

M2-Référentiel galiléens :

Principe fondamental de la dynamique (du point matériel)

Introduction : La dynamique fait le lien entre le mouvement d'un système et les causes de ce mouvement c'est-à-dire les forces exercées sur le système.

Ici le système considéré sera un point matériel.

Dans ce chapitre, on va énoncer les lois de la dynamique classique. Ce sont des postulats c'est-à-dire des affirmations considérées comme vraies et étant le point de départ du développement d'une théorie (ici la mécanique classique) dont ses conséquences ne sont vérifiées que pour des vitesses $v \ll c$ et pour des distances grandes devant les longueurs atomiques (10^{-10} m).

Objectifs du chapitre : énoncer les lois de la dynamique classique, donner l'expression de forces usuelles, les appliquer sur quelques exemples.

I-La quantité de mouvement :

II-Première loi de Newton ou principe de l'inertie :

Définition

- Un point matériel est isolé
- Un point matériel est pseudo-

Énoncé du principe d'inertie – définition des référentiels galiléens :

Exemple :

Le référentiel terrestre peut être considéré comme galiléen pour des expériences de durées très petites devant 24 h et sur des distances très petites devant le rayon de la Terre. Il sera utilisé pour étudier le mouvement d'objets à la surface (ou à proximité) de la Terre.

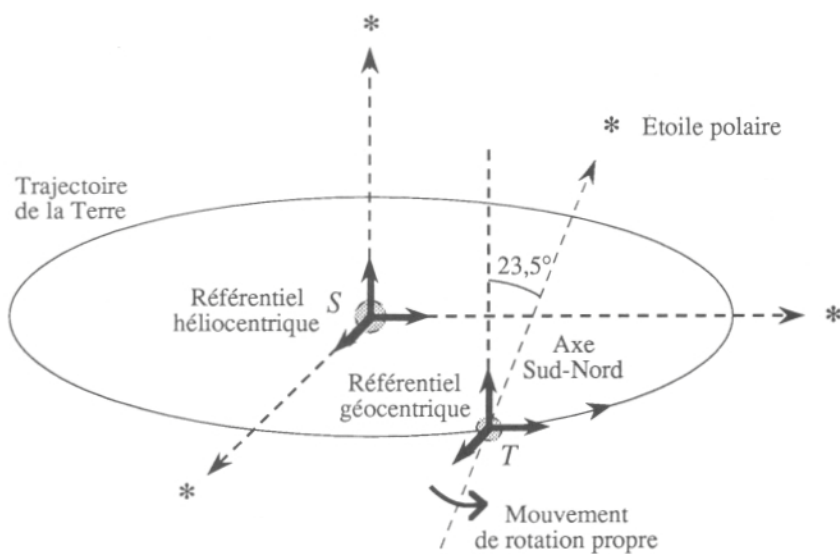
III-Exemples de référentiels galiléen :

- Référentiel de Copernic et référentiel héliocentrique

L'expérience montre que le meilleur référentiel galiléen du système solaire est le **référentiel de Copernic**. Le soleil représentant à lui seul 99,87 % de la masse du système solaire, C est pratiquement confondu avec le centre d'inertie S du Soleil. On étudie souvent le mouvement des planètes dans le référentiel de Kepler, ce qui revient à négliger le mouvement du soleil autour de C.

- Référentiel géocentrique

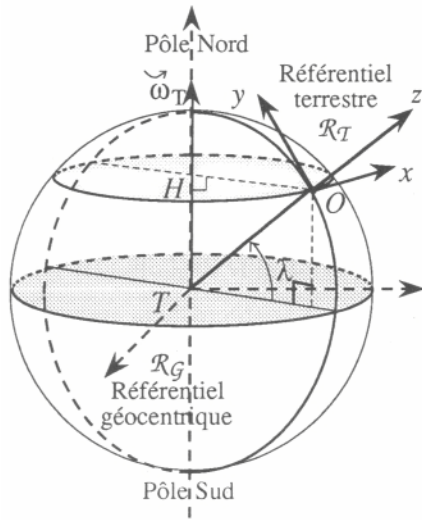
Comme dans le référentiel héliocentrique, le centre de la Terre décrit autour du Soleil, en **une année sidérale** (365,256 j), une trajectoire quasi circulaire, le repère géocentrique est pratiquement en **mouvement de translation circulaire** par rapport au référentiel héliocentrique.



