Fiche n° 11. Principe fondamental de la dynamique

Réponses

11.1 $\boxed{\dfrac{p + m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}}$

11.2 a) $\boxed{\sqrt{(mR\omega^2 - T)^2 + (mg)^2}}$

11.2 b) $\boxed{\arctan\left(\dfrac{mR\omega^2 - T}{mg}\right)}$

11.3 a) $\boxed{a_0(t - t_0)}$

11.3 b) $\boxed{0}$

11.3 c) $\boxed{\dfrac{a_0}{k}\left[1 - \mathrm{e}^{-k(t-t_0)}\right]}$

11.4 a) $\boxed{a\cos(\alpha)\overrightarrow{e_x} + a\sin(\alpha)\overrightarrow{e_y}}$

11.4 b) $\boxed{b\sin(\alpha)\overrightarrow{e_x} + b\cos(\alpha)\overrightarrow{e_y}}$

11.4 c) $\boxed{c\cos(\alpha)\overrightarrow{e_x} - c\sin(\alpha)\overrightarrow{e_y}}$

11.4 d) $\boxed{-d\sin(\alpha)\overrightarrow{e_x} + d\cos(\alpha)\overrightarrow{e_y}}$

11.5 a) $\boxed{-P\sin(\alpha)\overrightarrow{e_x} - P\cos(\alpha)\overrightarrow{e_y}}$

11.5 b) $\boxed{N\overrightarrow{e_y}}$

11.6 a) $\boxed{P\cos(\theta)\overrightarrow{e_r} - P\sin(\theta)\overrightarrow{e_\theta}}$

11.6 b) $\boxed{-T\overrightarrow{e_r}}$

11.6 c) $\boxed{(P\cos(\theta) - T)\overrightarrow{e_r} - P\sin(\theta)\overrightarrow{e_\theta}}$

11.7 a) $\boxed{P\overrightarrow{e_x}}$

11.7 b) $\boxed{-T\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} - T\sin(\theta)\overrightarrow{e_y}}$

11.7 c) $\boxed{(P - T\cos(\theta))\overrightarrow{e_x} - T\sin(\theta)\overrightarrow{e_y}}$

11.8 a) $\boxed{\left(\dfrac{1}{2}a_0t^2 + x_0\right)\overrightarrow{e_x} - v_0t\overrightarrow{e_y} + z_0\overrightarrow{e_z}}$

11.8 b) $\boxed{a_0t\overrightarrow{e_x} - v_0\overrightarrow{e_y}}$

11.8 c) $\boxed{a_0\overrightarrow{e_x}}$

11.9 a) $\boxed{g\overrightarrow{e_z}}$

11.9 b) $\boxed{v_0\overrightarrow{e_x} + gt\overrightarrow{e_z}}$

11.9 c) $\boxed{(v_0t + x_0)\overrightarrow{e_x} + y_0\overrightarrow{e_y} + \dfrac{1}{2}gt^2\overrightarrow{e_z}}$

11.10 a) $\boxed{\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} + \sin(\theta)\overrightarrow{e_y}}$

11.10 b) $\boxed{-\sin(\theta)\overrightarrow{e_x} + \cos(\theta)\overrightarrow{e_y}}$

11.10 c) $\boxed{-\dot\theta\sin(\theta)\overrightarrow{e_x} + \dot\theta\cos(\theta)\overrightarrow{e_y}}$

11.10 d) $\boxed{-\dot\theta\cos(\theta)\overrightarrow{e_x} - \dot\theta\sin(\theta)\overrightarrow{e_y}}$

11.10 e) $\boxed{\dot\theta\overrightarrow{e_\theta}}$

11.10 f) $\boxed{-\dot\theta\overrightarrow{e_r}}$

11.11 $\boxed{\text{c}}$

11.12 a) $\boxed{\dot r\overrightarrow{e_r} + r\dot\theta\overrightarrow{e_\theta}}$

11.12 b) $\boxed{(\ddot r - r\dot\theta^2)\overrightarrow{e_r} + (2\dot r\dot\theta + r\ddot\theta)\overrightarrow{e_\theta}}$

