

## Partie reconduite du programme précédent

## PLAN DU COURS

## Formulaires

- Formulaire de trigonométrie : Dérivées, graphes de sin, cos, tan.  
Formules d'addition ( $\cos(a + b)$ , etc), de linéarisation ( $\sin(a)\sin(b)$ , etc), de transformations de somme en produits ( $\cos(p) + \cos(q)$ , etc). Cas particuliers (angle double).
- Formulaire de dérivation/primitivation

## Initiation à la logique

- Quelques éléments de logique
  - Connecteurs : implication, équivalence, négation, conjonction, disjonction.
  - Quantificateurs : universel  $\forall$ , existentiel  $\exists$ ,  $\exists!$ ; négation de quantificateurs.
- Raisonnements de base : implication directe, contraposée, par l'absurde, équivalence directe, double-implication.
- Raisonnement par récurrence simple.
- Raisonnement par analyse-synthèse.

## Manipulations de sommes et produits

- Utilisation des symboles  $\sum$  et  $\prod$ , propriétés, exemples de changement d'indice, télescopage.
- Sommes classiques  $\sum_{k=0}^n k$ ,  $\sum_{k=0}^n k^2$ ,  $\sum_{k=0}^n k^3$ .
- Sommes arithmétique et géométrique
- Factorisation de  $a^n - b^n$
- Factorielle et coefficients binomiaux, formule du binôme de Newton.

**Remarques aux colleurs et colleuses :** Factorielle et coefficient binomiaux ont été vus sous un angle purement calculatoire pour l'instant. L'aspect dénombrement sera étudié ultérieurement.

## QUESTIONS DE COURS

**Formulaire de trigonométrie :** Redonnez les formules pour  $\cos(a + b)$ ,  $\sin(a + b)$ ,  $\tan(a + b)$  ainsi qu'une formule de linéarisation et une formule de transformation de somme en produit (*au choix de l'interrogateur*).

**Présentation des quantificateurs :** signification de " $\forall x, \mathcal{P}(x)$ ", " $\exists x, \mathcal{P}(x)$ "; remarque d'utilisation des quantificateurs notamment sur l'ordre et la négation.

**Autour de l'implication :** Définition d'implication, une remarque, vocabulaire sur condition suffisante et condition nécessaire. Donner trois méthodes permettant de montrer une implication. Négation d'une implication.

**Exemple d'analyse-synthèse :** Montrer par analyse-synthèse que toute fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  est décomposable de façon unique en somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.

**Sommes et produits :** Expliquer la notation  $\sum_{k=n_0}^n u_k$ . Propriétés (relation de Chasles, linéarité, télescopage).

Donner les formules pour  $\sum_{k=0}^n k$ ,  $\sum_{k=0}^n k^2$ ,  $\sum_{k=0}^n k^3$ .

## Nouvelle partie

## PLAN DU COURS

## Nombres complexes (première partie)

- Fondements : définition, opérations élémentaires.
- Le plan complexe : identification nombres complexes/points, identification nombres complexes/-vecteurs.
- Conjugaison : définition, relations de compatibilité (avec conjugué, somme, produit, quotient), caractérisation des réels et imaginaires purs.
- Module : définition, propriétés élémentaires, relations de compatibilité, inégalité triangulaire.
- Complexes de module 1 : définition de  $\mathbb{U}$ , notation exponentielle, propriétés élémentaires, formules d'Euler et de Moivre.
- Méthode de la demi-somme des arguments.
- Forme trigonométrique d'un complexe non nul. Propriétés des arguments.
- Résolutions d'équations du second degré : calcul algébrique des racines carrées d'un complexe, équation générale du second degré à coefficients complexes. Relations coefficients-racines, système somme-produit.
- Exponentielle complexe.

**Remarque aux colleurs et colleuses.** Les applications trigonométriques des complexes (dont le calcul de  $\sum \cos(kt)$ ), les transformations géométriques, les racines  $n$ -èmes et les fonctions complexes seront vues ultérieurement. *Merci de bien respecter le programme de colle.*

## QUESTIONS DE COURS

**Coefficients binomiaux.** Donner la définition de coefficient binomial. Exemples de  $\binom{n}{0}$ ,  $\binom{n}{1}$ ,  $\binom{n}{2}$ .  
Démontrer la formule de Pascal. Construction du triangle de Pascal à expliquer.

**Conjugaison des nombres complexes :** Définition, 4 relations de compatibilité (+ 1 démo au choix de l'examinateur/trice), expression de  $\operatorname{Re} z$  et  $\operatorname{Im} z$ , caractérisation des éléments de  $\mathbb{R}$  et de  $i\mathbb{R}$ .

**Inégalité triangulaire :** Énoncé et démonstration de l'inégalité triangulaire. (sans le cas d'égalité)

**Racines carrées complexes :** Énoncer et démontrer la propriété sur les racines carrées complexes de  $a \neq 0$ .  
Application : racines carrées de  $1 + i$  sous forme exponentielle.

**Résolution générale de l'équation du second degré :** énoncé, démonstration (sans les relations coefficients-racines).