

## Indication TD5

### Méthode : Évaluer une résultante de forces de pression :

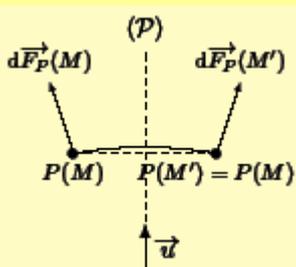
On souhaite calculer la résultante des forces de pression exercée par un fluide sur une surface S d'un solide.

1. Déterminer le champ de pression  $P(M)$ , dans le fluide, en tout point  $M$  de la surface.
2. Choisir le système de coordonnées adapté au problème et exprimer l'élément de surface  $dS_M$  sur la paroi.
3. En déduire la force de pression élémentaire  $d\vec{F}_p(M) = -P(M)dS_M\vec{n}_M$ , avec  $\vec{n}_M$  le vecteur unitaire dirigé du solide vers le fluide.

! attention au sens de la force par rapport au sens du vecteur unitaire (vérifier le sens physique).

4. Étudier les symétries du problème et en déduire, à l'aide d'un schéma, la direction de la résultante des forces de pression :  $\vec{F}_p = F_p \vec{u}$ .

S'aider d'un schéma pour déterminer la direction à partir des symétries.



#### Définition

On dit que le **problème admet un plan de symétrie** (P) si :

- la surface solide est symétrique par rapport au plan (P),
- et si la pression est la même en deux points  $M$  et  $M'$  symétriques par rapport au plan (P).

5. Exprimer la projection de la résultante des forces de pression sur la direction déterminée par symétrie  $F_p = \vec{F}_p \cdot \vec{u}$  et intégrer
6. En déduire le vecteur  $\vec{F}_p$ .

### X-utiliser la méthode proposée ci dessus :

#### Barrage droit

1- $P(z) = \rho g z$  à l'aide de la loi de Pascal

2-coordonnées cartésiennes oz vers le haut, origine au fond du barrage  
ox vers la droite, oy vers la feuille

3- $dS = dx \cdot dy$  et  $d\vec{F}$  suivant  $\vec{ux}$

4-par symétrie on voit que  $\vec{F}$  suivant  $\vec{ux}$

5-on projette  $d\vec{F}$  sur  $\vec{ux}$  et on intègre x entre 0 et H et y entre 0 et L.

#### Barrage cylindrique :

1- $P(z)$  est le même que dans la question précédente

2-coordonnées cylindriques oz vers le haut, origine au fond du barrage  
voir le dessin suivant

3-  $\vec{dF}$  suivant  $-\vec{u}_r$

dS= voir élément de surface cylindrique OM=R

4-symetrie :

Le plan  $(0, \vec{u}_x, \vec{u}_z)$  est plan de symétrie pour la répartition du fluide, donc la force résultante est dans le plan  $(\vec{u}_x, \vec{u}_z)$ . En tout point de la paroi du barrage, l'élément de surface a pour vecteur unitaire normal  $\vec{u}_r$ , qui est horizontal donc la résultante de ces forces est horizontale.

Le vecteur F est donc selon d'intersection du plan  $(\vec{u}_x, \vec{u}_z)$  avec un plan horizontal, donc il est selon  $\vec{u}_x$ . Il est dirigé de l'eau vers le barrage, donc

5-on projette donc sur  $\vec{u}_x$

6-on intègre entre 0 et h et entre  $-\alpha$  et  $+\alpha$

XI-

1-

$$P(z) = P_0 + \rho g (H - z)$$

2-Etudier séparément le partie cylindrique et la partie sphérique.

Utiliser la méthode précédente.

XII-etudier la force exercée sur une demi sphère par la pression atmosphérique constante.