11.13 a) $\boxed{2{,}2\,\mathrm{N}}$

11.13 b) $\boxed{0{,}46\,\mathrm{rad}}$

11.14 a) $\boxed{(T' - T)\cos\theta}$

11.14 b) $\boxed{(T' + T)\sin\theta - F}$

11.14 c) $\boxed{1{,}17\,\mathrm{kN}}$

11.15 $\boxed{1{,}6\,\mathrm{N}}$

11.16 $\boxed{864\,\mathrm{N}}$

11.17 a) $\boxed{P\cos\alpha}$

11.17 b) $\boxed{-m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + P\sin\alpha}$

11.18 a) $\boxed{\dfrac{T_1}{2m}}$

11.18 b) $\boxed{g - \dfrac{T_2}{m}}$

11.18 c) $\boxed{\dfrac{g}{3}}$

Corrigés

11.2 a) Pour obtenir F il faut pouvoir éliminer α. L'astuce consiste à utiliser l'identité

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1.$$

On a $\begin{cases} F\sin\alpha = mR\omega^2 - T \\ F\cos\alpha = mg \end{cases}$ soit $F^2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = F^2 = \big(mR\omega^2 - T\big)^2 + (mg)^2$. Finalement, l'intensité d'une force étant positive, on trouve $F = \sqrt{(mR\omega^2 - T)^2 + (mg)^2}$.

11.2 b) Quand on écrit le système sous la forme $\begin{cases} F\sin\alpha = mR\omega^2 - T \\ F\cos\alpha = mg \end{cases}$, on s'aperçoit qu'il suffit de faire le rapport des deux équations pour éliminer F. On obtient

$$\tan\alpha = \frac{mR\omega^2 - T}{mg} \quad \text{d'où} \quad \alpha = \arctan\left(\frac{mR\omega^2 - T}{mg}\right).$$

11.3 a) La solution générale s'écrit $v(t) = a_0 t + C_1$ où C_1 est une constante d'intégration que l'on détermine à l'aide de la condition $v(t_0) = 0$. Cette condition donne $C_1 = -a_0 t_0$ d'où la solution $v(t) = a_0(t - t_0)$.

11.3 b) La solution générale s'écrit $v(t) = A\mathrm{e}^{-kt}$. La condition initiale $v(t_0) = 0$ implique $A = 0$ puisque $\mathrm{e}^{-kt} > 0$ pour tout t. Ainsi la solution est $v(t) = 0$.

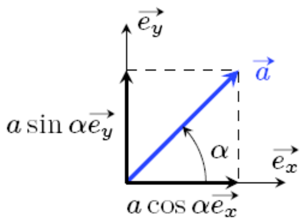
11.3 c) La solution de l'équation homogène est $v(t) = A\mathrm{e}^{-kt}$. Une solution particulière (constante) est $v = \dfrac{a_0}{k}$. Les solutions sont $v(t) = A\mathrm{e}^{-kt} + \dfrac{a_0}{k}$. La condition initiale $v(t_0) = 0$ donne $A = -\dfrac{a_0}{k}\mathrm{e}^{kt_0}$. Il en découle la solution générale : $v(t) = \dfrac{a_0}{k}\left[1 - \mathrm{e}^{-k(t-t_0)}\right]$.

11.4 a)

La composante suivant $\overrightarrow{e_x}$ correspond au produit scalaire

$$\vec{a} \cdot \overrightarrow{e_x} = a \times 1 \times \cos(\alpha).$$

De même la composante suivant $\overrightarrow{e_y}$ est le produit scalaire $\vec{a} \cdot \overrightarrow{e_y} = a \times 1 \times \cos(\pi/2 - \alpha) = a\sin(\alpha)$. On peut retrouver ces résultats géométriquement (*cf.* ci-contre).