Référentiels géocentrique et héliocentrique.

Dans le référentiel géocentrique, la Terre est en mouvement de rotation propre, d'Ouest en Est, autour de l'axe passant par ses pôles. Sa période de rotation sidérale vaut **un jour sidéral**, soit 86184 s (23 h 56 min 4 s). L'axe de rotation de la Terre garde, par rapport à un référentiel héliocentrique, sensiblement la même direction au cours d'une rotation de la Terre autour du Soleil. Il fait un angle de 23,5° avec la direction orthogonale au plan de l'écliptique (plan de la trajectoire de la Terre).

- **Référentiel terrestre**



Le repère terrestre est animé par rapport au référentiel géocentrique d'un mouvement de rotation autour de l'axe des pôles à la vitesse angulaire ω_T .
 Pour des expériences courantes, de durée et d'étendue géographique peu importantes, ce référentiel peut être considéré comme galiléen. ($\omega_T = 7.3 \cdot 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$)

IV. Actions macroscopiques de contact:

Lorsque ce point matériel est en **contact avec un solide ou un fluide**, il existe, en plus des actions à distance, des **actions de contact**.

Les interactions macroscopiques de contact ne sont actuellement pas calculables à partir des interactions microscopiques électromagnétiques dont elles découlent ;

l'expression qu'on en donne est alors phénoménologique, tirée de l'expérience et seulement valable dans un certain contexte expérimental. Ces actions de contact comprennent les **forces de liaison et de frottement** qui sont directement appliquées sur le point matériel.

1- Action exercée par un fil tendu

Un fil inextensible, parfaitement flexible, de masse négligeable, prend la forme rectiligne dès qu'il est tendu entre deux points de liaison. **Sa tension est la même tout le long du fil**. La valeur de cette tension reste **indéterminée** (elle est fonction des autres forces appliquées). Elle s'annule lorsque le fil n'est plus tendu.



Le fil exerce sur le wagon une force de tension appliquée au point d'attache.

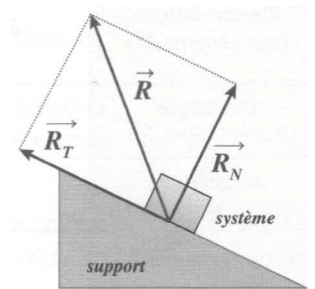
2. Action exercée par un ressort :

La grandeur k est appelée raideur du ressort (son unité S.I. est le newton par mètre : $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$).

3. Forces de contact de deux solides: lois de Coulomb

Lorsque deux solides sont en contact, ils exercent une force l'un sur l'autre. On privilégie souvent un des systèmes (S = système étudié), par rapport au second qu'on qualifie de support.

- On appelle **réaction du support** la force \vec{R} exercée par le support sur le système, du fait de leur contact. Les caractéristiques de cette force dépendent des autres forces appliquées au système, de la nature du contact et des propriétés des solides en jeu.
- Généralement le contact s'effectue sur une surface. En pratique on modélise souvent ce contact en un point unique de la surface de contact.



- La force de contact se décompose en deux composantes :

La réaction normale dépend des circonstances du contact et des autres forces appliquées au système. La réaction tangentielle dépend de surcroît de la nature des systèmes en contact, en particulier les propriétés des matériaux (lisse, rugueux ...).

Rem : La réaction n'existe qu'en présence de contact, on peut donc ainsi déterminer le moment ou le lieu où deux systèmes se séparent, en analysant l'expression de la réaction et en déterminant les conditions de son annulation

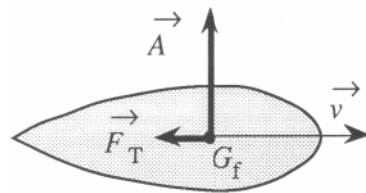
Rem: Les coefficients de frottement dépendent de la nature des matériaux et de l'état de rugosité des surfaces.

