Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Espaces de dimension finie

- Obtention de supplémentaires par "découpage" d'une base. Base adaptée à une décomposition.
- Existence d'un supplémentaire en dimension finie. Formule de Grassmann.
- Caractérisation de la supplémentarité par intersection et somme des dimensions.
- Rang d'une famille de vecteurs. Obtention par la méthode de Gauss sur les vecteurs colonnes des coordonnées.

Polynômes

- Définition, opérations sur les polynômes, polynômes dérivés,structure d'esp. vect., formules sur le degré.
- Fonctions polynomiales, racines d'un polynôme.
- Formule de Taylor.
- Division euclidienne, divisibilité par $X-a$, par $(X-x_1)\cdots(X-x_n)$ (x_i distincts). Conséquence sur le nombre de racines distinctes.

Remarque. Pas encore de racine d'ordre supérieur ni de factorisation de polynômes.

QUESTIONS DE COURS

Formule de Grassman : Énoncé et démonstration

Obtention de supplémentaires par "découpage" d'une base. Enoncé et démonstration.

Opérations sur les polynômes et degré : Formule de calcul des coefficients d'un produit de polynômes. Définition du polynôme dérivé.
Degré d'un produit, d'une somme, d'un polynôme composé, d'un polynôme dérivé (r fois).

Formule de Taylor : Enoncé. Démonstration dans le cas des polynômes $E_p = X^p$.

Division euclidienne et divisibilité par $X-a$: Enoncé de la division euclidienne. Condition de divisibilité par $X-a$ (à démontrer).

PCSI 1 COLLES DE MATHÉMATIQUES : SEMAINE DU 17/03

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Polynômes

- Racine d'ordre supérieur : définition en terme de divisibilité, caractérisation par les dérivées. Conséquence sur le nombre de racines (avec multiplicité).
- Polynôme irréductible. Décomposition en irréductibles sur $\mathbb{C}$ et sur $\mathbb{R}$.
- Somme et produit des racines.

Applications linéaires

- Définition, vocabulaire (endo/iso/automorphisme, forme linéaire), exemples.
- Règles de calcul : image du vecteur nul, linéarité "généralisée".
- Opérations sur les applications linéaires : structure d'espace vectoriel de $\mathscr{L}(E,F)$ et $\mathscr{L}(E)$
- Composée d'AL, réciproque d'un isomorphisme ; distributivité de la composition sur l'addition.

Remarque. Pas encore de noyau, d'image ni de projecteur ou symétrie. Aucun résultat sur les AL en dim finie.

QUESTIONS DE COURS

Racines d'ordre supérieur : Définition. Caractérisations par annulation des polynômes dérivés. Démonstration d'une des implications *au choix de l'examinateur/rice*.

Autour de la décomposition en irréductibles : Énoncer le théorème de d'Alembert-Gauss.
Énoncer les deux résultats de décomposition (dans $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$).
Expliquer succinctement comment passer de la décomposition dans $\mathbb{C}[X]$ à celle dans $\mathbb{R}[X]$ (on exprimera $(X-z)(X-\overline{z})$.)

Décomposition de X^n-1 : Donner la décomposition de X^n-1 sur $\mathbb{C}$. En déduire celle sur $\mathbb{R}$ dans le cas n pair. On s'aidera d'une représentation graphique des racines.

Structure de $\mathscr{L}(E,F)$: Enoncé et démonstration.

Autres opérations sur les AL Montrer que la réciproque d'un isomorphisme est un isomorphisme.
Enoncer les propriétés de distributivité de la composition sur la somme.