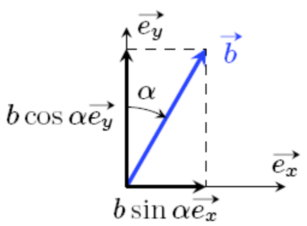
11.4 b)

La composante suivant $\overrightarrow{e_x}$ vaut

$$b_x = \vec{b} \cdot \overrightarrow{e_x} = b\cos(\pi/2 - \alpha) = b\sin(\alpha).$$

De même, la composante suivant $\overrightarrow{e_y}$ vaut

$$b_y = \vec{b} \cdot \overrightarrow{e_y} = b\cos(\alpha).$$



11.4 c)

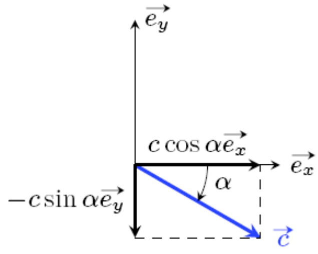
On a

$$c_x = \vec{c} \cdot \vec{e_x} = c\cos(\alpha)$$

et

$$c_y = \vec{c} \cdot \vec{e_y} = c\cos(\pi/2 + \alpha) = -c\sin(\alpha).$$

On retrouve ces projections à l'aide de la construction ci-contre.



11.4 d)

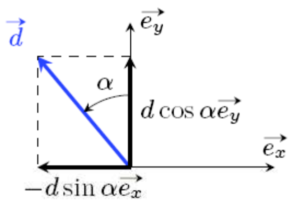
On trouve

$$d_x = \vec{d} \cdot \vec{e_x} = d\cos(\pi/2 + \alpha) = -d\sin(\alpha)$$

et

$$d_y = \vec{d} \cdot \vec{e_y} = d\cos(\alpha).$$

La construction ci-contre confirme ces projections.



11.5 a) La composante suivant $\vec{e_x}$ du poids est $P_x = \vec{P} \cdot \vec{e_x} = P\cos(\alpha + \pi/2) = -P\sin(\alpha)$. De même, sa composante suivant $\vec{e_y}$ s'écrit $P_y = \vec{P} \cdot \vec{e_y} = P\cos(\alpha + \pi) = -P\cos(\alpha)$. Ainsi, le poids s'écrit

$$\vec{P} = -P\sin(\alpha)\vec{e_x} - P\cos(\alpha)\vec{e_y}.$$

11.5 b) Le vecteur $\vec{N}$ est colinéaire au vecteur unitaire $\vec{e_y}$ et de même sens ; on a donc $\vec{N} = N\vec{e_y}$.

11.6 a) La composante suivant $\vec{e_r}$ du poids est $P_r = \vec{P} \cdot \vec{e_r} = P\cos(\theta)$. De même, sa composante suivant $\vec{e_\theta}$ s'écrit $P_\theta = \vec{P} \cdot \vec{e_\theta} = P\cos(\alpha + \pi/2) = -P\sin(\theta)$. Ainsi, le poids s'écrit

$$\vec{P} = P\cos(\theta)\vec{e_r} - P\sin(\theta)\vec{e_\theta}.$$

11.6 b) Le vecteur $\vec{T}$ est colinéaire au vecteur unitaire $\vec{e_r}$ et de sens opposé ; on a donc $\vec{T} = -T\vec{e_r}$.

11.7 a) Le poids $\vec{P}$ est colinéaire et de même sens que le vecteur unitaire $\vec{e_x}$; on a donc $\vec{P} = P\vec{e_x}$.

11.7 b) La composante suivant $\vec{e_x}$ de la tension du fil $\vec{T}$ est $T_x = \vec{T} \cdot \vec{e_x} = T\cos(\pi - \theta) = -T\cos(\theta)$.

De même, sa composante suivant $\vec{e_y}$ vaut $T_y = \vec{T} \cdot \vec{e_y} = T\cos(\pi/2 + \theta) = -T\sin(\theta)$. Finalement, on trouve

$$\vec{T} = -T\cos(\theta)\vec{e_x} - T\sin(\theta)\vec{e_y}.$$

11.8 a) Le vecteur position est le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = x\vec{e_x} + y\vec{e_y} + z\vec{e_z}$, d'où

$$\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \left(\frac{1}{2}a_0t^2 + x_0\right)\vec{e_x} - v_0t\vec{e_y} + z_0\vec{e_z}.$$

11.8 b) Dans le système de coordonnées cartésiennes, le vecteur vitesse s'écrit

$$\vec{v} = \dot{x}\vec{e_x} + \dot{y}\vec{e_y} + \dot{z}\vec{e_z} = a_0t\vec{e_x} - v_0\vec{e_y}.$$

11.8 c) Dans le système de coordonnées cartésiennes, le vecteur accélération s'exprime en fonction des dérivées secondes des coordonnées : $\vec{a} = \ddot{x}\vec{e_x} + \ddot{y}\vec{e_y} + \ddot{z}\vec{e_z} = a_0\vec{e_x}$.

