Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Entiers, arithmétique et rationnels

- PGCD de deux naturels non tous nuls, algorithme d'Euclide. PPCM de deux naturels non nuls.
- Nombres premiers : définition, crible d'Ératosthène, théorème d'Euclide, décomposition primaire (admise).
- Application aux PGCD et PPCM : décomposition primaire commune à deux entiers (avec des exposants éventuellement nuls), expression des PGCD et PPCM, produit des PGCD et PPCM.
- Les nombres rationnels : définition, écriture irréductible, sous-ensemble des décimaux.

Remarques aux colleurs et colleuses : Les notions de PGCD et PPCM sont brièvement introduites : pas de nbs premiers entre eux, pas de th de Bézout ni de th de Gauss, aucune référence aux "$a\mathbb{Z}$".

Les congruences ne sont pas au programme.

Limite d'une fonction, continuité en un point

- Notion de limite : définition de limite finie en un point, continuité en un point, prolongement par continuité ; limites finies en l'infini ; propriétés des limites finies : unicité, caractère borné.
- Limite finie/ continuité en un point, prolongement par continuité ; limites finies en l'infini ; propriétés des limites finies.
- Limites infinies : six définitions.
- Limites à droite et à gauche, caractérisation de limite et de continuité.
- Théorèmes opératoires sur les limites finies/infinies, sur les fonctions continues en un point.
- Limite de l'image d'une suite par une fonction.
- Composition de limite.
- Limites et inégalités.
- Théorème de la limite monotone.

Remarques aux colleurs et colleuses : Relations de comparaison et DL, TVI et image d'un segment n'ont pas encore été vus.

QUESTIONS DE COURS

Vers l'algorithme d'Euclide : Prop sur les diviseurs communs de a et b lorsque $a = bq + r$.
Description de l'algorithme d'Euclide. Justification de la terminaison.

Notion de limite finie : Définitions symboliques de limite finie en a, en $-\infty$ et en $+\infty$.
Alternative (continuité ou prolongement) à énoncer.

Produit de limites finies : Démontrer que si f et g ont pour limites ℓ et ℓ' en $a \in \mathbb{R}$ alors fg a pour limite $\ell\ell'$.

Propriétés liées à l'ordre : Énoncer la propriété de stabilité des inégalités, le th d'encadrement.
Énoncer le th de limite monotone.

Image d'une suite par une fonction : Énoncé du théorème et du corollaire (extension à la continuité). Application : montrer que la fonction $x \mapsto \sin(x)$ n'a pas de limite en $+\infty$.

PCSI 1 COLLES DE MATHÉMATIQUES : SEMAINE DU 09/12

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Relations de comparaison entre fonctions :

On se place dans le cadre de fonctions définies et ne s'annulant pas au voisinage de $x_0 \in \overline{\mathbb{R}}$. Les définitions de négligeabilité et d'équivalence sont introduites au moyen de limites de quotients.

- Fonctions négligeables : définition, exemple des fonctions puissances, croissance comparée, substitution de la variable par une fonction ou par une suite.
- Équivalence des fonctions
  - Définition, propriété fondamentale de conservation de la limite, signe.
  - Équivalent de f admettant une limite finie non nulle, utilisation de la dérivabilité, catalogue d'équivalents classiques.
  - Si $g = o(f)$ alors $f + g \sim f$, compatibilité avec la valeur absolue, le produit, le quotient, les fonctions puissances.
  - Substitution de la variable par une autre variable ou par une suite.

Remarque. Quelques DL en 0 (DL2 de cos, DL3 de sin, DL2 de exp, DL1 de $(1+x)^\alpha$) ont été donnés pour pouvoir gérer *à la main* des "mini" formes indéterminées typiquement basées sur combinaisons linéaires ou multiplication par une puissance de x.

Cependant *aucune étude générale n'a été faite*. Aucune autre opération de DL (notamment produit, composée) n'a été vue et les élèves ne doivent **pas** être amené.e.s à en faire.

QUESTIONS DE COURS

Fonctions négligeables : Définition. Comparaison des puissances en 0 et en $+\infty$. Croissances comparées. Substitution de la variable par une fonction.

Fonctions équivalentes : Définition. Equivalent de f admettant une limite finie. Equivalents classiques avec les fonctions sin, exp, cos, ln et $\sqrt{\bullet}$.

Initiation aux DL : Donner les DL suivants en 0 : DL2 de cos, DL3 de sin, DL2 de exp, DL1 de $(1+x)^\alpha$.
Déterminer un équivalent de $\dfrac{\sin(x) - x\cos(x)}{e^{\cos(x)} - e}$