

Gaz parfaits

Prérequis

La loi des gaz parfaits s'écrit $PV = nRT$, avec P en pascals, V en mètres cubes, n en moles et T en kelvins.

Constantes utiles

→ constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

→ définition du bar : $1 \text{ bar} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$

→ conversion entre kelvins et degrés Celsius : $T (\text{K}) = \theta (^\circ\text{C}) + 273,15$

Entraînement au calcul



Entraînement 1.1 — Quelques calculs de volume.



Calculer le volume (en L) occupé à $T = 25^\circ\text{C}$ et sous une pression $P = 1,0 \text{ bar}$ pour les gaz suivants.

a) 100 g d'argon ($M_{\text{Ar}} = 40 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

b) 32 g de dioxygène O_2 ($M_{\text{O}} = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

c) 1,2 kg de dioxyde de carbone CO_2 ($M_{\text{C}} = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



Entraînement 1.2 — Bouteille de butane.



Une bouteille de 30,6 L, maintenue à 20°C , contient du butane (C_4H_{10}) qui est sous la forme d'un mélange liquide/gaz comprimé. Le contenu de la bouteille présente une masse m de 13 kg.

On donne $M_{\text{H}} = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $M_{\text{C}} = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

a) Combien vaut la masse molaire (en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$) du butane?

b) Quelle serait la pression à l'intérieur de la bouteille si tout le butane était à l'état gazeux?

.....

c) Quel volume occuperait le contenu de la bouteille, s'il était entièrement à l'état gazeux, sous une pression de 1,0 bar et à la température de 20°C ?



Entraînement 1.3 — Volume molaire.



Calculer le volume molaire (en $\text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$) d'un gaz parfait :

a) sous 1,00 bar et à $25,0^\circ\text{C}$

b) sous 2,00 bar et à $50,0^\circ\text{C}$

 **Entraînement 1.4 — Surchauffe ?**



Un pneu de voiture, de volume supposé constant, est gonflé à froid, à la température $T_1 = 20^\circ\text{C}$, sous la pression $P_1 = 2,0$ bar. Après avoir roulé un certain temps, le pneu affiche une pression $P_2 = 2,3$ bar.

Quelle est alors sa température (en $^\circ\text{C}$) si l'on assimile l'air à un gaz parfait ?

 **Entraînement 1.5**



Un récipient de volume V_1 enferme de l'air (assimilé à un gaz parfait) à la température $T_1 = 20^\circ\text{C}$ et sous une pression $P_1 = 1,20$ bar.

Que vaut la pression finale (en bar) si l'on augmente :

a) le volume de 20% ?

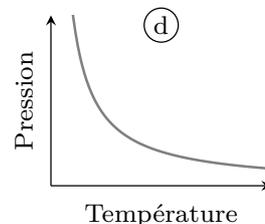
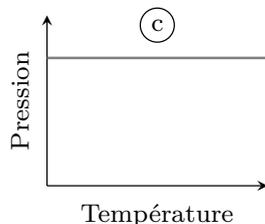
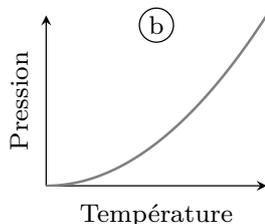
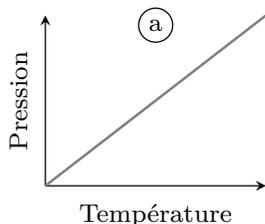
b) la température de 10°C ?

Manipulations algébriques

 **Entraînement 1.6 — Faire le lien entre une formule et un graphe.**

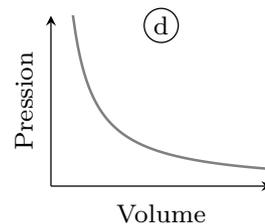
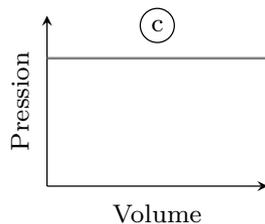
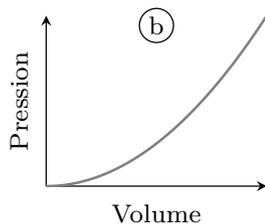
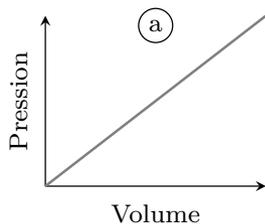


a) Lequel de ces graphes représente la relation entre pression et température lorsque n et V sont fixés ?



