

Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Applications linéaires en dimension finie

- Image par une application linéaire d'une famille liée, génératrice (+cas surjectif), libre (pour f injective).
- Théorème de "détermination" d'une application linéaire par les images des vecteurs d'une base, par les restrictions sur deux sous-espaces supplémentaires.
- Rang d'une application linéaire. Majoration du rang d'une composée. Théorème du rang.
- Caractérisation d'isomorphisme en dimensions connues. Deuxième caractérisation avec l'image d'une base.
- Tout espace de dimension n est isomorphe à \mathbb{K}^n .

QUESTIONS DE COURS

Applications linéaires et familles : Image d'une famille liée, génératrice, libre. Démontrer deux des propriétés (au choix de l'examineur/rice).

Détermination d'une AL : Énoncer les deux théorèmes de détermination et illustrer le premier par un exemple.

Théorème du rang : Énoncé et démonstration (construction de l'isomorphisme uniquement; on admet qu'un isomorphisme conserve la dimension)

Caractérisations des isomorphismes en dimensions finie. Énoncer les deux caractérisations. Montrer l'implication "injective \implies bijective" et la caractérisation avec les bases.

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Ensembles finis - Dénombrement

- Ensemble fini. Cardinal d'une partie (+cas d'égalité)
- Applications entre ensemble finis.
- Cardinaux et opérations : union disjointe, complémentaire, union quelconque
Cardinal d'un produit cartésien, nombre d'applications, nombres de parties.
- Notion de p -liste, de p -liste d'éléments distincts. Nombre de p -listes d'élts distincts.
Dénombrement des injections, des permutations
- Combinaisons de p élts parmi n . Nombre de combinaisons.
Démonstrations combinatoire/ensembliste de formules sur les coefficients binomiaux : sommes des $\binom{n}{p}$ ($p = 0..n$), formule de symétrie, formule de Pascal, formule du binôme.

Probabilités

- Expérience aléatoire et univers, événements certain et impossible, événement contraire, intersection, réunion.
- Système complet d'événements, événements élémentaires.
- Définition de probabilité, propriétés, additivité disjointe finie
- Décomposition de la probabilité d'un événement au moyen d'un système complet d'événements.
Détermination d'une probabilité par les singletons. Probabilité uniforme.

Remarques : le programme se limite à des univers finis.

Les probabilité conditionnelles seront vues ultérieurement.

QUESTIONS DE COURS

Calcul de cardinal : Donner les formules de cardinal d'une réunion disjointe, d'un complémentaire, d'une réunion quelconque.

Donner le nombre d'applications d'un ensemble fini dans un autre (à démontrer) puis le nombre de parties d'un ensemble.

Notion de liste : Définition de p -liste et nombre de p -listes, nombre de p -listes d'éléments distincts (à démontrer), nombre de permutations.

Combinaisons : Définition de combinaison. Nombre de combinaisons. Énoncer et démontrer *de manière ensembliste* la formule de Pascal.

Notion de probabilité : Définition d'une probabilité. Propriétés (complémentaire, croissance, union) à énoncer et démontrer.

Système complet d'événements : Définition. Énoncer et démontrer la propriété de décomposition de la probabilité d'un événement.

Détermination d'une proba par les singletons : Énoncer le théorème et son corollaire sur l'équiprobabilité.