....

11.9 a) D'après le PFD, on a $mg\vec{e_z} = m\vec{a}$ d'où $\vec{a} = g\vec{e_z}$.

....

11.9 b) L'accélération s'écrit $\vec{a} = \dot{v}_x\vec{e_x} + \dot{v}_y\vec{e_y} + \dot{v}_z\vec{e_z}$. On en déduit

$$\left\{\begin{array}{lcl} \dot{v}_x & = & 0 \\ \dot{v}_y & = & 0 \\ \dot{v}_z & = & g \end{array}\right. \quad \text{donc} \quad \left\{\begin{array}{lcc} v_x & = & C_1 \\ v_y & = & C_2 \\ v_z & = & gt + C_3. \end{array}\right.$$

Les conditions initiales imposent $C_1 = v_0$, $C_2 = 0$ et $C_3 = 0$. Finalement, on trouve $\vec{v} = v_0\vec{e_x} + gt\vec{e_z}$.

....

11.9 c) Le vecteur vitesse s'écrit $\vec{v} = \dot{x}\vec{e_x} + \dot{y}\vec{e_y} + \dot{z}\vec{e_z}$.

Par identification avec l'expression obtenue précédemment, on a

$$\left\{\begin{array}{lcl} \dot{x} & = & v_0 \\ \dot{y} & = & 0 \\ \dot{z} & = & gt \end{array}\right. \quad \text{donc} \quad \left\{\begin{array}{lcc} x & = & v_0t + C_4 \\ y & = & C_5 \\ z & = & \frac{1}{2}gt^2 + C_6. \end{array}\right.$$

Les conditions initiales imposent $C_4 = x_0$, $C_5 = y_0$ et $C_6 = 0$. Finalement, on trouve

$$\overrightarrow{\mathrm{OM}} = (v_0t + x_0)\vec{e_x} + y_0\vec{e_y} + \frac{1}{2}gt^2\vec{e_z}.$$

....

11.10 a) On a $\vec{e_r}\cdot\vec{e_x} = \cos(\theta)$ et $\vec{e_r}\cdot\vec{e_y} = \cos(\pi/2 - \theta) = \sin(\theta)$ d'où $\vec{e_r} = \cos(\theta)\vec{e_x} + \sin(\theta)\vec{e_y}$.

....

11.10 b) On a $\vec{e_\theta}\cdot\vec{e_x} = \cos(\pi/2 + \theta) = -\sin(\theta)$ et $\vec{e_\theta}\cdot\vec{e_y} = \cos(\theta)$ d'où $\vec{e_\theta} = -\sin(\theta)\vec{e_x} + \cos(\theta)\vec{e_y}$.

....

11.10 c) Il suffit de dériver le vecteur $\vec{e_r} = \cos(\theta)\vec{e_x} + \sin(\theta)\vec{e_y}$, en utilisant le fait que $\vec{e_x}$ et $\vec{e_y}$ sont des constantes (vectorielles). On a donc $\dfrac{\mathrm{d}\vec{e_r}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}\cos(\theta)}{\mathrm{d}t}\vec{e_x} + \dfrac{\mathrm{d}\sin(\theta)}{\mathrm{d}t}\vec{e_y}$. Ici, θ dépend du temps, par conséquent on a

$$\frac{\mathrm{d}\cos(\theta)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \times \frac{\mathrm{d}\cos(\theta)}{\mathrm{d}\theta} = -\dot{\theta}\sin(\theta).$$

De même, on a $\dfrac{\mathrm{d}\sin(\theta)}{\mathrm{d}t} = \dot{\theta}\cos(\theta)$. Finalement, on trouve

$$\frac{\mathrm{d}\vec{e_r}}{\mathrm{d}t} = -\dot{\theta}\sin(\theta)\vec{e_x} + \dot{\theta}\cos(\theta)\vec{e_y}.$$

....