.....

b) Lequel de ces graphes représente la relation entre pression et volume lorsque n et T sont fixés ?



.....

Entraînement 1.7 — Masse volumique de l'eau.



On considère un gaz parfait de masse molaire M , à la pression P et à la température T .

a) Exprimer sa masse volumique ρ en fonction de M , P et T

b) La vapeur d'eau a pour masse volumique $\rho = 0,595 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ à 100°C et 1013 hPa . Sa masse molaire est $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Est-ce compatible avec le modèle du gaz parfait?

Entraînement 1.8 — Compression d'un gaz.



Un gaz, initialement à la pression P_1 et à la température $T_1 = 25^\circ\text{C}$, est comprimé jusqu'à une pression valant $P_2 = 4P_1$. Sa masse volumique initiale est de ρ_1 .

Exprimer sa masse volumique finale ρ_2 en fonction de ρ_1 si sa température T_2 vaut :

a) $T_2 = T_1$

b) $T_2 = 50^\circ\text{C}$

 **Entraînement 1.9 — Mouvement d'un piston.**



Une enceinte maintenue à une température T est divisée en deux parties d'égal volume V , par un piston mobile sans frottement.

Initialement, le piston est bloqué, et chaque compartiment contient un gaz parfait de pressions respectives P_1 et P_2 . On note n_1 et n_2 les quantités de matière dans chaque compartiment.



Une fois débloqué, le piston se déplace librement de façon à ce que les pressions dans chaque compartiment deviennent égales.

Déterminer :

a) la relation entre n_1 , n_2 , P_1 et P_2

b) le volume V_1 en fonction de V , P_1 et P_2

Entraînement 1.10 — Expression de la densité d'un gaz.



La densité d d'un gaz A est le rapport entre la masse volumique du gaz A et la masse volumique de l'air sous les mêmes conditions de pression et de température. Autrement dit, c'est

$$d = \frac{\rho_A}{\rho_{\text{air}}}.$$

On note M_A la masse molaire de A et M_{air} celle de l'air.

Exprimer la densité d en fonction de M_A et M_{air} à l'aide de la loi du gaz parfait

Entraînement 1.11 — Bulle de savon.



Une bulle de savon sphérique de rayon r enferme n moles d'air à la température ambiante T_0 .

La pression qui règne à l'intérieur de la bulle de savon est donnée par

$$P = P_0 + \frac{4\gamma}{r}$$

où γ est la tension superficielle de l'eau savonneuse et où P_0 est la pression atmosphérique.

a) Donner l'expression du volume de la bulle en fonction r

b) Exprimer n en fonction de P_0 , T_0 , γ et r

Mélange de gaz parfaits

Tous les mélanges de gaz seront considérés parfaits.

Entraînement 1.12 — Un gaz sous pression.



Un gisement donné fournit du gaz naturel dont la composition (en fractions molaires) est :

- 81,3% méthane (CH_4)
- 2,9% éthane (C_2H_6)
- 0,4% propane (C_3H_8)
- 0,2% butane (C_4H_{10})
- 14,3% diazote (N_2)

On donne $M_{\text{H}} = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, $M_{\text{C}} = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $M_{\text{N}} = 14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Calculer :

a) la masse molaire du mélange

b) la fraction massique de l'éthane .

Entraînement 1.13 — Composition d'un mélange.



Un mélange de diazote N_2 ($M_{\text{N}} = 14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) et de dioxygène O_2 ($M_{\text{O}} = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) présente une masse volumique de $1,00 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ à 100°C et sous une pression de 1013 hPa .

a) Calculer la masse molaire du mélange

b) En déduire la fraction molaire en dioxygène

Entraînement 1.14 — Air humide.



L'humidité relative (ou *taux d'hygrométrie*) est le rapport

$$H = \frac{\text{pression partielle de vapeur d'eau}}{\text{pression de vapeur saturante}}$$

La pression de vapeur saturante de l'eau à 25 °C vaut 3 166 Pa.

Quelle est la masse de vapeur d'eau (on donne $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) présente dans une pièce de 400 m³ contenant de l'air à 25 °C un jour où l'humidité relative est de 60% ?

Entraînement 1.15 — Ajout d'un gaz.