Quelques valeurs de μ_d et μ_s :

Materi au	pneus/béton sec	pneus/béton mouillé	bois/bois	Corde/bois	chaussure/glace
μ_s	1	0.7	0.5	0.5	0.1
μ_d	0.7-0.8	0.5	0.3	0.3	0.05

4-Actions exercées par un fluide sur un corps solide :

Les actions de contact d'un fluide sur un corps solide en mouvement sont généralement très complexes. Ces actions de contact sont réparties sur la surface du solide et peuvent être représentées par un ensemble de vecteurs force répartis sur toute la surface.



Poussée d'Archimède et traînée.

Nous pouvons distinguer plusieurs contributions pour exprimer la force résultante en distinguant les forces de pression, normales aux éléments de surface de contact, et les forces de frottements visqueux qui sont tangentes à ces mêmes éléments de surface :

> **L'action des forces de pression** sur un corps immergé est représentée par une force unique \vec{A} , appelée **poussée d'Archimède**, appliquée au centre d'inertie du fluide déplacé G_f , appelé **centre de poussée**, dirigée selon la verticale ascendante et égale en norme au poids du fluide déplacé :



(m_f = masse du fluide déplacé)

Cette force est négligeable devant le poids du corps si la masse volumique de ce dernier est grande devant celle du fluide (elle ne permet pas d'expliquer pourquoi un avion vole).

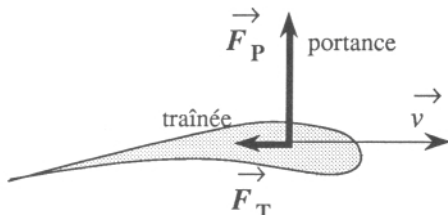
En revanche, il ne faut pas l'oublier dans les problèmes de flottaison (aérostats, bateaux, ...).

> **L'action des forces de frottement d'un fluide** (frottement visqueux) sur un corps immergé est représentée par une force unique pouvant être décomposée en deux composantes :

- **la traînée** F_T , de sens opposé à la vitesse relative \vec{v} du corps par rapport au fluide ; celle-ci peut se mettre sous une **forme linéaire pour les faibles vitesses**, ou une **forme quadratique pour les vitesses plus élevées** (pour les vitesses plus grandes, il n'y a pas de relation simple) :

- pour le domaine des **faibles vitesses** :
- pour le domaine des **vitesses plus élevées** :

- **la portance F_p** , orthogonale a la vitesse relative du corps par rapport au fluide ; celle-ci est responsable de la sustentation des ailes d'avion et de la force mettant en mouvement un voilier pour le faire remonter au vent.



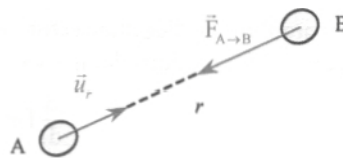
Portance et traînée sur une aile d'avion

V-Les actions à distance :

1 - L'interaction gravitationnelle :

Le mouvement des planètes autour du Soleil et la chute des corps dans le référentiel terrestre résultent d'une même interaction, la gravitation, dont les effets se traduisent par une force qui s'exerce entre certaines particules

Force gravitationnelle entre deux masses ponctuelles :



la constante G est la constante universelle de gravitation de valeur expérimentale

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2} ;$$

le vecteur $\vec{u}_{AB} = \vec{u}_r$ est un vecteur unitaire pointant dans la direction AB.

L'interaction gravitationnelle étant toujours attractive, ses effets se cumulent dans un système comportant un grand nombre de particules. Pour cette raison, la gravitation prend une part de plus en plus importante à la description de l'Univers au fur et à mesure qu'augmente l'échelle à laquelle nous l'étudions.

Les effets de l'interaction gravitationnelle sont ainsi perceptibles depuis l'échelle humaine jusqu'à l'échelle astronomique.

2-L'interaction électromagnétique

Des phénomènes aussi variés que l'action d'un aimant, la cohésion des molécules ou le frottement solide sont des exemples de manifestation de l'interaction électromagnétique. Cette deuxième interaction fondamentale est beaucoup plus complexe que la gravitation. Ses propriétés diffèrent en effet selon qu'elle s'applique à des particules fixes ou à des particules en mouvement.

