

## Partie reconduite du programme précédent

## PLAN DU COURS

## Relations de comparaison entre fonctions :

On se place dans le cadre de fonctions définies et ne s'annulant pas au voisinage de  $x_0 \in \overline{\mathbb{R}}$ . Les définitions de négligeabilité et d'équivalence sont introduites au moyen de limites de quotients.

- Fonctions négligeables : définition, exemple des fonctions puissances, croissance comparée, substitution de la variable par une fonction ou par une suite.
- Équivalence des fonctions
  - Définition, propriété fondamentale de conservation de la limite, signe.
  - Équivalent de  $f$  admettant une limite finie non nulle, utilisation de la dérivabilité, catalogue d'équivalents classiques.
  - Si  $g = o(f)$  alors  $f + g \sim f$ , compatibilité avec la valeur absolue, le produit, le quotient, les fonctions puissances.
  - Substitution de la variable par une autre variable ou par une suite.

**Remarque.** Quelques DL en 0 (DL2 de cos, DL3 de sin, DL2 de exp, DL1 de  $(1+x)^\alpha$ ) ont été donnés pour pouvoir gérer à la main des "mini" formes indéterminées typiquement basées sur combinaisons linéaires ou multiplication par une puissance de  $x$ .

Cependant aucune étude générale n'a été faite. Aucune autre opération de DL (notamment produit, composée) n'a été vue et les élèves ne doivent pas être amené.e.s à en faire.

## QUESTIONS DE COURS

**Fonctions négligeables :** Définition. Comparaison des puissances en 0 et en  $+\infty$ . Croissances comparées. Substitution de la variable par une fonction.

**Fonctions équivalentes :** Définition. Équivalent de  $f$  admettant une limite finie. Équivalents classiques avec les fonctions sin, exp, cos, ln et  $\sqrt{\bullet}$ .

**Initiation aux DL :** Donner les DL suivants en 0 : DL2 de cos, DL3 de sin, DL2 de exp, DL1 de  $(1+x)^\alpha$ . Déterminer un équivalent de  $\frac{\sin(x) - x \cos(x)}{e^{\cos(x)} - e}$

## Nouvelle partie

## PLAN DU COURS

## Continuité sur un intervalle

- Théorème des valeurs intermédiaires, image d'un intervalle par une fonction continue.
- Théorème de continuité sur un segment, image d'un segment par une fonction continue.
- Théorème de bijection.

## QUESTIONS DE COURS

**Théorème des valeurs intermédiaires et dichotomie :** Énoncé du théorème avec schéma.

Dans le cas  $k = 0$  et  $f(a) < 0 < f(b)$ , expliquer la construction des deux suites servant à la démonstration (relations de récurrence attendues). Lister (sans démo) les propriétés de ces deux suites. Conclure.

**Continuité sur un segment :** Énoncé du théorème avec schéma.

Application : montrer qu'une fonction périodique continue sur  $\mathbb{R}$  est bornée.

**Image continue d'un intervalle/d'un segment :** Énoncer les deux résultats. Rappeler la caractérisation des intervalles de  $\mathbb{R}$  et en déduire la démonstration du premier résultat.

**Théorème de bijection :** Énoncer le théorème.