Autour des lois de Snell-Descartes - éléments de correction

Ce document a pour objectif de vous montrer les attendus de base du compte-rendu de TP. Retenez en particulier que vous devez :

- Introduire (quels sont les objectifs, la problématique).
- Présenter le dispositif expérimental ainsi que le cadre théorique.
- Expliqer votre protocole de mesure (succintement).
- Indiquer toute observation pertinente venant enrichir le travail.
- Fournir votre tableau de mesure et imprimer vos courbes.
- Analyser les causes d'incertitudes et les évaluer en expliquant la démarche utilisée (regressi, script python, calcul direct).
- Conclure : qu'a-t-on obtenu ? Peut-on faire mieux ?

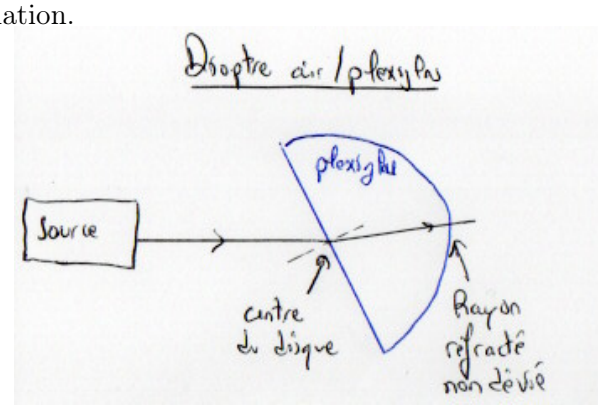
Le but de ce TP est de mesurer par différentes méthodes l'indice optique du plexiglas en exploitant les lois de Snell-Descartes pour la réfraction.

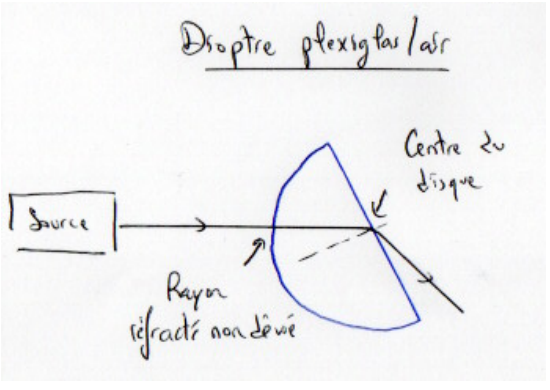
I Introduction

1 Matériel et méthodes :

On dispose d'une source de lumière blanche émettant un raie dont on peut contrôler l'épaisseur et le point d'entrée sur un demi-disque de plexiglas, ce dernier étant collé sur un rapporteur.

Pour les deux configurations proposés, on règle le dispositif de sorte à ce que le rayon lumineux frappe le dioptre plan en centre du demi disque. Ainsi, au niveau du dioptre circulaire, il se produit une réfraction sans déviation.





On observe le rayon réfracté au niveau du rapporteur. Il faut faire attention de ne pas le confondre avec la lumière passant au dessus du plexiglas.

II Indice du plexiglas - première méthode

2 Observation du phénomène de réfraction limite :

- On éclaire le dioptre plan air/plexiglas sous incidence nulle. On augmente progressivement l'incidence jusqu'à obtenir un rayon incident quasi-rasant.
- On suit l'évolution de l'angle de réfraction.

On constate qu'il est très difficile d'obtenir un rayon incident parfaitement rasant. En lieu et place d'un rayon réfracté on observe une tache étendue. Cette expérience ne peut donner lieu à une exploitation quantitative.

Observation de la réflexion totale :

- On éclaire le dioptre plan plexiglas/air sous incidence nulle. On augmente progressivement l'incidence.
- On suit l'évolution du rayon réfracté jusqu'à disparition. Simultanément on observe l'évolution du rayon réfléchi

On observe bien la disparition du rayon réfracté, qui s'accompagne d'une augmentation de l'intensité du rayon réfléchi. On peut envisager des mesures expérimentales.

On observe également la dispersion de la lumière blanche lorsque le rayon réfracté est quasi rasant. On en tiendra compte lors de l'évaluation des incertitudes de mesure.