* L'interaction électrostatique entre des particules immobiles :

Pour des particules immobiles, l'interaction électromagnétique est assez similaire à l'interaction gravitationnelle : entre deux particules fixes, s'exerce une force, dite électrostatique, dont l'expression est la suivante.

Force électrostatique entre deux charges ponctuelles :

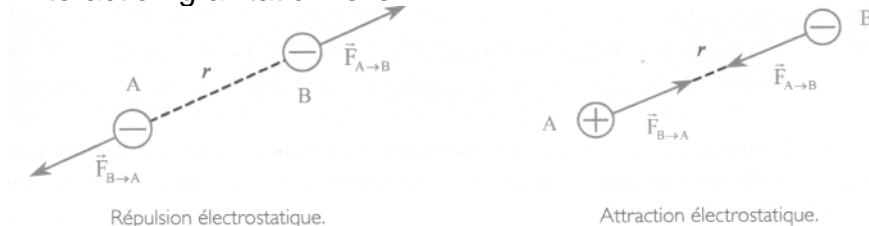


Dans cette expression :

- la constante ϵ_0 de l'électrostatique est appelée permittivité du vide
- la charge électrique a pour unité le coulomb, de symbole C

Comme la gravitation, cette interaction est inversement proportionnelle au carré de la distance entre les particules. Elle s'en distingue cependant. Ainsi, la charge électrique, qui caractérise la sensibilité d'une particule à l'interaction électromagnétique, est une grandeur algébrique. La force électrostatique entre deux particules est donc répulsive si les particules portent des charges de même signe, et attractive si elles portent des charges de signes opposés.

En outre, pour les particules usuelles, l'interaction électromagnétique est beaucoup plus intense que l'interaction gravitationnelle.



* L'interaction électromagnétique entre des particules en mouvement

Lorsque des particules chargées se déplacent en groupe, elles constituent un courant électrique.

Les courants électriques constants engendrent un champ vectoriel noté \vec{B} et appelé champ magnétostatique. La force électromagnétique, ou force **de Lorentz**, qui s'exerce sur la particule de charge q s'exprime alors comme suit.

Expression de la force électromagnétique :



q charge (C)

\vec{E} champ électrique

\vec{B} champ magnétique

\vec{v} vitesse de la particule

$$(V \cdot m^{-1} = kg \cdot m \cdot s^{-3} \cdot A^{-1})$$

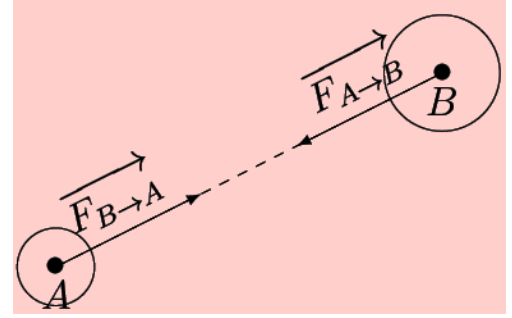
$$(T = kg \cdot s^2 \cdot A^{-1})$$

$$(m \cdot s^{-1})$$

La détermination du champ magnétostatique est traitée en électromagnétisme. En mécanique, ce champ est une donnée qui permet d'évaluer l'action de l'interaction électromagnétique sur la particule chargée.

VI-Principe des actions réciproques (3^{ième} loi de Newton):

(Principe de l'action et de la réaction)



VII-Principe fondamental de la dynamique

(2^{ième} loi de Newton)

VIII-Méthode d'application du Principe fondamental de la dynamique :

Chute libre verticale dans un champ de pesanteur uniforme.

1- Chute sans frottement.

2- Calcul de la durée de chute d'une hauteur h et de la vitesse atteinte en fin de chute.

