille se calcule à l'aide de la formule du grandissement : $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$. Ici, on a

$$\overline{A'B'} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \times \overline{AB} = \frac{-15\,\mathrm{cm}}{-6{,}0\,\mathrm{cm}} \times 2{,}0\,\mathrm{cm} = 5{,}0\,\mathrm{cm}.$$

---

15 d) Le grandissement est positif : il s'agit d'une image droite.

9.16 a) On transforme l'expression $\dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{\frac{D+d}{2}} - \dfrac{1}{\frac{-(D-d)}{2}}$ en mettant les fractions sous dénominateur commun et en isolant f'. On a

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{\frac{D+d}{2}} - \frac{1}{\frac{-(D-d)}{2}} = \frac{2}{D+d} + \frac{2}{D-d} \qquad \text{donc} \qquad \frac{1}{f'} = \frac{2(D-d)+2(D+d)}{(D+d)(D-d)} = \frac{4D}{D^2-d^2}.$$

Finalement, on trouve $f' = \dfrac{D^2-d^2}{4D}$.

9.16 b) En remplaçant d par $\dfrac{D}{4}$, on arrive à $f' = \dfrac{D^2 - \frac{D^2}{16}}{4D} = \dfrac{15D}{64}$.

9.16 c) En remplaçant f' par $\dfrac{D}{4}$, on arrive à $\dfrac{D}{4} = \dfrac{4D}{D^2-d^2}$ et donc à $D^2 = D^2 - d^2$. Ainsi, on a $d = 0$.