Partie reconduite du programme précédent

PLAN DU COURS

Séries

- Notion de série, somme partielle, convergence, somme, reste d'indice n. Cas des séries géométriques.
- Ptés de la convergence : condition nécessaire, ths opératoires.
- Deux compléments : lien entre la suite (u_n) et la série σu_n, convergence des séries complexes.
- Théorèmes de comparaison des séries à termes positifs ($\leqslant, O, \sim$).
- Etude des séries de Riemann. Méthode de comparaison série-intégrale
- Convergence absolue. CVA $\implies$ CV

Remarques : pas de séries alternées au programme de sup. Pas d'énoncé précis pour la comparaison série-intégrale (méthode à savoir refaire).

QUESTIONS DE COURS

Notion de série : Définir série, somme partielle, convergence, somme et reste.

Exemple de la série géométrique $\sum z^n$: caractérisation de convergence et démonstration.

Séries à termes positifs : Énoncer l'alternative possible pour une SATP. Enoncer les théorèmes de comparaison ($\leqslant, O, \sim$) puis démontrer le cas de l'inégalité.

Séries de Riemann : Enoncé et démonstration d'un des cas (convergence ou divergence) *au choix de l'examinateur/trice*.

Un schéma illustrant la comparaison série-intégrale doit apparaître.

PCSI 1 COLLES DE MATHÉMATIQUES : SEMAINE DU 09/06

Nouvelle partie

PLAN DU COURS

Espaces euclidiens

- Produit scalaire, norme associée, inégalité de Cauchy-Schwarz, propriétés de la norme.
- Orthogonalité, orthogonal d'une partie, familles orthogonales, orthonormales. Théorème de Pythagore.
- Notion d'espace euclidien, calcul d'un produit scalaire en coordonnées dans une BON.
- Orthonormalisation de Schmidt. Complétion d'une famille orthonormale en une BON.
- Sous-espace orthogonal. Propriétés.
- Projecteurs orthogonaux.
- Ecriture en coordonnées dans une BON d'un projeté orthogonal.
- Expression de la distance à un sous-espace grâce au projeté orthogonal.
- Supplémentaire orthogonal

QUESTIONS DE COURS

Produit scalaire : Définition d'un produit scalaire. Donner sans démonstration les produits scalaires usuels sur $\mathbb{R}^n$ et $\mathscr{C}([a,b],\mathbb{R})$. Démontrer le caractère défini positif pour celui sur $\mathscr{C}([a,b],\mathbb{R})$.

Inégalité de Cauchy-Schwarz : Enoncé. Démonstration (sans le cas d'égalité).

Orthogonal d'une partie : Définir l'orthogonal d'une partie. Orthogonal d'un sous-espace engendré : énoncé et démonstration.

Procédé de Gramm-Schmidt : Enoncer le théorème. Expliquer la méthode pratique pour 3 vecteurs.

Projection orthogonale et distance : Donner et démontrer l'expression en coordonnées du projeté orthogonal $p(x)$ sur un sous-espace F.
Démontrer que la distance $d(x,F)$ est atteinte en $p(x)$.