Système :

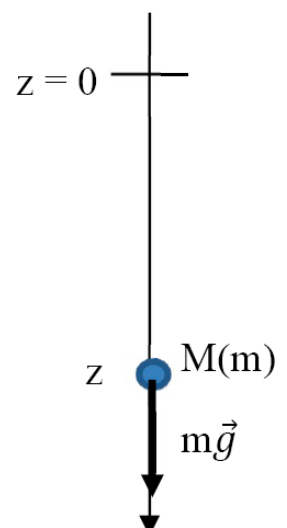
Référentiel :

Bilan des forces :

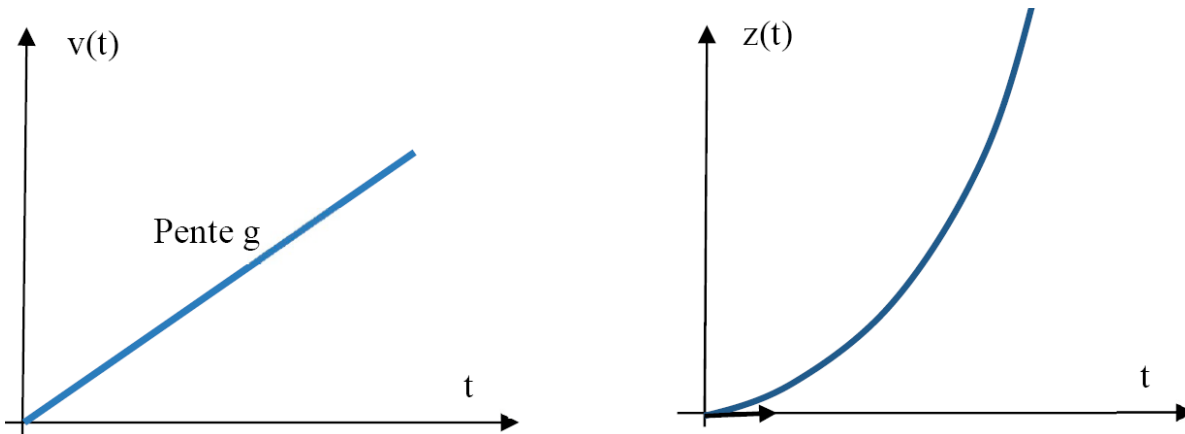
Principe fondamental de la dynamique :

Projection : Le mouvement est rectiligne, vertical.

L'équation du mouvement se réduit à :



Résolution de l'équation : Avec les conditions initiales : $v(0) = 0$ et $z(0) = 0$ on obtient par deux intégrations :



2 -Chute avec frottement.

Même démarche, mais en ajoutant dans le bilan des forces celle de frottement.

• **Cas d'un frottement linéaire** : permet une mise en équation sous forme d'une équation différentielle linéaire de premier ordre, aisément intégrable.

PFD :

Projection : Le mouvement est rectiligne, vertical. L'équation du mouvement se réduit à :

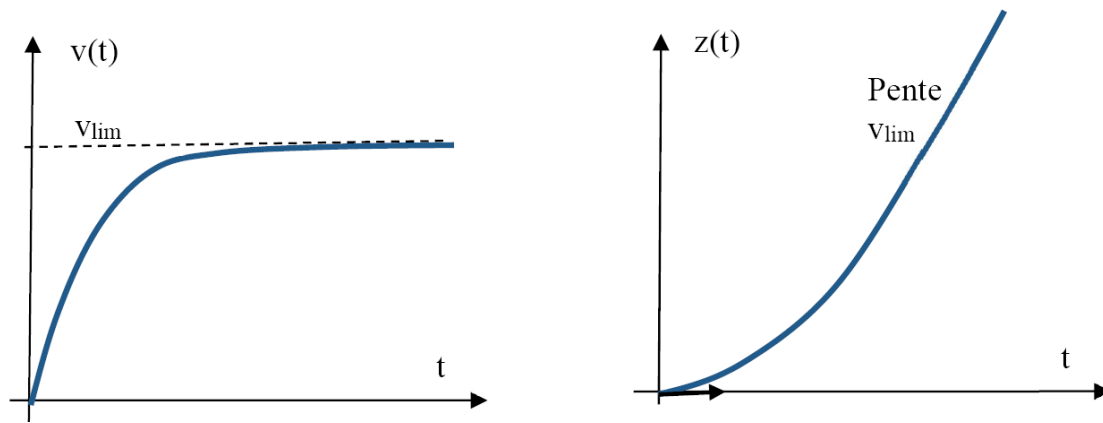
Ecrire ici comme une équation différentielle sur la vitesse.

Résolution :

Equation différentielle linéaire du premier ordre.

