Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Applications linéaires

- Noyau, image : définition, structure, caractérisation de l'injectivité et de la surjectivité.
- Projecteurs : Définition des projecteurs associés p_1 et p_2 à une décomposition $E = E_1 \oplus E_2$, propriétés élémentaires (linéarité, $p_1 + p_2 = Id_E$, $p_1 \circ p_2 = 0$, image et noyau, ens des points fixes) caractérisation (si $p \in \mathscr{L}(E)$, $\quad p$ projecteur $\Longleftrightarrow p \circ p = p$).
- Symétries : définition, propriétés (automorphie, projecteur associé, écritures des sous-espaces associés comme noyaux), caractérisation (si $s \in \mathscr{L}(E)$, $\quad s$ symétrie $\Longleftrightarrow s \circ s = \mathrm{Id}_E$).

QUESTIONS DE COURS

Noyau, image : Définition, structure, caractérisation de l'injectivité et de la surjectivité. Démonstrations de la structure du noyau et de la caractérisation de l'injectivité.

Présentation des projecteurs : Donner la définition précise (avec schéma) et les propriétés élémentaires (cf plan du cours pour la liste).
Démontrer la linéarité et le fait que l'ens des points fixes est E_1.

Présentation des symétries : Donner la définition précise (avec schéma) et les propriétés élémentaires (cf plan du cours pour la liste).
Démontrer la bijectivité et l'une des écritures des sous-evs associés comme noyau.

Caractérisation des projecteurs : Démontrer que (p endomorphisme et $p \circ p = p$) implique p projecteur.

Etude d'une symétrie : Montrer que la transposition est une symétrie vectorielle et préciser les espaces associés.
Déterminer aussi les projecteurs associés (schéma attendu).

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Applications linéaires en dimension finie

- Image par une application linéaire d'une famille liée, génératrice (+cas surjectif), libre (pour f injective).
- Théorème de "détermination" d'une application linéaire par les images des vecteurs d'une base, par les restrictions sur deux sous-espaces supplémentaires.
- Rang d'une application linéaire. Majoration du rang d'une composée. Théorème du rang.
- Caractérisation d'isomorphisme en dimensions connues. Deuxième caractérisation avec l'image d'une base.
- Tout espace de dimension n est isomorphe à $\mathbb{K}^n$.

QUESTIONS DE COURS

Applications linéaires et familles : Image d'une famille liée, génératrice, libre. Démontrer deux des propriétés **(au choix de l'examinateur/rice).**

Détermination d'une AL : Enoncer les deux théorèmes de détermination et illustrer le premier par un exemple.

Théorème du rang : Enoncé et démonstration (construction de l'isomorphisme uniquement ; on admet qu'un isomorphisme conserve la dimension)

Caractérisations des isomorphismes en dimensions finie. Enoncer les deux caractérisations. Montrer l'implication "injective $\Longrightarrow$ bijective" et la caractérisation avec les bases.