Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Intégration

- Intégration des fonctions en escalier, des fonctions continues
- Linéarité, relation de Chasles.
- Positivité et croissance de l'intégrale. Amélioration pour obtenir une inégalité stricte.
- Inégalité de la moyenne.Majoration de $|\int fg|$; cas particulier : $|\int_a^b f| \leqslant |b-a| \sup f$.
- Sommes de Riemann $S_n = \frac{b-a}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f(a+k\frac{b-a}{n})$ et $T_n = \frac{b-a}{n}\sum_{k=1}^{n} f(a+k\frac{b-a}{n})$.
- Primitives d'une fonction continue. Expression de l'unique primitive s'annulant en a fixé.
- Intégration par parties. Changement de variable.
- Formule de Taylor avec reste intégral, inégalité de Taylor-Lagrange.
- Méthode de dérivation d'une fonction du type $x \mapsto \int_{u(x)}^{v(x)} f(t)\,\mathrm{d}t$.

Remarques aux colleuses et colleurs. La décomposition en éléments simples générale n'est pas au programme. La forme éventuelle devra donc être donnée.

Les élèves savent seulement gérer le cas de pôles simples.

Les méthodes d'intégration des fractions rationnelles en cosinus ou sinus, celles des racines de fonctions homographiques ou des racines de polynômes du second degré sont hors programme. Les changements de variable éventuels devront donc être donnés.

QUESTIONS DE COURS

Positivité d'une intégrale : Enoncer les deux résultats de positivité d'une intégrale (version large puis stricte). Démontrer le cas "strict".

Convergence des sommes de Riemann : Démonstration de la convergence dans le cas d'une fonction lipschitzienne.

Inégalité de Taylor-Lagrange. Énoncé et démonstration. Application à la fonction exp sur $[0, x]$.

Techniques de calcul : Énoncer les formules d'intégration par partie et de changement de variable.

Expliquer la méthode de dérivation de $x \mapsto \int_{u(x)}^{v(x)} f(t)dt$.

PCSI 1 COLLES DE MATHÉMATIQUES : SEMAINE DU 02/06

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Séries

- Notion de série, somme partielle, convergence, somme, reste d'indice n. Cas des séries géométriques.
- Ptés de la convergence : condition nécessaire, ths opératoires.
- Deux compléments : lien entre la suite (u_n) et la série σu_n, convergence des séries complexes.
- Théorèmes de comparaison des séries à termes positifs $(\leqslant, O, \sim)$.
- Etude des séries de Riemann. Méthode de comparaison série-intégrale
- Convergence absolue. CVA $\Longrightarrow$ CV

Remarques : pas de séries alternées au programme de sup. Pas d'énoncé précis pour la comparaison série-intégrale (méthode à savoir refaire).

QUESTIONS DE COURS

Notion de série : Définir série, somme partielle, convergence, somme et reste.

Exemple de la série géométrique $\sum z^n$: caractérisation de convergence et démonstration.

Séries à termes positifs : Énoncer l'alternative possible pour une SATP. Enoncer les théorèmes de comparaison $(\leqslant, O, \sim)$ puis démontrer le cas de l'inégalité.

Séries de Riemann : Enoncé et démonstration d'un des cas (convergence ou divergence) *au choix de l'examinateur/trice*.

Un schéma illustrant la comparaison série-intégrale doit apparaître.