Avec la condition initiale $v(0) = 0$, la solution s'écrit :

Où $v_{\text{lim}} = mg/k$ et $\tau = m/k$.



Autre cas :

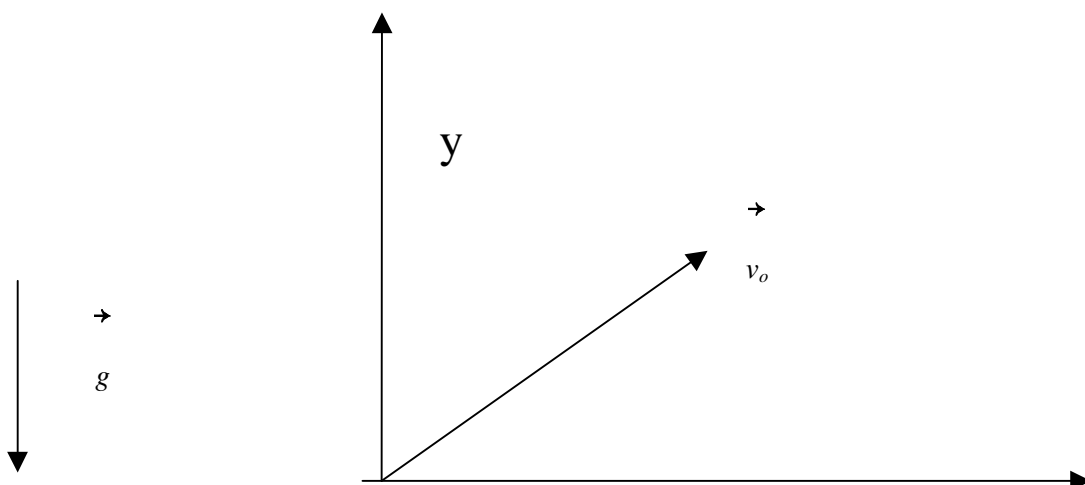
L'équation différentielle n'est plus linéaire. Son exploitation pourra être numérique, au moyen d'un logiciel d'intégration numérique.

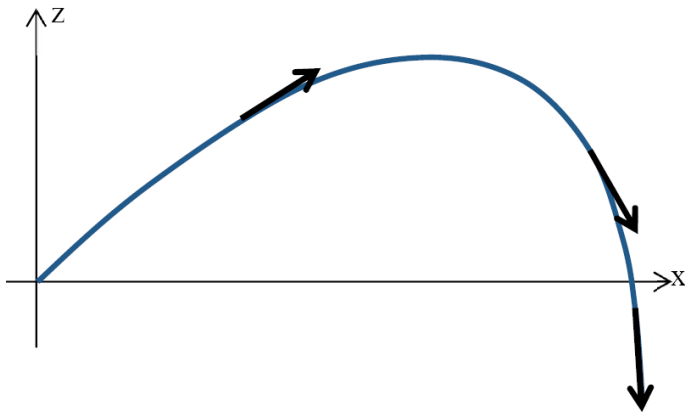
Exemple : force frottement quadratique

Cependant, il est aisé d'obtenir la vitesse limite atteinte par le mobile :
 v_{lim} est atteinte quand

3-Tir d'un projectile:

Exemple d'un point matériel lancé , à la surface de la terre avec une vitesse initiale \vec{v}_o , modèle avec frottements





La trajectoire aura l'allure ci-dessus, dite en « parabole amortie ».
 Constatons que pour t suffisamment grand, la vitesse devient très faible pour sa composante horizontale v_x tandis que sa composante verticale v_y tend vers $-mg/k$.
 Le mobile tombe alors verticalement.

4-Le pendule simple

On considère un solide de petite taille et de masse m attaché à un fil. L'autre extrémité du fil est liée à un point fixe. À l'instant initial, on lâche le solide sans vitesse d'une position faisant un angle θ_0 avec la verticale. On observe que le mouvement ultérieur est plan.

a-Modélisation

On modélise le solide par un point matériel M de masse m et le fil par un fil inextensible, sans masse et sans rigidité (fil idéal).

On étudie son mouvement dans le **référentiel terrestre supposé galiléen**.

