

Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Suites réelles : outils essentiels

- Théorème de la limite monotone, théorème des gendarmes, suites adjacentes.
- Suites extraites, condition nécessaire de convergence, réciproque partielle (à partir des suites $(u_{2p})_p$ et $(u_{2p+1})_p$).

Remarque aux colleurs et colleuses : Les exercices nécessitant le recours aux “epsilon” doivent être posés avec modération.

Les suites itératives $(u_{n+1} = f(u_n))$ seront étudiées ultérieurement.

Entiers, arithmétique et rationnels

- Propriétés de \mathbb{N} sur plus petit élément et plus grand élément.
- Retour sur le principe de récurrence : récurrence double, multiple, récurrence forte.

Rappel des formules classiques : $\sum_{k=0}^n k$, $\sum_{k=0}^n k^2$, $\sum_{k=0}^n k^3$.

Application à la démonstration de la formule du binôme.

- Division euclidienne dans \mathbb{N} .
- Divisibilité, réflexivité, transitivité, ptés de compatibilité avec somme, produit ; caractérisation en terme de reste nul.

Remarques aux colleurs et colleuses : Les PGCD et PPCM et nombres premiers n’ont pas encore été vus. Les congruences ne sont pas au programme.

QUESTIONS DE COURS

Théorème de la limite monotone : Énoncé général pour une suite croissante, démonstration dans le cas croissant majoré.

Suites adjacentes : Énoncer et démontrer le résultat.

Présentation des suites extraites : Définition, exemples.

Condition nécessaire de convergence, application à détailler : la suite $((-1)^n)_n$ n’a pas de limite. Énoncé de la réciproque partielle.

Formule du binôme : Énoncé et démonstration.

Division euclidienne : Énoncé dans \mathbb{N} . Preuve.

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Entiers, arithmétique et rationnels

- PGCD de deux naturels non tous nuls, algorithme d’Euclide. PPCM de deux naturels non nuls.
- Nombres premiers : définition, crible d’Ératosthène, théorème d’Euclide, décomposition primaire (admise).
- Application aux PGCD et PPCM : décomposition primaire commune à deux entiers (avec des exposants éventuellement nuls), expression des PGCD et PPCM, produit des PGCD et PPCM.
- Les nombres rationnels : définition, écriture irréductible, sous-ensemble des décimaux.

Remarques aux colleurs et colleuses : Les notions de PGCD et PPCM sont brièvement introduites : pas de nbs premiers entre eux, pas de th de Bézout ni de th de Gauss, aucune référence aux “ $a\mathbb{Z}$ ”.

Les congruences ne sont pas au programme.

Limite d’une fonction, continuité en un point

- Notion de limite : définition de limite finie en un point, continuité en un point, prolongement par continuité ; limites finies en l’infini ; propriétés des limites finies : unicité, caractère borné.
- Limite finie/ continuité en un point, prolongement par continuité ; limites finies en l’infini ; propriétés des limites finies.
- Limites infinies : six définitions.
- Limites à droite et à gauche, caractérisation de limite et de continuité.
- Théorèmes opératoires sur les limites finies/infinies, sur les fonctions continues en un point.
- Limite de l’image d’une suite par une fonction.
- Composition de limite.
- Limites et inégalités.
- Théorème de la limite monotone.

Remarques aux colleurs et colleuses : Relations de comparaison et DL, TVI et image d’un segment n’ont pas encore été vus.

QUESTIONS DE COURS

Vers l’algorithme d’Euclide : Prop sur les diviseurs communs de a et b lorsque $a = bq + r$. Description de l’algorithme d’Euclide. Justification de la terminaison.

Notion de limite finie : Définitions symboliques de limite finie en a , en $-\infty$ et en $+\infty$. Alternative (continuité ou prolongement) à énoncer.

Produit de limites finies : Démontrer que si f et g ont pour limites ℓ et ℓ' en $a \in \mathbb{R}$ alors fg a pour limite $\ell\ell'$.

Propriétés liées à l’ordre : Énoncer la propriété de stabilité des inégalités, le th d’encadrement. Énoncer le th de limite monotone.

Image d’une suite par une fonction : Énoncé du théorème et du corollaire (extension à la continuité). Application : montrer que la fonction $x \mapsto \sin(x)$ n’a pas de limite en $+\infty$.