11.10 d) En partant de $\vec{e_\theta} = -\sin(\theta)\vec{e_x} + \cos(\theta)\vec{e_y}$, on trouve

$$\frac{\mathrm{d}\vec{e_\theta}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\sin(\theta)}{\mathrm{d}t}\vec{e_x} + \frac{\mathrm{d}\cos(\theta)}{\mathrm{d}t}\vec{e_y} = -\dot{\theta}\cos(\theta)\vec{e_x} - \dot{\theta}\sin(\theta)\vec{e_y}.$$

....

11.11 Le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ est colinéaire et de même sens que $\vec{e_r}$. Sa norme étant égale r, on a $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = r\vec{e_r}$.

11.12 a) Il suffit de dériver le vecteur position en utilisant les résultats des exercices précédents : on trouve

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{OM}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\vec{e_r} + r\frac{\mathrm{d}\vec{e_r}}{\mathrm{d}t} = \dot{r}\vec{e_r} + r\dot{\theta}\vec{e_\theta}.$$

11.12 b) Dérivons le vecteur vitesse :

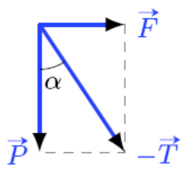
$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\dot{r}}{\mathrm{d}t}\vec{e_r} + \dot{r}\frac{\mathrm{d}\vec{e_r}}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}(r\dot{\theta})}{\mathrm{d}t}\vec{e_\theta} + r\dot{\theta}\frac{\mathrm{d}\vec{e_\theta}}{\mathrm{d}t} = \big(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\big)\vec{e_r} + \big(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\big)\vec{e_\theta}.$$

11.13 a) Calculons le carré scalaire :

$$\vec{T}^2 = (-\vec{F} - \vec{P})^2 = F^2 + P^2 + 2\vec{F}\cdot\vec{P} = 5$$

car $\vec{F}\cdot\vec{P} = 0$. Par conséquent, $T = \sqrt{5\,\mathrm{N}^2} \simeq 2{,}2\,\mathrm{N}$.

11.13 b) Une construction géométrique permet de trouver immédiatement l'angle α :



$$\tan\alpha = F/P \quad \text{soit} \quad \alpha = 0{,}46\,\mathrm{rad}.$$

On peut aussi utiliser les produits scalaires. Par exemple,

$$\vec{T}\cdot\vec{F} = T \times F\cos(\pi/2 + \alpha) = -TF\sin\alpha.$$

De plus, compte tenu de l'équilibre des forces, on a

$$\vec{T}\cdot\vec{F} = (-\vec{F} - \vec{P})\cdot\vec{F} = -F^2 - \vec{P}\cdot\vec{F} = -F^2.$$

Il en découle $\sin\alpha = F/T$ soit $\alpha = 0{,}46\,\mathrm{rad}$ (c'est-à-dire $\alpha = 26°$).

11.14 a) On a $\vec{R} = \vec{T} + \vec{T'} + \vec{F}$. La composante horizontale de $\vec{R}$ vaut

$$R_x = \vec{R}\cdot\vec{e_x} = \underbrace{\vec{T}\cdot\vec{e_x}}_{-T\cos\theta} + \underbrace{\vec{T'}\cdot\vec{e_x}}_{T'\cos\theta} + \underbrace{\vec{F}\cdot\vec{e_x}}_{0} = (T' - T)\cos\theta.$$

11.14 b) La composante verticale de $\vec{R}$ s'écrit

$$R_y = \vec{R}\cdot\vec{e_y} = \underbrace{\vec{T}\cdot\vec{e_y}}_{T\sin\theta} + \underbrace{\vec{T'}\cdot\vec{e_y}}_{T'\sin\theta} + \underbrace{\vec{F}\cdot\vec{e_y}}_{-F} = (T' + T)\sin\theta - F.$$

11.14 c) Résoudre l'équation vectorielle $\vec{R} = \vec{0}$, c'est résoudre le système d'équations suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} (T' - T)\cos\theta & = & 0 \\ (T' + T)\sin\theta - F & = & 0 \end{array}\right. \quad \text{soit} \quad \left\{\begin{array}{rcl} T' & = & T \\ T & = & \dfrac{F}{2\sin\theta}. \end{array}\right.$$

Sachant que $F = 800\,\mathrm{N}$ et $\theta = 20°$, on obtient $T = 1{,}17\,\mathrm{kN}$.