On néglige les frottements dus à l'air.

b- Équation du mouvement

On va suivre la procédure de résolution d'un problème de mécanique décrite précédemment:

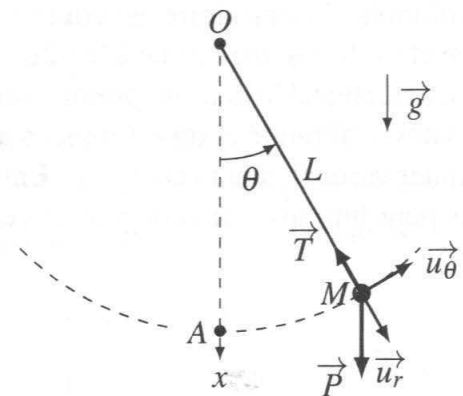
- définition du système: le solide de masse m assimilé à un point matériel M ,
- choix du référentiel: le référentiel terrestre que l'on considère galiléen,
- bilan des forces: ne pas considérer la résistance de l'air revient à négliger tout phénomène de frottements.
 Le point matériel est soumis à :

→ →

-son poids: $\vec{P} = m\vec{g}$;

-la tension du fil: $\vec{T} = T\vec{u}_r$, où $T > 0$

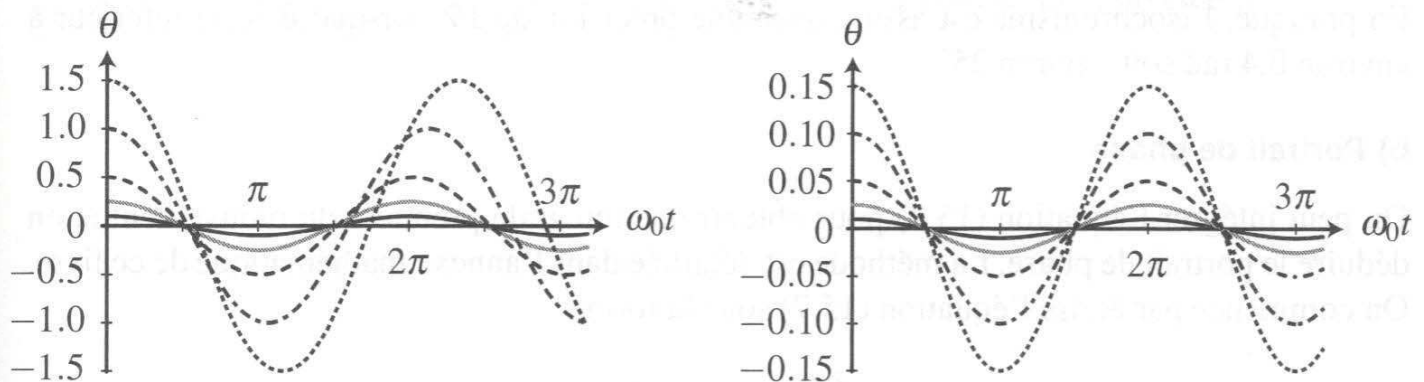
- le principe fondamental de la dynamique:



Une étape importante consiste à réfléchir à la forme géométrique de la trajectoire du mobile pour choisir correctement le système de coordonnées. Ici, le mouvement étant plan et le fil inextensible, le point M se déplace sur une portion de cercle de centre O et de rayon L . Le repérage polaire s'impose et, en utilisant le cours de cinématique sur les mouvements circulaires, on établit l'expression de l'accélération en coordonnées polaires définis sur le schéma de la figure

c-Résolution numérique :

Évolution temporelle de l'angle pour différentes conditions initiales.



- à gauche, l'amplitude des oscillations est comprise entre 0,1 et 1,5 rad;
- à droite, elle est comprise entre 0,01 et 0,15 rad.

Dans tous les cas, on observe des oscillations périodiques.

- Pour les oscillations de grande amplitude, la période de ces oscillations dépend de θ_0 donc des conditions initiales.
- Lorsque l'amplitude des oscillations reste petite (inférieure à 0,4 rad environ), les oscillations ont une période commune.

On parle

On va chercher à établir ce résultat en linéarisant l'équation différentielle obtenue pour les petits angles.