Un récipient clos de volume V enferme un mélange gazeux contenant deux espèces A et B à une température T fixée. La pression totale vaut $P = 1\,500 \text{ hPa}$ et la pression partielle de A est de 1 100 hPa.

a) Quelle est la pression partielle de B ?

b) On ajoute une espèce C au système de sorte que la pression totale augmente jusqu'à 1 800 hPa.

Quelle est la nouvelle pression partielle de B ?

Réponses mélangées

25 L	4,79 %	$6,8 \times 10^2 \text{ L}$	$24,8 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$	Ⓐ	$18,2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$	$\frac{2P_1}{P_1 + P_2} V$
$\frac{4}{3}\pi r^3$	$3,7\rho_1$	1,00 bar	1,24 bar	non	400 hPa	400 hPa
64 °C	$30,6 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$	$\frac{M_A}{M_{\text{air}}}$	$1,8 \times 10^2 \text{ bar}$		$\frac{4\pi P_0 r^3 + 16\pi\gamma r^2}{3RT_0}$	$\frac{n_2}{n_1} = \frac{P_2}{P_1}$
62 L	65,6 %	5,5 kg	$58 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$	$13,4 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$	$\frac{MP}{RT}$	$4\rho_1$ $5,5 \text{ m}^3$

► Réponses et corrigés page 6

Fiche n° 1. Gaz parfaits

Réponses

1.1 a) $\boxed{62 \text{ L}}$	1.6 a) $\boxed{\text{a}}$	1.11 a) $\boxed{\frac{4}{3}\pi r^3}$
1.1 b) $\boxed{25 \text{ L}}$	1.6 b) $\boxed{\text{d}}$	1.11 b) $\boxed{\frac{4\pi P_0 r^3 + 16\pi\gamma r^2}{3RT_0}}$
1.1 c) $\boxed{6,8 \times 10^2 \text{ L}}$	1.7 a) $\boxed{\frac{MP}{RT}}$	1.12 a) $\boxed{18,2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$
1.2 a) $\boxed{58 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$	1.7 b) $\boxed{\text{non}}$	1.12 b) $\boxed{4,79 \%}$
1.2 b) $\boxed{1,8 \times 10^2 \text{ bar}}$	1.8 a) $\boxed{4\rho_1}$	1.13 a) $\boxed{30,6 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$
1.2 c) $\boxed{5,5 \text{ m}^3}$	1.8 b) $\boxed{3,7\rho_1}$	1.13 b) $\boxed{65,6 \%}$
1.3 a) $\boxed{24,8 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}}$	1.9 a) $\boxed{\frac{n_2}{n_1} = \frac{P_2}{P_1}}$	1.14 $\boxed{5,5 \text{ kg}}$
1.3 b) $\boxed{13,4 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}}$	1.9 b) $\boxed{\frac{2P_1}{P_1 + P_2} V}$	1.15 a) $\boxed{400 \text{ hPa}}$
1.4 $\boxed{64^\circ \text{C}}$	1.10 $\boxed{\frac{M_A}{M_{\text{air}}}}$	1.15 b) $\boxed{400 \text{ hPa}}$
1.5 a) $\boxed{1,00 \text{ bar}}$		
1.5 b) $\boxed{1,24 \text{ bar}}$		

Corrigés

1.1 a) On a $PV = nRT$ avec $n = \frac{m}{M}$. Ainsi, on a $V = \frac{m}{M} \times \frac{RT}{P}$. Notez que l'on peut laisser les masses en g si l'on exprime la masse molaire en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

$$\text{Ainsi, on a } V = \frac{100 \text{ g}}{40 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \times \frac{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 298,15 \text{ K}}{1 \times 10^5 \text{ Pa}} = 62 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 62 \text{ L}.$$

.....

1.1 b) On a $V = \frac{32 \text{ g}}{2 \times 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \times \frac{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 298,15 \text{ K}}{1 \times 10^5 \text{ Pa}} = 24,8 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 25 \text{ L}.$

.....

1.1 c) On a $V = \frac{1200 \text{ g}}{(12 + 2 \times 16) \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \times \frac{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 298,15 \text{ K}}{1 \times 10^5 \text{ Pa}} = 0,676 \text{ m}^3 = 6,8 \times 10^2 \text{ L}.$

.....

1.2 a) On a $M_{\text{C}_4\text{H}_{10}} = 4 \times M_{\text{C}} + 10 \times M_{\text{H}} = 4 \times 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} + 10 \times 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 58 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}.$

.....

