Partie reconduite du programme précédent

Plan du cours

Probabilités conditionnelles

- Définition et propriétés élémentaires. Cas d'une probabilité uniforme.
- Formule des probabilités composées et formule des probabilités totales.
- Formules de Bayes (version "simple" et version utilisant un système complet d'événements).
- Indépendance d'événements : cas de deux événements, famille d'événements deux à deux indépendants, mutuellement indépendants.

Variables aléatoires (v.a.)

- Définition, v.a. constante, v.a. indicatrice, système complet associé.
- Loi d'une v.a., transformée d'une v.a.
- Espérance, propriétés, théorème de transfert ; variance, propriétés, écart-type, inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

Remarque. Pas encore de *couples* de variables aléatoires

Lois usuelles

- Loi uniforme, espérance.
- Loi de Bernoulli, espérance, variance.
- Loi binomiale, espérance et variance, somme de Bernoulli mutuellement indépendantes.

Questions de cours

Formule des probabilité composées : Énoncé de la formule.
Application : Une urne opaque contient n boules dont b blanches et r rouges, indiscernables au toucher, avec $r \geq 5$. On tire successivement et sans remise 4 boules de cette urne. Quelle est la probabilité que les 4 boules tirées soient rouges ?

Formule des probabilités totales : Énoncé et démonstration de la formule.

Application. Dans 4 urnes numérotées de 1 à 4 sont réparties des boules blanches et des boules noires. Chaque urne contient le même nombre N de boules. L'urne i contient n_i boules noires (et donc $N - n_i$ boules blanches).

La probabilité que l'urne i soit choisie est $\dfrac{i}{10}$. Une fois l'urne choisie, une boule y est tirée au hasard. Quelle est la probabilité que la boule tirée soit noire ?

Formules de Bayes : Énoncer et démontrer les deux formules de Bayes.

Espérance d'une v.a. réelle : Définition, propriétés (linéarité, croissance), th de transfert à énoncer.

Variance : Définition, ptés, formule de Kœnig-Huygens.
Démontrer la formule de $V(aX + b)$ et la formule de Kœnig-Huygens.

PCSI 1 Colles de mathématiques : semaine du 12/05

Nouvelle partie

Plan du cours

Couples de variables aléatoires

- Définition, loi conjointe, lois marginales, loi conditionnelle.
- Indépendance, indépendance mutuelle, espérance du produit de deux v.a. indépendantes.
- Covariance, variance d'une somme, cas de v.a. indépendantes.

Questions de cours

Lois d'un couple de v.a. : Définition de couple de v.a., loi conjointe, lois marginales.

Exemple : Une urne contient trois boules indiscernables numérotées 1,2,3. On tire successivement avec remise deux boules. On note X_1 (resp. X_2) le numéro de la première (resp. seconde) boule. On pose $X = X_1$ et $Y = min(X_1, X_2)$.

Déterminer la loi conjointe puis les lois marginales du couple $Z = (X, Y)$ (à représenter dans un tableau).

Indépendance : Définition d'indépendance, d'indépendance mutuelle. Conséquence sur $E(XY)$ (à démontrer). Remarque sur la réciproque.

Covariance. Définition. Démonstration des formules $cov(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$ et $V(X+Y) = V(X) + V(Y) + 2cov(X,Y)$