Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Introduction aux Matrices

- Définition de matrice réelle ou complexe. Matrice nulle, identité. Matrices triangulaires, diagonales.
- Addition matricielle et multiplication externe.
- Produit matriciel. Propriétés et "non-propriétés" du produit matriciel.
- Puissances d'une matrice. Formule du binôme.
- Transposition. Transposée d'un produit.
- Matrices inversibles. Produit et transposée de matrices inversibles.
- Matrices symétriques/antisymétriques.

Remarque aux colleurs. Les méthodes de calcul d'inverse seront vues ultérieurement. Seule la définition a été vue pour l'instant.

Systèmes linéaires, opérations élémentaires et matrices

- Opérations élémentaires sur les lignes : transposition, dilatation, transvection.
- Equivalence de systèmes (par opérations sur les lignes). Conservation de l'ensemble solution.
- Equivalence par lignes sur les matrices.
- Exemples de résolution par la méthode du pivot de Gauss-Jordan.
- Traduction des opérations élémentaires par des produits matriciels.
- Méthode pratique de Gauss-Jordan d'inversibilité. Méthode pratique par résolution de $AX = B$.

QUESTIONS DE COURS

Matrices en tout genre : Définition de matrice réelle ou complexe, notations. Définir matrice nulle, identité, matrices triangulaires (supérieure/inférieure, stricte ou non), matrices diagonales.

Produit matriciel : Donner la définition "théorique" du produit matriciel. Lister les propriétés ou non-propriétés du produit matriciel.
Énoncer la formule du binôme pour les matrices.

Inversibilité : Définition de matrice inversible. Un produit de matrices inversibles est inversible (démo).

Matrices symétriques/anti-symétriques : Définition de la transposition, de $S_n(\mathbb{R})$ de $A_n(\mathbb{R})$.
Montrer que toute matrices $M \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ se décompose de manière unique comme somme d'une matrice symétrique et d'une matrice antisymétrique.

Matrice nilpotente et calcul de puissances : En faisant apparaître une matrice nilpotente, calculer les puissances de $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Dérivation

- Dérivabilité en un point, à gauche et à droite, utilisation d'un DL d'ordre 1.
- Théorèmes opératoires sur les fonctions dérivées.
- Dérivées d'ordre supérieur, classe d'une fonction, opérations, formule de Leibniz.
- Théorème de Rolle ; Théorème des accroissements finis ; inégalité des accroissements finis, une fonction dérivable sur un intervalle à dérivée bornée est lipschitzienne.

Remarque. Le th limite de la dérivée n'a pas encore été vu.

Suites itératives

- Notions d'intervalle stable et de point fixe. Conséquences sur la suite et les limites finies éventuelles.
- Utilisation du caractère lipschitzien de f (obtenu à l'aide de l'inégalité des accroissements finis) pour montrer la convergence.
- Quelques pistes d'étude pour le cas général de u définie par $u_{n+1} = f(u_n)$:
  — Monotonie de u à l'aide de $x \mapsto f(x) - x$ ou de la croissance de f.
  — Utilisation du théorème de limite monotone.

Remarque. Le cas f décroissante (non contractante) n'a pas encore été vu !

QUESTIONS DE COURS

Dérivabilité : Définition. Interprétation graphique. Montrer qu'un produit de fonctions dérivables est dérivable.

Formule de Leibniz : Énoncé et démonstration.

Théorème de Rolle : Énoncé (avec illustration graphique). Démonstration (en admettant le lemme sur les extrema)

Accroissements finis : Énoncer et démontrer l'égalité des accroissements finis. Énoncer l'inégalité des accroissements finis puis le corollaire sur les fonctions lipschitziennes.

Deux notions fondamentales pour les suites itératives : Définition d'intervalle stable. Application à énoncer.
Définition de point fixe. Application à justifier.