1.2 b) Si tout le butane était à l'état gazeux dans la bouteille et en admettant qu'il se comporte comme un gaz parfait, la pression qui y règnerait serait de

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{m}{M} \times \frac{RT}{V} = \frac{13 \times 10^3 \text{ g}}{58 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \times \frac{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 293,15 \text{ K}}{30,6 \times 10^{-3} \text{ m}^3} = 179 \times 10^5 \text{ Pa} = 1,8 \times 10^2 \text{ bar}$$

et la bouteille exploserait... Heureusement qu'une grande partie est à l'état liquide!

.....

1.2 c) En considérant le butane comme gaz parfait, on a

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{m}{M} \frac{RT}{P} = \frac{13 \times 10^3 \text{ g}}{58 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \times \frac{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 293,15 \text{ K}}{1 \times 10^5 \text{ Pa}} = 5,5 \text{ m}^3.$$

1.3 a) Le volume molaire est le volume occupé par une mole de gaz : c'est $V_m = \frac{V}{n} = \frac{RT}{P}$.

En exprimant la pression en pascals et la température en kelvins on obtient

$$V_m = \frac{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 298,15 \text{ K}}{1,00 \times 10^5 \text{ Pa}} = 24,8 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} = 24,8 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

1.3 b) On applique la même formule. On trouve

$$V_m = \frac{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times (273,15 + 50) \text{ K}}{2,00 \times 10^5 \text{ Pa}} = 13,4 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} = 13,4 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

Remarquez que le volume molaire ne dépend pas de la nature du gaz mais seulement des conditions de pression et de température.

1.4 D'après la loi des gaz parfaits : $P_1V = nRT_1$ et $P_2V = nRT_2$ ce qui donne à volume constant :

$$T_2 = T_1 \frac{P_2}{P_1} = (273,15 + 20) \text{ K} \times \frac{2,3 \text{ bar}}{2,0 \text{ bar}} = 337 \text{ K} = 64 \text{ }^\circ\text{C}.$$

1.5 a) À température constante, le produit PV reste constant d'où

$$P_1V_1 = P_2V_2 \quad \text{avec} \quad V_2 = 1,2V_1 \quad \text{d'où} \quad P_2 = \frac{P_1}{1,2} = 1,0 \text{ bar}.$$

1.5 b) À volume constant le quotient P/T reste constant d'où

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad \text{d'où} \quad P_2 = P_1 \frac{T_2}{T_1} = 1,2 \times \frac{303,15}{293,15} = 1,24 \text{ bar}.$$

1.6 a) La loi des gaz parfaits permet d'exprimer P en fonction de T : $P = \frac{nR}{V}T = C^{\text{te}} \times T$, car nR/V est constant. On prévoit donc une relation linéaire dont la courbe représentative est une droite passant par l'origine.

1.6 b) En vertu de la loi du gaz parfait, on a $P = \frac{nRT}{V} = \frac{C^{\text{te}}}{V}$, car nRT est fixé. On prévoit donc une relation inverse dont la courbe représentative est une hyperbole.

1.7 a) Par définition, la masse volumique vaut

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{nM}{\frac{nRT}{P}} = \frac{MP}{RT}.$$

1.7 b) Assimilons la vapeur d'eau à un gaz parfait : on a alors

$$\rho = \frac{18 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} \times 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}}{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 373,15 \text{ K}} = 0,588 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

Ce résultat est en désaccord avec la mesure.

Au voisinage d'un changement d'état (comme ici, où l'eau est à l'état de vapeur saturante), le modèle du gaz parfait n'est pas valide.

1.8 a) La masse volumique d'un gaz parfait s'écrit $\rho = \frac{MP}{RT}$. On a donc ici

$$\rho_1 = \frac{MP_1}{RT_1} \quad \text{et} \quad \rho_2 = \frac{MP_2}{RT_1}.$$

Ce qui donne $\rho_2 = \rho_1 \frac{P_2}{P_1} = 4\rho_1$.

1.8 b) Le même raisonnement mène à $\rho_2 = \rho_1 \frac{T_1 P_2}{T_2 P_1} = 3,7\rho_1$.

On fera attention au fait que, dans un rapport de températures, celles-ci sont à exprimer en kelvins.

1.9 a) D'après la loi du gaz parfait, on a $n_1 = \frac{P_1 V}{RT}$ et $n_2 = \frac{P_2 V}{RT}$ d'où la relation $\frac{n_2}{n_1} = \frac{P_2}{P_1}$.

