Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Dérivation

- Dérivabilité en un point, à gauche et à droite, utilisation d'un DL d'ordre 1.
- Théorèmes opératoires sur les fonctions dérivées.
- Dérivées d'ordre supérieur, classe d'une fonction, opérations, formule de Leibniz.
- Théorème de Rolle ; Théorème des accroissements finis ; inégalité des accroissements finis, une fonction dérivable sur un intervalle à dérivée bornée est lipschitzienne.

Remarque. Le th limite de la dérivée n'a pas encore été vu.

Suites itératives

- Notions d'intervalle stable et de point fixe. Conséquences sur la suite et les limites finies éventuelles.
- Utilisation du caractère lipschitzien de f (obtenu à l'aide de l'inégalité des accroissements finis) pour montrer la convergence.
- Quelques pistes d'étude pour le cas général de u définie par $u_{n+1} = f(u_n)$:
  — Monotonie de u à l'aide de $x \mapsto f(x) - x$ ou de la croissance de f.
  — Utilisation du théorème de limite monotone.

Remarque. Le cas f décroissante (non contractante) n'a pas encore été vu !

QUESTIONS DE COURS

Dérivabilité : Définition. Interprétation graphique. Montrer qu'un produit de fonctions dérivables est dérivable.

Formule de Leibniz : Énoncé et démonstration.

Théorème de Rolle : Énoncé (avec illustration graphique). Démonstration (en admettant le lemme sur les extrema)

Accroissements finis : Énoncer et démontrer l'égalité des accroissements finis. Énoncer l'inégalité des accroissements finis puis le corollaire sur les fonctions lipschitziennes.

Deux notions fondamentales pour les suites itératives : Définition d'intervalle stable. Application à énoncer.
Définition de point fixe. Application à justifier.

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Dérivation

- Théorème limite de la dérivée.
- Dérivée et monotonie : caractérisation de la monotonie, de la stricte monotonie d'une fonction dérivable sur I.

Développements limités

- Définition de DL en 0, en x_0. Exemple de $x \mapsto \dfrac{1}{1-x}$.
- Propriétés élémentaires : convergence, troncature, unicité, parité.
- Fonctions de classe $\mathscr{C}^n$. Formule de Taylor-Young (admise).
- DL usuels. Les DL en 0 des fonctions suivantes sont à connaître à tout ordre : exp, sin, cos, $x \mapsto (1+x)^\alpha$ (en particulier $x \mapsto \dfrac{1}{1+x}$), $x \mapsto \ln(1+x)$.
- Opérations sur les DL : combinaison linéaire, produit. Exemple de ch, sh.

Remarque. Intégration de DL, composée et quotient n'ont pas encore été vus. Recherche d'asymptote non plus.

QUESTIONS DE COURS

Dérivée et monotonie : Enoncer les deux résultats (monotonie large puis stricte). Démontrer l'équivalence pour la croissance "large".

Développements limités usuels : Donner les DL (à tout ordre) de exp, sin, cos, $x \mapsto (1+x)^\alpha$ (en particulier $x \mapsto \dfrac{1}{1+x}$) et $x \mapsto \ln(1+x)$.

Somme et produit de DL : Enoncer les propriétés concernant somme et produit de $DL_n(0)$. Calculer le $DL_5(0)$ de $\sin(x)\cos(x)$ de deux manières.