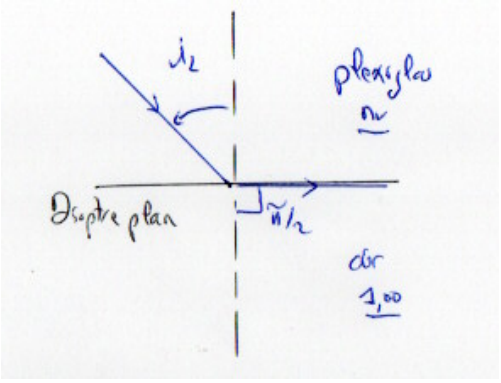
3 Étude théorique :

Pour l'angle i_L, le rayon réfracté est rasant. D'après les lois de Snell-Descartes pour la réfraction,

$$n_{air} \sin i_L = n_v \sin(\pi/2)$$

On peut écrire $n_{air} = 1,00$. Dès lors on conclut

$$\boxed{n_v = \frac{1,00}{\sin i_1}}$$



4 Protocole :

Pour mesurer i_1, on affine au maximum le faisceau incident. On commence par pointer le 0. On note i_1 ce pointé

On pointe ensuite l'intervalle correspondant à la disparition progressive des différentes composantes spectrales. La valeur lue est prise au milieu de cet intervalle. On la note i_2

Mise en oeuvre :

On pointe $i_2 = 41°$ au milieu d'un intervalle de 4° environ et $i_1 = 0$

Sources d'incertitude et estimation associée

- Pour réaliser la lecture on utilise un rapporteur gradué en degrés. l'incertitude type associée est $u_1 = 0,5/\sqrt{3}°$.
- Le protocole conduit à une évaluation de l'angle dans une plage de valeurs acceptables, ici $\pm 2°$. Cela conduit à une incertitude type $u_2 = 2°$.

Pour le pointé du 0 seule l'incertitude liée à l'échelle graduée est à considérer de sorte que $u(i_1) = u_1 = 0,3°$. Pour le deuxième pointé on obtient

$$u(i_2) = \sqrt{{u_1}^2 + {u_2}^2} = 2$$

L'incertitude liée à la l'intervalle étant très supérieure à la première c'est elle qui fixe l'incertitude finale.

L'angle i_L mesuré s'écrit $i_L = i_2 - i_1$. L'incertitude type associée vérifie

$$u(i_\mathrm{L}) = \sqrt{u(i_1)^2 + u(i_2)^2}$$

On conclut, $\boxed{i_\mathrm{L} = 41,0° \text{ avec } u(i_\mathrm{L}) = 2°}$

Résultat : indice du plexiglas

Pour obtenir n_v et son incertitude on réalise une propagation par simulation Monte-Carlo. On obtient

$$\boxed{n_v = 1,53 \text{ avec } u(n_v) = 0,06}$$

La comparaison avec la valeur de référence $n_{v,ref} = 1,51$ conduit à l'écart normalisé $\boxed{\mathrm{Z} = 0,3 < 2}$. La valeur expérimentale est **compatible** avec la valeur tabulée.

III Indice du plexiglas - autres méthodes

5 **Protocole**

On se place dans la configuration du dioptre plan plexiglas air. On réalise des mesures de l'angle d'incidence i et de l'angle de réfraction associé r réparties régulièrement en utilisant l'ensemble des valeurs accessibles, en particulier les valeurs négatives. On se limite donc à l'intervalle [−40°,40°] pour l'angle d'incidence.

Le modèle prévoir $\sin r = n \sin i$. On réalise la régression linéaire de $\sin r$ en fonction de $\sin i$: on pose $\mathrm{X} = \sin i$ et $\mathrm{Y} = \sin r$. On identifie la pente avec la valeur mesurée de n_v.

Sources d'incertitude et estimation associée

- Angle d'incidence : l'incertitude est la même pour chaque mesure. Elle se limite à la lecture sur l'échelle graduée, soit $u(i) = 0,5/\sqrt{3}°$.
- Angle de réfraction : l'incertitude est d'autant plus grande que l'angle d'incidence est élevé du fait de l'élargissement du faisceau observé. On l'estime en tenant compte à la fois de la lecture sur l'échelle graduée, soit $u(i) = 0,5/\sqrt{3}°$ et de la largeur de la zone observée qui augmente progressivement.

Le calcul des incertitudes se fait selon la méthode présentée au paragraphe précédent.

