Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Matrices et applications linéaires

- Matrice d'une famille de vecteurs, d'une application linéaire. Calcul de l'image d'un vecteur.
- AL canoniquement associée à une matrice, noyau et image d'une matrice.
- Produit matriciel et composée d'AL. Matrices inversibles et isomorphismes.
  L'inversibilité d'un côté entraîne l'inversibilité d'une matrice. Caractérisation en terme de système.
- Changement de bases : matrice de passages ; effet sur les coordonnées d'un vecteur ; effet sur les applications linéaires.
- Retour sur le rang d'une matrice. Th du rang matriciel. Caractérisation des matrices inversibles par le rang. Invariance du rang par multiplication par une matrice inversible/par opérations sur les lignes (ou les colonnes).

Remarque. Pas encore de déterminant.

QUESTIONS DE COURS

Produit matriciel et applications linéaires : Lien entre le produit matriciel et la composition des applications linéaires. Démonstration.

Matrices inversibles : Caractérisation des isomorphismes par la matrice. Démonstration.

Matrices de passage - effet d'un changement de base sur les vecteurs : Caractérisation des bases par la matrice de la famille. Interprétation de la matrice de passage à l'aide de l'identité. Formule de changement de base pour les coordonnées d'un vecteur.

Effet d'un changement de base sur les applications linéaires : Formule de changement de base pour une application linéaire (cadre à préciser). Démonstration de ce résultat à partir du "schéma des composées".

Synthèse sur le rang En utilisant comme source les différents chapitres sur les matrices et l'algèbre linéaire, présenter les différentes notions de rang (familles, AL, matrices) et leur relations. Présenter succinctement quelques méthodes (abstraites ou concrètes) de calcul de rang.

PCSI 1 — COLLES DE MATHÉMATIQUES : SEMAINE DU 05/05

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Probabilités conditionnelles

- Définition et propriétés élémentaires. Cas d'une probabilité uniforme.
- Formule des probabilités composées et formule des probabilités totales.
- Formules de Bayes (version "simple" et version utilisant un système complet d'événements).
- Indépendance d'événements : cas de deux événements, famille d'événements deux à deux indépendants, mutuellement indépendants.

Variables aléatoires (v.a.)

- Définition, v.a. constante, v.a. indicatrice, système complet associé.
- Loi d'une v.a., transformée d'une v.a.
- Espérance, propriétés, théorème de transfert ; variance, propriétés, écart-type, inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

Remarque. Pas encore de *couples* de variables aléatoires

Lois usuelles

- Loi uniforme, espérance.
- Loi de Bernoulli, espérance, variance.
- Loi binomiale, espérance et variance, somme de Bernoulli mutuellement indépendantes.

QUESTIONS DE COURS

Formule des probabilité composées : Énoncé de la formule.
Application : Une urne opaque contient n boules dont b blanches et r rouges, indiscernables au toucher, avec $r \geq 5$. On tire successivement et sans remise 4 boules de cette urne. Quelle est la probabilité que les 4 boules tirées soient rouges ?

Formule des probabilités totales : Énoncé et démonstration de la formule.

Application. Dans 4 urnes numérotées de 1 à 4 sont réparties des boules blanches et des boules noires. Chaque urne contient le même nombre N de boules. L'urne i contient n_i boules noires (et donc $N - n_i$ boules blanches).

La probabilité que l'urne i soit choisie est $\dfrac{i}{10}$. Une fois l'urne choisie, une boule y est tirée au hasard. Quelle est la probabilité que la boule tirée soit noire ?

Formules de Bayes : Énoncer et démontrer les deux formules de Bayes.

Espérance d'une v.a. réelle : Définition, propriétés (linéarité, croissance), th de transfert à énoncer.

Variance : Définition, ptés, formule de Kœnig-Huygens.
Démontrer la formule de $V(aX + b)$ et la formule de Kœnig-Huygens.