Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Polynômes

- Racine d'ordre supérieur : définition en terme de divisibilité, caractérisation par les dérivées. Conséquence sur le nombre de racines (avec multiplicité).
- Polynôme irréductible. Décomposition en irréductibles sur $\mathbb{C}$ et sur $\mathbb{R}$.
- Somme et produit des racines.

Applications linéaires

- Définition, vocabulaire (endo/iso/automorphisme, forme linéaire), exemples.
- Règles de calcul : image du vecteur nul, linéarité "généralisée".
- Opérations sur les applications linéaires : structure d'espace vectoriel de $\mathscr{L}(E,F)$ et $\mathscr{L}(E)$
- Composée d'AL, réciproque d'un isomorphisme ; distributivité de la composition sur l'addition.

Remarque. Pas encore de noyau, d'image ni de projecteur ou symétrie. Aucun résultat sur les AL en dim finie.

QUESTIONS DE COURS

Racines d'ordre supérieur : Définition. Caractérisations par annulation des polynômes dérivés. Démonstration d'une des implications *au choix de l'examinateur/rice*.

Autour de la décomposition en irréductibles : Énoncer le théorème de d'Alembert-Gauss.
Énoncer les deux résultats de décomposition (dans $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$).
Expliquer succinctement comment passer de la décomposition dans $\mathbb{C}[X]$ à celle dans $\mathbb{R}[X]$ (on exprimera $(X-z)(X-\overline{z})$.)

Décomposition de X^n-1 : Donner la décomposition de X^n-1 sur $\mathbb{C}$. En déduire celle sur $\mathbb{R}$ dans le cas n pair. On s'aidera d'une représentation graphique des racines.

Structure de $\mathscr{L}(E,F)$: Enoncé et démonstration.

Autres opérations sur les AL Montrer que la réciproque d'un isomorphisme est un isomorphisme.
Enoncer les propriétés de distributivité de la composition sur la somme.

PCSI 1 COLLES DE MATHÉMATIQUES : SEMAINE DU 24/03

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Applications linéaires

- Noyau, image : définition, structure, caractérisation de l'injectivité et de la surjectivité.
- Projecteurs : Définition des projecteurs associés p_1 et p_2 à une décomposition $E=E_1\oplus E_2$, propriétés élémentaires (linéarité, $p_1+p_2=Id_E$, $p_1\circ p_2=0$, image et noyau, ens des points fixes) caractérisation (si $p\in\mathscr{L}(E)$, $\quad p$ projecteur $\Longleftrightarrow p\circ p=p$).
- Symétries : définition, propriétés (automorphie, projecteur associé, écritures des sous-espaces associés comme noyaux), caractérisation (si $s\in\mathscr{L}(E)$, $\quad s$ symétrie $\Longleftrightarrow s\circ s=\mathrm{Id}_E$).

QUESTIONS DE COURS

Noyau, image : Définition, structure, caractérisation de l'injectivité et de la surjectivité. Démonstrations de la structure du noyau et de la caractérisation de l'injectivité.

Présentation des projecteurs : Donner la définition précise (avec schéma) et les propriétés élémentaires (cf plan du cours pour la liste).
Démontrer la linéarité et le fait que l'ens des points fixes est E_1.

Présentation des symétries : Donner la définition précise (avec schéma) et les propriétés élémentaires (cf plan du cours pour la liste).
Démontrer la bijectivité et l'une des écritures des sous-evs associés comme noyau.

Caractérisation des projecteurs : Démontrer que (p endomorphisme et $p\circ p=p$) implique p projecteur.

Etude d'une symétrie : Montrer que la transposition est une symétrie vectorielle et préciser les espaces associés.
Déterminer aussi les projecteurs associés (schéma attendu).