11.15 Le principe fondamental de la dynamique impose $m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{a}$. En projetant la relation précédente suivant la verticale descendante, on obtient $mg - F = ma$ ce qui donne $F = m(g - a) = 1{,}6\,\mathrm{N}$.

....

11.16 L'homme subit son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et la force de contact dû à l'ascenseur $-\vec{F}$ (principe des actions réciproques). Le principe fondamental de la dynamique donne $m\vec{g} - \vec{F} = m\vec{a}$. En projetant sur la verticale ascendante, on obtient $ma = -mg + F$, soit $F = m(a + g) = 80\,\mathrm{kg} \times 10{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}} = 864\,\mathrm{N}$.

....

11.17 a) Le principe fondamental de la dynamique donne $\vec{P} + \vec{f_\mathrm{n}} + \vec{f_\mathrm{t}} = m\vec{a}$ avec $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e_\mathrm{t}}$ ($\vec{e_\mathrm{t}}$ est le vecteur unitaire orienté suivant le vecteur vitesse ; c'est le vecteur tangent de la base de Frenet). Si l'on projette la relation suivant la normale $\vec{e_\mathrm{n}}$ au support on aboutit à

$$\underbrace{\vec{P}\cdot\vec{e_\mathrm{n}}}_{P\cos(\pi-\alpha)} + \underbrace{\vec{f_\mathrm{n}}\cdot\vec{e_\mathrm{n}}}_{f_\mathrm{n}} + \underbrace{\vec{f_\mathrm{t}}\cdot\vec{e_\mathrm{n}}}_{0} = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\underbrace{\vec{e_\mathrm{t}}\cdot\vec{e_\mathrm{n}}}_{0},$$

ce qui donne $f_\mathrm{n} = -P\cos(\pi - \alpha) = P\cos\alpha$.

....

11.17 b) En projetant la relation fondamentale de la dynamique suivant la direction tangentielle au support, on obtient

$$\underbrace{\vec{P}\cdot\vec{e_\mathrm{t}}}_{P\cos(\pi/2-\alpha)} + \underbrace{\vec{f_\mathrm{n}}\cdot\vec{e_\mathrm{t}}}_{0} + \underbrace{\vec{f_\mathrm{t}}\cdot\vec{e_\mathrm{t}}}_{-f_\mathrm{t}} = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\underbrace{\vec{e_\mathrm{t}}\cdot\vec{e_\mathrm{t}}}_{1},$$

c'est-à-dire $f_\mathrm{t} = -m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + P\sin\alpha$.

....

11.18 a) Le principe fondamental appliqué au bloc B_1 donne $2m\vec{g} + \vec{R} + \vec{T_1} = 2m\vec{a_1}$. En projetant cette relation suivant le sens du mouvement, on obtient :

$$2m\underbrace{\vec{g}\cdot\vec{e_x}}_{0} + \underbrace{\vec{R}\cdot\vec{e_x}}_{0} + \underbrace{\vec{T_1}\cdot\vec{e_x}}_{T_1} = 2m\underbrace{\vec{a_1}\cdot\vec{e_x}}_{a_1} \quad \text{soit} \quad a_1 = \frac{T_1}{2m}.$$

....

11.18 b) Le principe fondamental appliqué au bloc B_2 donne $m\vec{g} + \vec{T_2} = m\vec{a_2}$. En projetant cette relation suivant le sens du mouvement, on obtient :

$$m\underbrace{\vec{g}\cdot\vec{e_y}}_{g} + \underbrace{\vec{T_2}\cdot\vec{e_y}}_{-T_2} = m\underbrace{\vec{a_2}\cdot\vec{e_y}}_{a_2} \quad \text{soit} \quad a_2 = g - \frac{T_2}{m}.$$

....

11.18 c) On a les relations :

$$a_1 = \frac{T_1}{2m} \qquad \text{et} \qquad a_2 = g - \frac{T_2}{m}.$$

Multiplions la première relation par $2m$, et la deuxième par m, puis additionnons les. On trouve

$$2ma_1 + ma_2 = T_1 + mg - T_2.$$

Comme $a_1 = a_2$ et $T_1 = T_2$, on obtient $3ma_1 = mg$ soit $a_1 = a_2 = g/3$.