Tableau de valeurs

On obtient les mesures suivantes :

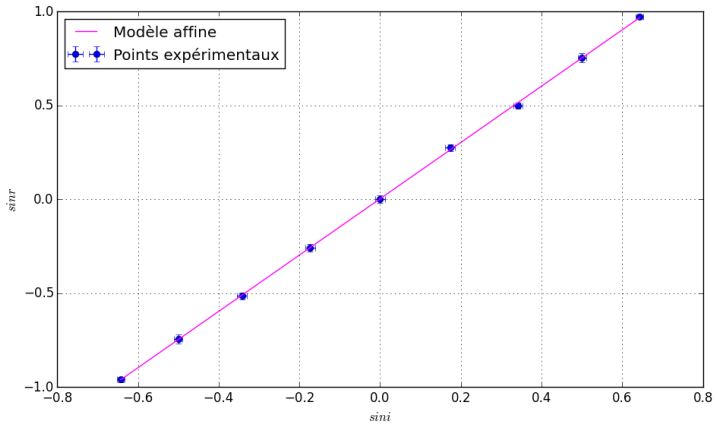
i (en °)	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30	40
$u(i)$ (en °)	0,71	0.71	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71
r (en °)	-74	-48	-31	-15	0	16	30	49	77
$u(r)$ (en °)	3,1	2,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	2,1	3,1

6 On réalise la régression linéaire $\mathrm{Y} = a\,\mathrm{X} + b$. On obtient

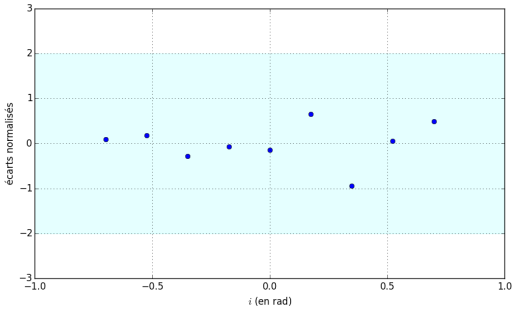
$$a = 1,50003981184 \qquad \text{et} \qquad b = 0,00292949179038.$$

On vérifie que b est quasi-nulle. On effectue le tracé de la droite modèle ainsi que de l'ensemble des points de mesure avec leur incertitude associée. On trace les écarts-normalisés pour analyser la qualité des points de mesure. Ici tous les points sont satisfaisants. On constate lors de la propagation des incertitudes que même les points d'incertitude initiale élevé sont acceptables : cela est lié au fait que la fonction sinus « s'applatit » aux angles se rapprochant de $\pi/2$.

Régression linéaire



Ecarts normalisés



On remarque que la droite de regression est compatible avec l'ensemble des points de mesure ce qui valide la régression linéaire. On obtient le résultat final en réalisant une simulation Monte-Carlo basée sur les valeurs expérimentales avec comme relation $\sin r = n_v \sin i$. On obtient

$$\boxed{n_v = 1.501 \text{ avec } u(n_v) = 0,013}$$

La comparaison avec la valeur de référence $n_{v,ref} = 1,51$ conduit à l'écart normalisé $\boxed{\text{Z} = 0,001 < 2}$. La valeur expérimentale est parfaitement **compatible** avec la valeur tabulée.

> On peut également comparer les deux expériences entre elles pour vérifier qu'elles sont compatibles en calculant l'écart normalisé associé.
>
> Pour la régression linéaire ici ojn a utilisé un script python. On peut également se servir du logiciel regressi. Atttention à l'affichage : pour obtenir l'incertitude type finale sur la pente il faut imprimer les paramètres de la regression et non lire directement à l'écran (qui fournit une incertitude étendue).

7 Protocole

On utilise les valeurs expérimentales déjà obtenues pour construire le tableau de valeurs de n_v (en prenant soin de ne pas considérer la valeur $i = 0$). On procède ensuite à un calcul d'incertitude de type A.

Résultat

On obtient

$$\boxed{n_v = 1,51 \text{ avec } u(n_v) = 0,04}$$

Là encore on calcule le Z-score associé : $\text{Z} = 0,004 < 2$ ce qui valide le résultat.

Conclusion

Les différentes expériences conduisent à des résultats compatibles entre eux et cohérents avec la valeur tabulée. La précision de chaque expérience est limitée par le matériel utilisé d'une part (graduation, difficulté d'obtenir un faisceau fin) et par le protocole (aberration chromatique).

Le meilleur résultat est obtenu en exploitant la régression linéaire. C'est souvent le cas car on exploite plusieurs points de mesure. La dernière méthode (méthode statistique) donne ici des résultats satisfaisants malgré un nombre de points de mesure assez restreint.

Pour améliorer l'expérience, on peut proposer de travailler avec des sources de longueur d'onde différentes par exemple en utilisant une source laser ou une lampe spectrale. On peut également envisager d'améliorer la mesure des différents angles en utilisant un matériel avec une meilleure précision (goniomètre).