Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Ensembles

- Inclusion et égalité : définition de partie, ensemble des parties $\mathscr{P}(E)$, égalité d'ensembles.
- Opérations sur les ensembles : complémentaire, intersection, réunion ; propriétés (dont lois de Morgan).

Applications

- Définitions de fonction, graphe, application, ensemble de définition. Exemples généraux : identité, fonction constante, fonction indicatrice.
- Restriction, prolongement, composition.
- Injectivité, caractérisations (avec quantificateurs), composée.
- Surjectivité, caractérisation (avec quantificateurs), composée.
- Bijectivité, caractérisations (avec quantificateurs, fonctionnelle), composée.
- Image directe, image réciproque.

QUESTIONS DE COURS

Inclusion et égalité : Définitions des deux notions. Méthodes pratiques à expliquer (en revenant aux éléments ou par double-inclusion). Enoncer les lois de Morgan.

Notion d'injectivité ou de surjectivité (au choix de l'examinateur/trice) : Définition « en français », traductions avec quantificateurs, 1 exemple et 1 contre-exemple, prop de composition à démontrer.

Présentation de la bijectivité : Définition, traduction avec quantificateurs et en terme d'existence d'une fonction réciproque.
Montrer que $f : (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto (x + 2y, x - y) \in \mathbb{R}^2$ est bijective et expliciter sa réciproque.

Image directe, image réciproque : Donner les définitions d'image directe et d'image réciproque par une application. "Traduire" $y \in f(A)$ et $x \in f^{-1}(B)$. Exemples (en illustrant notamment qu'en général $f(f^{-1}(B)) \neq B$ et $f^{-1}(f(A)) \neq A$).

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Introduction aux Matrices

- Définition de matrice réelle ou complexe. Matrice nulle, identité. Matrices triangulaires, diagonales.
- Addition matricielle et multiplication externe.
- Produit matriciel. Propriétés et "non-propriétés" du produit matriciel.
- Puissances d'une matrice. Formule du binôme.
- Transposition. Transposée d'un produit.
- Matrices inversibles. Produit et transposée de matrices inversibles.
- Matrices symétriques/antisymétriques.

Remarque aux colleurs. Les méthodes de calcul d'inverse seront vues ultérieurement. Seule la définition a été vue pour l'instant.

Systèmes linéaires, opérations élémentaires et matrices

- Opérations élémentaires sur les lignes : transposition, dilatation, transvection.
- Equivalence de systèmes (par opérations sur les lignes). Conservation de l'ensemble solution.
- Equivalence par lignes sur les matrices.
- Exemples de résolution par la méthode du pivot de Gauss-Jordan.
- Traduction des opérations élémentaires par des produits matriciels.
- Méthode pratique de Gauss-Jordan d'inversibilité. Méthode pratique par résolution de $AX = B$.

QUESTIONS DE COURS

Matrices en tout genre : Définition de matrice réelle ou complexe, notations. Définir matrice nulle, identité, matrices triangulaires (supérieure/inférieure, stricte ou non), matrices diagonales.

Produit matriciel : Donner la définition "théorique" du produit matriciel. Lister les propriétés ou non-propriétés du produit matriciel.
Énoncer la formule du binôme pour les matrices.

Inversibilité : Définition de matrice inversible. Un produit de matrices inversibles est inversible (démo).

Matrices symétriques/anti-symétriques : Définition de la transposition, de $S_n(\mathbb{R})$ de $A_n(\mathbb{R})$.
Montrer que toute matrices $M \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ se décompose de manière unique comme somme d'une matrice symétrique et d'une matrice antisymétrique.

Matrice nilpotente et calcul de puissances : En faisant apparaître une matrice nilpotente, calculer les puissances de $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$