Partie reconduite du programme précédent

Plan du cours

Dérivation

- Théorème limite de la dérivée.
- Dérivée et monotonie : caractérisation de la monotonie, de la stricte monotonie d'une fonction dérivable sur I.

Développements limités

- Définition de DL en 0, en x_0. Exemple de $x \mapsto \dfrac{1}{1-x}$.
- Propriétés élémentaires : convergence, troncature, unicité, parité.
- Fonctions de classe $\mathscr{C}^n$. Formule de Taylor-Young (admise).
- DL usuels. Les DL en 0 des fonctions suivantes sont à connaître à tout ordre : exp, sin, cos, $x \mapsto (1+x)^\alpha$ (en particulier $x \mapsto \dfrac{1}{1+x}$), $x \mapsto \ln(1+x)$.
- Opérations sur les DL : combinaison linéaire, produit. Exemple de ch, sh.

Remarque. Intégration de DL, composée et quotient n'ont pas encore été vus. Recherche d'asymptote non plus.

Questions de cours

Dérivée et monotonie : Enoncer les deux résultats (monotonie large puis stricte). Démontrer l'équivalence pour la croissance "large".

Développements limités usuels : Donner les DL (à tout ordre) de exp, sin, cos, $x \mapsto (1+x)^\alpha$ (en particulier $x \mapsto \dfrac{1}{1+x}$) et $x \mapsto \ln(1+x)$.

Somme et produit de DL : Enoncer les propriétés concernant somme et produit de $DL_n(0)$. Calculer le $DL_5(0)$ de $\sin(x)\cos(x)$ de deux manières.

Nouvelle partie

Plan du cours

Développements limités

- Opérations sur les DL (suite) : intégration (ex de Arctan), composée, quotient (ex du $DL_3(0)$ de tan).
- Utilisation des DL : calcul de limites, détermination de tangentes, recherche d'asymptotes obliques, position relative dans un voisinage.

Espaces vectoriels sur $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

- Définition, règles de calcul.
- Exemples de référence : $\mathbb{K}^n$, $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $\mathscr{F}(A, \mathbb{K})$ où A ensemble, $\mathscr{F}(I, \mathbb{R})$, suites.
- Sous-espaces vectoriels, intersection de sous-espaces, exemples de sous-espaces : fonctions continues, dérivables, fonctions polynomiales, solutions d'une EDLH ; suites convergentes, convergentes vers 0, suites récurrentes linéaires d'ordre 2.
- Combinaisons linéaires. Espaces vectoriels engendrés, familles génératrices.
- Familles libres, cas des familles à ou 2 vecteurs.

Remarques. Pas encore de sommes de sous-espaces, de base ni de dim finie.

Questions de cours

Intégration de DL : Énoncer la propriété d'intégration de $DL_n(0)$. Application : DL de Arcsin à l'ordre 6 à calculer.

Tangente et asymptote : Enoncer les propriétés de détermination d'une tangente et d'une asymptote oblique.

Sous-espace vectoriel : Définition de sous-espace vectoriel.
Montrer qu'une intersection de sous-espaces est un sous-espace.

Espace vectoriel engendré : Définir $\mathrm{Vect}(e_1, \cdots, e_n)$ et démontrer que c'est un sous-espace de E.

Famille génératrice : Définition de famille génératrice, deux ptés d'invariance à énoncer (adjonction d'un vecteur de l'esp engendré, ajout d'une CL des autres), démo de la première.