Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Continuité sur un intervalle

- Théorème des valeurs intermédiaires, image d'un intervalle par une fonction continue.
- Théorème de continuité sur un segment, image d'un segment par une fonction continue.
- Théorème de bijection.

QUESTIONS DE COURS

Théorème des valeurs intermédiaires et dichotomie : Énoncé du théorème avec schéma.
Dans le cas $k = 0$ et $f(a) < 0 < f(b)$, expliquer la construction des deux suites servant à la démonstration (relations de récurrence attendues). Lister (sans démo) les propriétés de ces deux suites. Conclure.

Continuité sur un segment : Énoncé du théorème avec schéma.
Application : montrer qu'une fonction périodique continue sur $\mathbb{R}$ est bornée.

Image continue d'un intervalle/d'un segment : Énoncer les deux résultats. Rappeler la caractérisation des intervalles de $\mathbb{R}$ et en déduire la démonstration du premier résultat.

Théorème de bijection : Enoncer le théorème.

PCSI 1 — COLLES DE MATHÉMATIQUES : SEMAINE DU 06/01

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Ensembles

- Inclusion et égalité : définition de partie, ensemble des parties $\mathscr{P}(E)$, égalité d'ensembles.
- Opérations sur les ensembles : complémentaire, intersection, réunion ; propriétés (dont lois de Morgan).

Applications

- Définitions de fonction, graphe, application, ensemble de définition. Exemples généraux : identité, fonction constante, fonction indicatrice.
- Restriction, prolongement, composition.
- Injectivité, caractérisations (avec quantificateurs), composée.
- Surjectivité, caractérisation (avec quantificateurs), composée.
- Bijectivité, caractérisations (avec quantificateurs, fonctionnelle), composée.
- Image directe, image réciproque.

QUESTIONS DE COURS

Inclusion et égalité : Définitions des deux notions. Méthodes pratiques à expliquer (en revenant aux éléments ou par double-inclusion). Enoncer les lois de Morgan.

Notion d'injectivité ou de surjectivité (au choix de l'examinateur/trice) : Définition « en français », traductions avec quantificateurs, 1 exemple et 1 contre-exemple, prop de composition à démontrer.

Présentation de la bijectivité : Définition, traduction avec quantificateurs et en terme d'existence d'une fonction réciproque.
Montrer que $f : (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto (x+2y, x-y) \in \mathbb{R}^2$ est bijective et expliciter sa réciproque.

Image directe, image réciproque : Donner les définitions d'image directe et d'image réciproque par une application. “Traduire” $y \in f(A)$ et $x \in f^{-1}(B)$. Exemples (en illustrant notamment qu'en général $f(f^{-1}(B)) \neq B$ et $f^{-1}(f(A)) \neq A$).