1.9 b) Appliquons la loi du gaz parfait dans chaque compartiment : on a

$$P'V_1 = n_1 RT \quad \text{et} \quad P'V_2 = n_2 RT,$$

dont on déduit $V_2/V_1 = n_2/n_1$.

Par ailleurs, la conservation du volume total donne

$$2V = V_1 + V_2 = V_1 \left(1 + \frac{n_2}{n_1}\right).$$

Ainsi, il découle

$$V_1 = \frac{2V}{1 + n_2/n_1} = \frac{2V}{1 + P_2/P_1} = \frac{2P_1}{P_1 + P_2} V.$$

1.10 Exprimons la masse volumique en fonction de la masse molaire pour un gaz parfait :

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{mRT}{MP} \quad \text{donc} \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}.$$

Ainsi, sous la même pression et la même température, on a

$$d = \frac{\rho_A}{\rho_{\text{air}}} = \frac{PM_A}{PM_{\text{air}}} = \frac{M_A}{M_{\text{air}}}.$$

1.11 a) Le volume de la bulle vaut $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

1.11 b) La pression de l'air intérieure vaut $P = P_0 + \frac{4\gamma}{r}$. La loi des gaz parfaits donne alors :

$$PV = \left(P_0 + \frac{4\gamma}{r}\right) \times \frac{4}{3}\pi r^3 = nRT_0 \quad \text{d'où} \quad n = \frac{4\pi P_0 r^3 + 16\pi\gamma r^2}{3RT_0}.$$

1.12 a) La masse molaire du mélange est la moyenne pondérée des masses molaires : $M = \sum_i x_i M_i$.

Ce qui donne ici

$$M = (0,813 \times 16 + 0,029 \times 30 + 0,004 \times 44 + 0,002 \times 58 + 0,143 \times 28) \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 18,2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

1.12 b) Faisons un bilan avec une mole de mélange :

- le mélange a une masse totale $m = 18,2 \text{ g}$;
- ce mélange contient 0,029 mol d'éthane soit $m_{\text{C}_2\text{H}_6} = 0,029 \times 30 = 0,87 \text{ g}$.

On en déduit le titre massique vaut

$$w_{\text{C}_2\text{H}_6} = m_{\text{C}_2\text{H}_6} / m = 4,79 \text{ \%}.$$

1.13 a) Le mélange étant considéré parfait, on peut appliquer la loi du gaz parfait :

$$PV = nRT \quad \text{d'où} \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{MP}{RT}.$$

On en déduit la masse molaire

$$M = \frac{\rho RT}{P} = \frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 373,15 \text{ K}}{1,013 \times 10^5 \text{ Pa}} = 30,6 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

1.13 b) La masse molaire du mélange est la moyenne pondérée des masses molaires. Si l'on note x la fraction molaire en dioxygène et y celle en diazote, on a $M = xM_{\text{O}_2} + yM_{\text{N}_2}$ avec $x + y = 1$. On en déduit

$$x = \frac{M - M_{\text{N}_2}}{M_{\text{O}_2} - M_{\text{N}_2}} = \frac{30,626 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} - 28 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}{32 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} - 28 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 65,6 \text{ \%}.$$

1.14 Calculons la pression partielle en vapeur d'eau : elle vaut $P_{\text{H}_2\text{O}} = 60 \text{ \%} p_{\text{sat}} = 1,90 \times 10^3 \text{ Pa}$.

Dans un volume de 400 m^3 cela correspond à une quantité de matière

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{P_{\text{H}_2\text{O}} V}{RT} = \frac{1,90 \times 10^3 \text{ Pa} \times 400 \text{ m}^3}{8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \times 298,15 \text{ K}} = 307 \text{ mol}.$$

Ce qui représente une masse $m = n_{\text{H}_2\text{O}} \times M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} \times 307 \text{ mol} = 5,5 \text{ kg}$.

1.15 a) La loi de Dalton impose $P = P_A + P_B$ d'où $P_B = 400 \text{ hPa}$.

1.15 b) La pression partielle d'une espèce dépend de sa quantité de matière, sa température et du volume total. En effet,

$$P = \frac{\left(\sum_i n_i \right) \times RT}{V} = \sum_i P_i \quad \text{avec} \quad P_i = \frac{n_i RT}{V}.$$

Puisque ces quantités n'ont pas changé pour l'espèce B, sa pression partielle est restée la même.